1. *Rappels de 2nde : proportion, pourcentage, coefficient multiplicateur*

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : écrire une proportion**

(a) $0{,}03 = \frac{3}{100} = 3\,\%$ (et non $0{,}03\,\%$).

(b) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\,\%$.

(c) $35\,\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ (on simplifie par 5).

(d) $p = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} = 0{,}3$, soit $30\,\%$ de mineurs.

(e) $0{,}6\,\% = \frac{0{,}6}{100} = 0{,}006$.

(f) $25\,\%$, c'est le quart : $80 \div 4 = 20$.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : coefficient multiplicateur et taux**

(a) $\text{CM} = 1 + 0{,}20 = 1{,}2$ (et pas 0,2 ni 20).

(b) $\text{CM} = 1 - 0{,}07 = 0{,}93$ (et pas 0,07 ni 1,07).

(c) $t = 0{,}85 - 1 = -0{,}15$: c'est une baisse de $15\,\%$.

(d) $t = 2 - 1 = 1$: c'est une hausse de $100\,\%$ (et non $200\,\%$).

(e) $600 \times 1{,}05 = 630$: le nouveau loyer est 630 €.

(f) $40 \times 0{,}9 = 36$: le prix soldé est 36 €.

Ex. 3 ★★☆ **Proportion ou évolution ? Vrai ou faux**

(a) Faux : une sous-population compte au plus autant d'éléments que la population de référence, donc $0 \leqslant p \leqslant 1$.

(b) Faux : on compare une partie (les internes) au tout (les élèves) au même moment. C'est une proportion.

(c) Faux : c'est une évolution, de $\text{CM} = 1 + 0{,}30 = 1{,}3$. Le nouveau prix vaut $130\,\%$ de l'ancien.

(d) Vrai : $\frac{4\,800}{4\,000} = 1{,}2$, soit $120\,\%$. Ce n'est pas une proportion, mais une comparaison de deux quantités.

Ex. 4 ★★☆ **Corriger la copie d'Élise**

(a) Élise a calculé la hausse, pas le nouveau prix. Il faut multiplier par $\text{CM} = 1 + 0{,}40 = 1{,}4$: $250 \times 1{,}4 = 350$. Le nouveau prix est 350 €.

(b) Pour une baisse de $8\,\%$, le CM est $1 - 0{,}08 = 0{,}92$ et non $1{,}08$: $150 \times 0{,}92 = 138$. La trottinette coûte 138 €.

(c) Élise a inversé la partie et le tout. En effet, une proportion supérieure à $100\,\%$ est impossible. $p = \frac{72}{480} = 0{,}15$: il y a $15\,\%$ de votes blancs.

Ex. 4 (suite)

(d) Élise a confondu le CM et le taux. $\text{CM} = \frac{28}{25} = 1{,}12$, donc $t = 1{,}12 - 1 = 0{,}12$. L'abonnement a augmenté de $12\,\%$, pas de $112\,\%$.

Ex. 5 ★★☆ **Le club omnisports d'Annecy**

(a) $0{,}45 \times 240 = 108$: la section natation compte 108 femmes.

(b) En escalade, il y a $0{,}60 \times 160 = 96$ femmes. La proportion vaut $p = \frac{108+96}{240+160} = \frac{204}{400} = 0{,}51$: $51\,\%$ des adhérents sont des femmes (et non la moyenne $52{,}5\,\%$ des deux pourcentages).

(c) On calcule un pourcentage de pourcentage : $0{,}60 \times 0{,}25 = 0{,}15$. Les compétitrices représentent $15\,\%$ des adhérents de l'escalade.

(d) Ce pourcentage compare l'effectif à lui-même entre deux années : c'est une évolution, de $\text{CM} = 1{,}35$. $160 \times 1{,}35 = 216$: le club prévoit 216 adhérents en escalade.

(e) Le tout vaut $\frac{63}{0{,}28} = 225$: ce club compte 225 adhérents.

Ex. 6 ★★★ **La facture d'électricité de Nadia**

(a) $\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\,\%$. Chauffage : $1\,360 \times 0{,}75 = 1\,020$ €. Autres usages : $1\,360 - 1\,020 = 340$ €, soit $\frac{340}{1\,360} = 0{,}25 = 25\,\%$ de la facture. En 2025, le chauffage coûte 1 020 € et les autres usages coûtent 340 €.

(b) $\text{CM} = \frac{867}{1\,020} = 0{,}85$, donc $t = 0{,}85 - 1 = -0{,}15$. Le chauffage a baissé de $15\,\%$ entre 2025 et 2026.

(c) Une baisse de $7\,\%$ correspond à $\text{CM} = 1 - 0{,}07 = 0{,}93$: on ne multiplie ni par 0,07 ni par 1,07. $340 \times 0{,}93 = 316{,}2$. En 2026, les autres usages coûtent 316,20 €.

(d) Facture de 2026 : $867 + 316{,}2 = 1\,183{,}2$ €. CM global $= \frac{1\,183{,}2}{1\,360} = 0{,}87$, donc $t = 0{,}87 - 1 = -0{,}13$. La facture a baissé de $13\,\%$, et non de $15\,\% + 7\,\% = 22\,\%$. Le frère a tort : on n'additionne pas des taux qui s'appliquent à des montants différents.

(e) $\frac{867}{1\,183{,}2} \approx 0{,}733$, soit environ $73{,}3\,\%$. Le chauffage pèse moins lourd qu'en 2025, où il représentait $75\,\%$ de la facture. Cette proportion compare une partie au tout la même année. Ce n'est pas une évolution.

Ex. 7 ★★★ Les abonnés de la chaîne de Yanis

(a) Non. On a $V_1 = V_0 \times 1{,}15$, donc $V_0 = \frac{18\,400}{1{,}15} = 16\,000$. Le calcul d'Inès donne $18\,400 \times 0{,}85 = 15\,640$. Or $15\,640 \times 1{,}15 = 17\,986 \neq 18\,400$. Au 1er janvier 2025, la chaîne comptait 16 000 abonnés.

(b) On prend 40 % de 30 % : $0{,}30 \times 0{,}40 = 0{,}12$, soit 12 % des abonnés. Nombre de lycéens : $0{,}12 \times 18\,400 = 2\,208$. La chaîne compte 2 208 lycéens parmi ses abonnés de 2026.

(c) Faux. Doubler revient à multiplier par CM = 2. Le taux vaut alors $t = 2 - 1 = 1$, soit une hausse de 100 % et non de 200 %. L'objectif est $2 \times 18\,400 = 36\,800$ abonnés.

(d) CM $= \frac{23\,000}{18\,400} = 1{,}25$, donc $t = 1{,}25 - 1 = 0{,}25$. Le nombre d'abonnés a augmenté de 25 % entre 2026 et 2027.

(e) CM $= \frac{36\,800}{23\,000} = 1{,}6$, donc $t = 0{,}6$. Il faut encore une hausse de 60 %. Vérification : $1{,}25 \times 1{,}6 = 2$. Les taux 25 % et 60 % ne s'additionnent pas pour donner 100 %.

2. *Proportion : population de référence, partie ou tout, pourcentage de pourcentage*

Ex. 8 ★☆☆ Écrire et utiliser une proportion

(a) $\frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$.

(b) Complémentaire : $1 - 0{,}35 = 0{,}65$, soit 65 % des élèves.

(c) $\frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\,\%$.

(d) $0{,}15 \times 240 = 36$: 36 billets étudiants.

(e) Tout = partie $\div p$: $12 \div 0{,}2 = 60$ membres (et pas $12 \times 0{,}2$).

(f) $50 - 18 = 32$ ont terminé : $\frac{32}{50} = \frac{64}{100} = 64\,\%$.

Ex. 9 ★☆☆ Pourcentage de pourcentage

(a) $0{,}60 \times 0{,}25 = 0{,}15$, soit 15 % des clients.

(b) Non : on multiplie les proportions, $0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}1$, soit 10 %.

(c) $p \times 0{,}20 = 0{,}15$ donc $p = 0{,}15 \div 0{,}20 = 0{,}75$, soit 75 % des propriétaires de vélo électrique.

(d) $p \times 0{,}10 = 0{,}07$ donc $p = 0{,}07 \div 0{,}10 = 0{,}7$: 70 % des inscrits ont voté.

(e) $400 \times 0{,}75 \times 0{,}2 = 60$ adultes.

Ex. 10 ★★☆ Filles et internes : la bonne référence

(a) Référence : les 270 internes. $\frac{162}{270} = 0{,}6$: 60 % des internes sont des filles.

(b) Référence : les 495 filles. $\frac{162}{495} \approx 0{,}327$: environ 32,7 % des filles sont internes. Le dénominateur a changé, donc le résultat aussi.

(c) Non : les 162 filles internes sont comptées deux fois. $495 + 270 - 162 = 603$ élèves sont des filles ou des internes.

(d) Complémentaire : $1 - \frac{603}{900} = 1 - 0{,}67 = 0{,}33$, soit 33 % des élèves ne sont ni filles ni internes.

Ex. 11 ★★☆ Deux bureaux de vote réunis

(a) Bureau A : $0{,}35 \times 600 = 210$ voix ; bureau B : $0{,}60 \times 400 = 240$ voix.

(b) $\frac{210+240}{600+400} = \frac{450}{1\,000} = 0{,}45$: elle obtient 45 %. Le journal a tort : on additionne les effectifs, pas les pourcentages (le bureau A, plus grand, pèse plus).

(c) Vrai : $0{,}60 \times 600 = 360$ et $\frac{210+360}{1\,200} = 0{,}475 = 47{,}5\,\%$. Avec des effectifs égaux, la moyenne simple des pourcentages donne le bon résultat.

Ex. 12 ★★☆ Abonnés d'une plateforme musicale

(a) Pourcentage de pourcentage : $0{,}45 \times 0{,}20 = 0{,}09$, soit 9 % des abonnés.

(b) Tout = partie $\div p$: $4\,950 \div 0{,}09 = 55\,000$. La plateforme compte 55\,000 abonnés.

(c) $0{,}45 \times 55\,000 = 24\,750$ abonnés Famille (contrôle : $0{,}2 \times 24\,750 = 4\,950$).

(d) Référence : les abonnés Hi-Fi. $\frac{0{,}09}{0{,}135} \approx 0{,}667$: environ 66,7 % des abonnés Hi-Fi ont l'offre Famille.

Ex. 13 ★★★ BD et films à la médiathèque

(a) Ses pourcentages sont justes : $\frac{550}{1250} = 0{,}44$ et $\frac{375}{1250} = 0{,}3$. Mais $1\,250 - 450 = 800$ inscrits empruntent des BD ou des films, soit $\frac{800}{1250} = 0{,}64 = 64\,\%$, et non 74 %. Kenza compte deux fois ceux qui empruntent les deux.

(b) $550 + 375 - 800 = 125$: 125 inscrits empruntent des BD et des films. Ce sont eux que Kenza compte deux fois : $74\,\% - 64\,\% = 10\,\%$, et $0{,}1 \times 1\,250 = 125$.

(c) La référence est les 550 emprunteurs de BD. Parmi eux, $550 - 125 = 425$ n'empruntent pas de films : $\frac{425}{550} \approx 0{,}773$, soit environ 77,3 %. Ce n'est pas $\frac{425}{1250} = 34\,\%$, qui est calculé sur tous les inscrits.

Ex. 13 (suite)

(d) On cherche le tout : $627 \div 0{,}57 = 1\,100$. Contrôle : $1\,100 \times 0{,}57 = 627$. La médiathèque compte 1\,100 inscrits cette année-là. Le calcul $627 \times 0{,}57 \approx 357$ est absurde, car le tout doit être plus grand que la partie.

Ex. 14 ★★★ Télétravail dans une entreprise de Lens

(a) La proportion cherchée p vérifie $0{,}45 \times p = 0{,}18$. Donc $p = \frac{0{,}18}{0{,}45} = 0{,}4$: 40 % des cadres sont en télétravail.

(b) Les non-cadres représentent $1 - 0{,}45 = 0{,}55$ des salariés. On calcule 20 % de 55 % : $0{,}55 \times 0{,}20 = 0{,}11$. Les non-cadres en télétravail forment donc 11 % de l'ensemble des salariés.

(c) Inès trouve $\frac{0{,}40+0{,}20}{2} = 0{,}30$, soit 30 %. Elle a tort : sa moyenne simple ne tient pas compte de la taille des groupes, et il y a plus de non-cadres que de cadres. On additionne les parts de l'ensemble des salariés : $0{,}18 + 0{,}11 = 0{,}29$. Le télétravail concerne 29 % des salariés.

(d) On cherche le tout : $87 \div 0{,}29 = 300$. Contrôle : $300 \times 0{,}29 = 87$. L'entreprise compte 300 salariés. Le calcul $87 \times 0{,}29$ serait faux, car il donnerait moins de 87 salariés au total.

(e) La référence est l'ensemble des salariés en télétravail : $\frac{0{,}18}{0{,}29} \approx 0{,}621$. Environ 62,1 % des télétravailleurs sont des cadres. C'est différent des 40 % de cadres en télétravail, car la population de référence n'est pas la même.

3. *Taux d'évolution : valeur finale ou valeur initiale*

Ex. 15 ★☆☆ Appliquer un taux d'évolution

(a) $CM = 1{,}05$. 10 % de 60 vaut 6, donc 5 % vaut 3. On trouve $60 + 3 = 63$ €.

(b) Le taux est négatif, donc c'est une baisse de 10 %. $CM = 0{,}9$ et $120 \times 0{,}9 = 120 - 12 = 108$ €.

(c) $t = CM - 1 = 1{,}2 - 1 = 0{,}2$, soit une hausse de 20 %. Le nouveau prix est $30 \times 1{,}2 = 36$ €.

(d) 1 % de 1 800 vaut 18, donc 3 % vaut 54. La variation absolue est de 54 € (c'est une somme, pas un taux). Le nouveau salaire est $1\,800 + 54 = 1\,854$ €.

(e) $CM = 1 - 0{,}40 = 0{,}6$. Le stock final est $500 \times 0{,}6 = 300$ kg.

Ex. 16 ★☆☆ Remonter à la valeur initiale

(a) $CM = 1{,}25$. $V_D \times 1{,}25 = 600$, donc $V_D = \frac{600}{1{,}25} = 480$ €. Avant la hausse, le loyer était de 480 €.

(b) Non. $CM = 0{,}8$, donc le prix initial est $\frac{48}{0{,}8} = 60$ €. Contrôle : $57{,}60 \times 0{,}8 = 46{,}08 \neq 48$. Les 20 % portent sur le prix de départ.

(c) $V_D \times 0{,}5 = 350$, donc $V_D = 350 \div 0{,}5 = 700$ pièces. Le bon calcul est $350 \div 0{,}5$: on divise par CM.

(d) $HT = \frac{90}{1{,}2} = 75$ €. Attention : $90 \times 0{,}8 = 72$ € est faux.

(e) $\frac{2\,200}{1{,}1} = 2\,000$, donc $2\,000 \times 1{,}1 = 2\,200$. Avant la hausse, la population comptait 2 000 habitants.

(f) $CM = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$. La facture de départ est $\frac{75}{0{,}75} = 100$ €.

Ex. 17 ★★☆ Erreurs dans la presse et sur les copies

(a) La hausse est juste : $\frac{2-1{,}6}{1{,}6} = 0{,}25$, soit +25 %. Mais la baisse se calcule sur la nouvelle valeur de départ, 2 € : $\frac{1{,}6-2}{2} = -0{,}2$. Ce serait donc une baisse de 20 %.

(b) Erreur : on ne retire pas 20 % au prix TTC. Contrôle : $432 \times 1{,}2 = 518{,}40 \neq 540$. Il faut diviser : $HT = \frac{540}{1{,}2} = 450$ €.

(c) Erreur : $9 - 6 = 3$, donc le taux de chômage a augmenté de 3 points. En pourcentage, $\frac{9-6}{6} = 0{,}5$: le taux de chômage a augmenté de 50 %.

(d) Erreur : 60 € est la variation absolue, pas un taux. Le taux vaut $\frac{1\,560-1\,500}{1\,500} = \frac{60}{1\,500} = 0{,}04$. Le salaire d'Inès a donc augmenté de 4 %.

Ex. 18 ★★☆ La facture d'électricité des Diallo

(a) $CM = 1{,}06$, donc $1\,150 \times 1{,}06 = 1\,219$. En 2025, la facture est de 1 219 €.

(b) $CM = \frac{1\,060}{1\,219} \approx 0{,}8696$, donc $t = CM - 1 \approx -0{,}130$. Le taux est négatif : la facture a baissé d'environ 13,0 %.

(c) $1\,060 - 1\,219 = -159$. La facture a diminué de 159 €. C'est une somme en euros, pas un taux.

(d) $CM = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$ et $V_D \times 0{,}88 = 1\,078$, donc $V_D = \frac{1\,078}{0{,}88} = 1\,225$. Contrôle : $1\,225 \times 0{,}88 = 1\,078$. En 2025, la facture de Clara était de 1 225 €.

Ex. 19 ★★☆ Tableau des trois lectures

(a) $CM = 1 + 0{,}12 = 1{,}12$, donc l'arrivée vaut $250 \times 1{,}12 = 280$ €.

(b) $CM = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$, donc le départ vaut $\frac{377}{0{,}65} = 580$ €.

Ex. 19 **(suite)**

(c) $CM = \frac{333}{360} = 0{,}925$, donc $t = 0{,}925 - 1 = -0{,}075$: c'est une baisse de 7,5 %.

(d) $t = 1{,}036 - 1 = 0{,}036$, soit une hausse de 3,6 %. Le départ vaut $\frac{1\,554}{1{,}036} = 1\,500$ €.

(e) $CM = \frac{2\,299}{2\,150} \approx 1{,}0693$, donc $t \approx 0{,}069$: c'est une hausse d'environ 6,9 %.

Ex. 20 ★★★ **Le vélo électrique de Rennes**

(a) Non. Les 20 % de TVA portent sur le prix HT, pas sur le prix TTC. Prix HT : $\frac{1\,380}{1{,}2} = 1\,150$ €. TVA : $1\,380 - 1\,150 = 230$ €. Contrôle : $0{,}2 \times 1\,150 = 230$. Le vélo coûte 1 150 € HT et la TVA vaut 230 € (et pas 276 €).

(b) $CM = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$, donc $1\,380 \times 0{,}85 = 1\,173$. Le prix soldé est de 1 173 € TTC.

(c) Variation absolue : $1\,380 - 1\,173 = 207$ €. Taux : on divise par la valeur de départ, qui est le prix soldé : $t = \frac{207}{1\,173} \approx 0{,}176$. Le prix augmente de 207 €, soit environ +17,6 % (et pas +15 %).

(d) $V_D \times 0{,}85 = 71{,}40$, donc $V_D = \frac{71{,}40}{0{,}85} = 84$. Contrôle : $84 \times 0{,}85 = 71{,}40$. Le casque valait 84 € TTC avant les soldes ($71{,}40 \times 1{,}15 = 82{,}11$ serait faux).

Ex. 21 ★★★ **Participation à une élection municipale**

(a) $0{,}45 \times 18\,400 = 8\,280$. Il y a eu 8 280 votants en 2020.

(b) Inscrits : $18\,400 \times 1{,}05 = 19\,320$. Votants : $0{,}55 \times 19\,320 = 10\,626$. En 2026, il y a 19 320 inscrits et 10 626 votants.

(c) La participation passe de 45 % à 55 % : c'est +10 points. En pourcentage, on divise par la valeur de départ : $\frac{55-45}{45} \approx 0{,}222$. Titre correct : « La participation a gagné 10 points, soit environ +22,2 % ».

(d) Variation absolue : $10\,626 - 8\,280 = 2\,346$ votants. $CM = \frac{10\,626}{8\,280} \approx 1{,}2833$, donc $t \approx 0{,}283$. Le nombre de votants a augmenté de 2 346, soit environ +28,3 %.

(e) On cherche le tout : inscrits $\times 0{,}6 = 12\,000$, donc inscrits $= \frac{12\,000}{0{,}6} = 20\,000$. $CM = \frac{20\,000}{19\,320} \approx 1{,}0352$, donc $t \approx 0{,}035$. Il faudrait 20 000 inscrits, soit environ +3,5 % par rapport à 2026.

4. *Évolutions successives et évolution réciproque*

Ex. 22 ★★☆ **Automatismes : coefficient global**

(a) $CM = 1{,}1 \times 1{,}1 = 1{,}21$, donc $t = 1{,}21 - 1 = 0{,}21$: le loyer augmente de 21 %, et non de 20 %.

(b) $CM = 1{,}3 \times 0{,}7 = 0{,}91$, donc $t = 0{,}91 - 1 = -0{,}09$: le nombre de visiteurs baisse de 9 %. Il ne revient pas au départ.

(c) $CM = 0{,}5 \times 2 = 1$: la valeur est multipliée par 1. L'action retrouve exactement sa valeur de départ (évolution globale nulle).

(d) $CM = 0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}81$, donc le prix final vaut $200 \times 0{,}81 = 162$ €, et non 160 €.

(e) $1{,}2 \times 0{,}95 = 1{,}14$ et $0{,}95 \times 1{,}2 = 1{,}14$: non, le prix final est le même (+14 %). L'ordre des évolutions ne change rien.

(f) $CM = 1{,}2^3 = 1{,}44 \times 1{,}2 = 1{,}728$, donc $t = 0{,}728$: la hausse est de 72,8 %. Tom a tort : on calcule $(1+t)^3$, pas $1 + 3 \times t$.

Ex. 23 ★★☆ **Automatismes : évolution réciproque**

(a) $CM = 0{,}8$, donc $CM' = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$: il faut une hausse de 25 %, et non de 20 %.

(b) $CM = 2{,}5$, donc $CM' = \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4$: l'évolution réciproque est une baisse de 60 %, et non de 150 %.

(c) $CM = 0{,}75$, donc le prix initial vaut $60 \div 0{,}75 = 80$ €.

(d) Faux : $1{,}6 \times 0{,}4 = 0{,}64$, on perd 36 %. Il faut $CM' = \frac{1}{1{,}6} = 0{,}625$, soit une baisse de 37,5 %.

(e) $CM = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$, donc $CM' = \frac{1}{0{,}25} = 4$: il faut une hausse de 300 %.

Ex. 24 ★★☆ **Le journal s'est trompé**

(a) $CM = 1{,}08 \times 1{,}05 = 1{,}134$, donc $t = 0{,}134$: la hausse est de 13,4 %. Le journal a tort, car on multiplie les CM, on n'additionne pas les taux.

(b) $1{,}50 \times 1{,}134 = 1{,}701$: fin 2025, le ticket coûte environ 1,70 €.

(c) $CM = 0{,}94$, donc $CM' = \frac{1}{0{,}94} \approx 1{,}063\,8$: il faut une hausse d'environ 6,38 %, et non de 6 %.

(d) Inès trouve $23\,500 \times 1{,}063\,8 = 24\,999{,}3$. Le calcul exact donne $23\,500 \div 0{,}94 = 25\,000$ abonnés. L'écart vient de l'arrondi du CM : il faut garder la valeur exacte $\frac{1}{0{,}94}$.

Ex. 25 ★★☆ **Ventes de vélos électriques**

(a) $CM = 0{,}85 \times 0{,}9 = 0{,}765$, donc $t = 0{,}765 - 1 = -0{,}235$: les ventes ont baissé de 23,5 %, et non de 25 %.

(b) $1\,200 \times 0{,}765 = 918$: le magasin a vendu 918 vélos en 2025.

(c) $CM' = \frac{1}{0{,}765} \approx 1{,}307$: il faudrait une hausse d'environ 30,7 % en 2026 pour revenir à 1 200 ventes.

(d) Il faut $0{,}765 \times CM_{2026} = 1{,}02$, donc $CM_{2026} = \frac{1{,}02}{0{,}765} \approx 1{,}333$: il faut une hausse d'environ 33,3 % en 2026. Contrôle : $1\,200 \times 1{,}02 = 1\,224$ ventes.

Ex. 26 ★★☆ **Un village qui grandit**

(a) 1,03 est le coefficient multiplicateur d'une hausse de 3 % : l'instruction `p = p * 1.03` calcule la population de l'année suivante.

(b) $CM = 1{,}03^5 \approx 1{,}159\,3$, donc $4\,000 \times 1{,}03^5 \approx 4\,637{,}1$: le village compterait environ 4 637 habitants au bout de 5 ans
(soit une hausse d'environ 15,9 %, et non de 15 %).

(c) $4\,000 \times 1{,}03^7 \approx 4\,919{,}5 < 5\,000$ et $4\,000 \times 1{,}03^8 \approx 5\,067{,}1 \geqslant 5\,000$. Le programme affiche 8 : la population dépasse 5 000 habitants pour la première fois au bout de 8 ans.

(d) On ajoute 120 habitants par an : $4\,000 + 120 \times 8 = 4\,960 < 5\,000$ et $4\,000 + 120 \times 9 = 5\,080 \geqslant 5\,000$, donc le programme affiche 9. Avec une vraie hausse de 3 % par an, chaque hausse porte sur une population plus grande : on multiplie par $1{,}03^n$, on n'ajoute pas $n \times 120$. Le seuil est donc atteint plus tôt, en 8 ans.

Ex. 27 ★★★ **Deux promos, et après ?**

(a) CM global : $0{,}88 \times 0{,}95 = 0{,}836$. Prix en février : $45 \times 0{,}836 = 37{,}62$ €. En février, l'abonnement coûte 37,62 €.

(b) $37{,}62 \times 1{,}17 = 44{,}015\,4 \approx 44{,}02$ €, et pas 45 €. Le gérant a tort : la hausse de 17 % porte sur 37,62 €, une valeur plus petite que 45 €. Une hausse de 17 % ne compense donc pas les deux baisses.

(c) $CM' = \frac{1}{0{,}836} \approx 1{,}196\,172$, donc $t = CM' - 1 \approx 0{,}196\,2$. Pour revenir à 45 €, le gérant doit appliquer une hausse d'environ 19,62 %.

(d) $37{,}62 \times 1{,}196 = 44{,}993\,52 \approx 44{,}99$ €. Il manque environ 1 centime. Le taux arrondi est légèrement trop faible : on utilise donc le CM exact $\frac{1}{0{,}836}$ pour que le calcul tombe juste
($37{,}62 \times \frac{1}{0{,}836} = 45$ €).

Ex. 27 (suite)

(e) Taux global à Brest : $0{,}836 - 1 = -0{,}164$, soit $-16{,}40$ %, une baisse plus faible que 17 %. Prix chez le concurrent : $45 \times 0{,}83 = 37{,}35$ €, moins que 37,62 €. En février, la salle concurrente est moins chère de 0,27 €.

Ex. 28 ★★★ **Les abonnés de Malik**

(a) Taux manquant : $CM_{2024} = \frac{1{,}45}{1{,}25} = 1{,}16$, soit une hausse de 16 %. Contrôle : $1{,}25 \times 1{,}16 = 1{,}45$. Malik a tort : on divise les CM, on ne soustrait pas les taux. En 2024, ses abonnés ont augmenté de 16 %.

(b) $8\,000 \times 1{,}45 = 11\,600$. Fin 2024, Malik compte 11 600 abonnés.

(c) Fin 2023 : $8\,000 \times 1{,}25 = 10\,000$ abonnés. Une perte de 16 % donnerait $11\,600 \times 0{,}84 = 9\,744$ abonnés, moins que 10 000. Malik a tort : $1{,}16 \times 0{,}84 = 0{,}974\,4 \neq 1$.

(d) $CM' = \frac{1}{1{,}16} \approx 0{,}862\,1$, donc $t \approx -0{,}137\,9$: il faudrait une baisse d'environ 13,79 % en 2025, et non de 16 %. Contrôle : $11\,600 \div 1{,}16 = 10\,000$ abonnés.

5. *Indices base 100 : points, pourcentages, changement de base*

Ex. 29 ★☆☆ **Lire et calculer un indice**

(a) 2021 est l'année de base : l'indice vaut 100.

(b) $I = \frac{2{,}30}{2} \times 100 = 115$.

(c) Prix $= 2 \times \frac{108}{100} = 2{,}16$ € : le ticket coûte 2,16 € en 2023.

(d) CM $= \frac{108}{100} = 1{,}08$, donc $t = 0{,}08$: une hausse de 8 %.

(e) Non. CM $= \frac{92}{100} = 0{,}92$, donc $t = 0{,}92 - 1 = -0{,}08$: la fréquentation a baissé de 8 %, et pas de 92 %.

(f) CM $= 1 - 0{,}15 = 0{,}85$, donc $I = 100 \times 0{,}85 = 85$: l'indice de la carte jeune vaut 85 en 2024
(et non 15).

Ex. 30 ★☆☆ **Points ou pourcentage ?**

(a) $150 - 125 = 25$: l'indice gagne 25 points.

(b) CM $= \frac{150}{125} = 1{,}2$, donc $t = 0{,}2$: +20 %
(et non +25 %).

(c) $135 \times 0{,}9 = 121{,}5$: l'indice de 2024 vaut 121,5. Il perd $135 - 121{,}5 = 13{,}5$ points.

(d) $V_0 = 300 \times \frac{100}{150} = 200$: le club comptait 200 abonnés en 2020.

(e) Non. Il y a bien $135 - 125 = 10$ points, mais CM $= \frac{135}{125} = 1{,}08$: la hausse est de 8 %.

Ex. 31 ★★☆ **Changer de base**

(a) On divise par 125 puis on multiplie par 100. 2019 : $\frac{100}{125} \times 100 = 80$; 2021 : $\frac{108}{125} \times 100 = 86{,}4$; 2025 : $\frac{135}{125} \times 100 = 108$.

(b) Ancienne base : $\frac{135}{125} - 1 = 0{,}08$. Nouvelle base : $\frac{108}{100} - 1 = 0{,}08$. On trouve $+8\,\%$ dans les deux cas : changer de base ne modifie pas les taux d'évolution.

(c) 2019 : $60 \times \frac{80}{100} = 48$ € ; 2025 : $60 \times \frac{108}{100} = 64{,}80$ €. Le panier coûtait 48 € en 2019 et coûte 64,80 € en 2025.

(d) Non. Il faut partir de 2019 : CM $= \frac{100}{80} = 1{,}25$. Le prix a donc augmenté de 25 % entre 2019 et 2023 (on le voit aussi dans la ligne base 2019).

Ex. 32 ★★☆ **Un village et une grande ville**

(a) Vallon : $\frac{1\,400}{1\,250} \times 100 = 112$. Montbrun : $\frac{141\,440}{136\,000} \times 100 = 104$.

(b) Montbrun gagne $141\,440 - 136\,000 = 5\,440$ habitants, Vallon seulement $1\,400 - 1\,250 = 150$. Mais Vallon croît plus vite en proportion : $+12\,\%$ contre $+4\,\%$ (indice 112 contre 104).

(c) Indice 110 : $136\,000 \times \frac{110}{100} = 149\,600$ habitants. Montbrun doit gagner $149\,600 - 141\,440 = 8\,160$ habitants entre 2025 et 2030.

(d) CM $= \frac{110}{104} \approx 1{,}0577$, donc $t \approx +5{,}8\,\%$. L'indice doit gagner $110 - 104 = 6$ points : ce n'est pas la même chose, car on ne part pas de 100.

Ex. 33 ★★☆ **Corriger un article sur le prix du gaz**

(a) Le journaliste a confondu points et pourcentage : $176 - 160 = 16$ points, mais CM $= \frac{176}{160} = 1{,}1$. La hausse est de 10 %.

(b) $176 - 154 = 22$ points, mais CM $= \frac{154}{176} = 0{,}875$, donc $t = -0{,}125$: la baisse est de 12,5 %.

(c) Indices : $\frac{154}{160} - 1 = -0{,}0375$. CM : $1{,}1 \times 0{,}875 - 1 = -0{,}0375$. Dans les deux cas, le prix baisse de 3,75 % entre 2022 et 2025.

(d) $1\,200 \times \frac{154}{160} = 1\,155$: la famille paie 1 155 € en 2025.

Ex. 34 ★★★ **La facture d'énergie d'une famille**

(a) Non. De 2021 à 2023 : CM $= \frac{115}{92} = 1{,}25$, soit $+25\,\%$. De 2023 à 2025 : CM $= \frac{138}{115} = 1{,}2$, soit $+20\,\%$. Les mêmes 23 points ne font pas le même pourcentage, car on ne part pas du même indice.

(b) $V = 1\,360 \times \frac{138}{100} = 1\,876{,}80$. En 2025, la facture s'élève à 1 876,80 €.

Ex. 34 (suite)

(c) CM $= \frac{100}{138} \approx 0{,}7246$, donc $t \approx -0{,}275$. La facture devrait baisser d'environ 27,5 % (et non de 38 %) pour revenir à son montant de 2019.

(d) On divise chaque indice par 115, puis on multiplie par 100. 2019 : $\frac{100}{115} \times 100 \approx 87{,}0$; 2021 : $\frac{92}{115} \times 100 = 80$; 2023 : 100 ; 2025 : $\frac{138}{115} \times 100 = 120$.

(e) Facture de 2023 : $1\,360 \times \frac{115}{100} = 1\,564$ €. Indice de 2027 : $\frac{2\,050}{1\,564} \times 100 \approx 131{,}1$. En base 100 en 2023, l'indice de la facture vaut environ 131,1 en 2027.

Ex. 35 ★★★ **Un magasin de vélos face à une enseigne nationale**

(a) Magasin : $\frac{312}{240} \times 100 = 130$. Enseigne : $\frac{22\,200}{18\,500} \times 100 = 120$. En 2024, l'indice du magasin vaut 130 et celui de l'enseigne 120.

(b) Non. L'enseigne gagne bien plus de vélos ($22\,200 - 18\,500 = 3\,700$ contre $312 - 240 = 72$), mais elle part d'un nombre bien plus grand. Les indices comparent les évolutions relatives : 130 contre 120, soit $+30\,\%$ pour le magasin et $+20\,\%$ pour l'enseigne. C'est le magasin qui progresse le plus en proportion.

(c) $240 \times \frac{145}{100} = 348$: le magasin a vendu 348 vélos en 2025. L'indice gagne $145 - 130 = 15$ points, mais le taux est $\frac{145}{130} - 1 = \frac{348}{312} - 1 \approx 0{,}115$. Les ventes ont augmenté d'environ 11,5 %, et non de 15 %.

(d) CM $= 1 - 0{,}05 = 0{,}95$, donc l'indice vaut $120 \times 0{,}95 = 114$. On vérifie : $22\,200 \times 0{,}95 = 21\,090$ et $\frac{21\,090}{18\,500} \times 100 = 114$. En 2025, l'indice de l'enseigne vaut 114.

(e) Les deux indices ont la même base (100 en 2022) : 145 pour le magasin, 114 pour l'enseigne. C'est donc le magasin qui a le plus progressé depuis 2022 ($+45\,\%$ contre $+14\,\%$). L'écart est de $145 - 114 = 31$ points.

6. *Taux d'évolution moyen : calculer et prévoir*

Ex. 36 ★☆☆ **Taux moyen : calculs flash**

(a) $1{,}2^2 = 1{,}44$, donc $1{,}44^{\frac{1}{2}} = 1{,}2$ et $t_m = 1{,}2 - 1 = 0{,}2$: $+20\,\%$ par an.

(b) $CM = 1 - 0{,}271 = 0{,}729$. Or $0{,}9^3 = 0{,}729$, donc $t_m = 0{,}9 - 1 = -0{,}1$: $-10\,\%$ par an.

(c) Lina a calculé $\frac{0{,}69}{2} = 0{,}345$, ce qui est faux. $CM = 1{,}69$ et $1{,}3^2 = 1{,}69$, donc $t_m = 1{,}3 - 1 = 0{,}3$: $+30\,\%$ par an.

Ex. 36 **(suite)**

(d) $1{,}2^3 = 1{,}44 \times 1{,}2 = 1{,}728$. On retrouve le CM global, donc $+20\,\%$ par an convient.

(e) $400 \times 1{,}25^2 = 400 \times 1{,}562\,5 = 625$ adhérents.

(f) $CM = 0{,}5^3 = 0{,}125$ et $t = 0{,}125 - 1 = -0{,}875$: baisse globale de $87{,}5\,\%$.

Ex. 37 ★☆☆ **Vrai ou faux sur le taux moyen**

(a) Faux. D'un côté, $1{,}1 \times 0{,}7 = 0{,}77$. De l'autre, $0{,}9^2 = 0{,}81$. Le taux moyen n'est pas la moyenne des taux.

(b) Faux. On compte les intervalles et non les dates : $2025 - 2020 = 5$ évolutions.

(c) Faux. $0{,}8^2 = 0{,}64$ et $0{,}64 - 1 = -0{,}36$: la baisse globale est de $36\,\%$.

(d) Vrai. $1^{\frac{1}{4}} = 1$, donc $t_m = 1 - 1 = 0$.

(e) Vrai. $CM = 1{,}1^2 = 1{,}21$ et $V_0 = \frac{242}{1{,}21} = 200$ €.

(f) Faux. $1{,}5^2 = 2{,}25 \neq 2$. Le taux moyen vaut $2^{\frac{1}{2}} - 1$, et non $\frac{2-1}{2}$.

Ex. 38 ★★☆ **Les abonnés de Maëlle**

(a) On compte les intervalles : $2025 - 2019 = 6$ évolutions annuelles (pour 7 dates).

(b) $CM = \frac{20\,000}{12\,500} = 1{,}6$, donc $t = 1{,}6 - 1 = 0{,}6$. Le nombre d'abonnés a augmenté de $60\,\%$ en tout.

(c) $1 + t_m = 1{,}6^{\frac{1}{6}} \approx 1{,}081\,5$, donc $t_m \approx +8{,}1\,\%$ par an.

(d) Vérification : $1{,}081\,5^6 \approx 1{,}600 \approx 1{,}6$. De 2019 à 2021, il y a 2 évolutions : $12\,500 \times 1{,}6^{\frac{2}{6}} \approx 14\,620 < 15\,000$. Non : avec ce taux moyen, Maëlle n'aurait pas encore 15 000 abonnés en 2021.

(e) De 2025 à 2028, il y a 3 évolutions : $20\,000 \times 1{,}6^{\frac{3}{6}} \approx 25\,298$. En 2028, Maëlle aurait environ 25 298 abonnés.

Ex. 39 ★★☆ **Une facture d'électricité à Dijon**

(a) $CM = 1{,}09$ sur $n = 12$ mois. $1 + t_m = 1{,}09^{\frac{1}{12}} \approx 1{,}007\,2$, donc $t_m \approx +0{,}72\,\%$ par mois.

(b) $1{,}007^{12} \approx 1{,}087\,3$, soit $+8{,}73\,\%$ et non $+9\,\%$. L'arrondi intermédiaire fausse le résultat : il faut garder la valeur exacte en mémoire.

(c) $80 \times 1{,}09^{\frac{5}{12}} \approx 82{,}92$. Au bout de 5 mois, l'abonnement coûte environ 82,92 €.

Ex. 39 **(suite)**

(d) $80 \times 1{,}09 = 87{,}20$ €. On trouve ce prix car $(1 + t_m)^{12} = CM = 1{,}09$.

Ex. 40 ★★☆ **Les vinyles d'un disquaire de Quimper**

(a) De 2020 à 2024, il y a $n = 4$ évolutions. $CM = 0{,}94^4 \approx 0{,}780\,7$, donc $t \approx -0{,}219$. Les ventes ont baissé d'environ $21{,}9\,\%$ en tout, et non de $4 \times 6 = 24\,\%$.

(b) $V_0 = \frac{3\,904}{0{,}94^4} \approx 5\,000$. En 2020, le disquaire vendait environ 5 000 vinyles.

(c) Non. $3\,904 \times 1{,}06^4 \approx 4\,929 \neq 5\,000$. Zoé a tort : l'évolution réciproque d'une baisse de $6\,\%$ n'est pas une hausse de $6\,\%$, car $CM' = \frac{1}{0{,}94} \approx 1{,}063\,8$.

(d) De 2024 à 2027, il y a 3 évolutions : $3\,904 \times 0{,}94^3 \approx 3\,243$. En 2027, le disquaire vendrait environ 3 243 vinyles.

Ex. 41 ★★★ **Un village du Cantal qui se dépeuple**

(a) Une baisse de 20 % correspond à $CM = 1 - 0{,}20 = 0{,}8$. Donc $V_0 = \frac{V_1}{CM} = \frac{1\,840}{0{,}8} = 2\,300$. Au 1er janvier 2015, le village comptait 2 300 habitants.

(b) $0{,}98^{10} \approx 0{,}817\,1$. Dix baisses de 2 % donnent donc une baisse d'environ $18{,}29\,\%$, et non de $20\,\%$. Malo a divisé le taux global par 10 : c'est faux, car les coefficients multiplicateurs se multiplient et ne s'additionnent pas.

(c) De 2015 à 2025, il y a $n = 10$ intervalles (et 11 dates). $CM = 0{,}8$, donc $1 + t_m = 0{,}8^{\frac{1}{10}} \approx 0{,}977\,9$ et $t_m \approx -2{,}21\,\%$. Vérification : $0{,}977\,9^{10} \approx 0{,}799\,7 \approx 0{,}8$. La population a baissé en moyenne d'environ $2{,}21\,\%$ par an.

(d) De 2025 à 2030, il y a 5 intervalles. On garde la valeur exacte en mémoire : $1\,840 \times \left(0{,}8^{\frac{1}{10}}\right)^5 = 1\,840 \times 0{,}8^{\frac{1}{2}} \approx 1\,645{,}75$. Au 1er janvier 2030, le village compterait environ 1 646 habitants.

(e) En 2034 ($k = 9$) : $1\,840 \times \left(0{,}8^{\frac{1}{10}}\right)^9 \approx 1\,505{,}2$, soit encore au moins 1 500 habitants. En 2035 ($k = 10$) : $1\,840 \times 0{,}8 = 1\,472$, soit moins de 1 500. La population passera sous 1 500 habitants pour la première fois en 2035.

Ex. 42 ★★★ **La boutique de céramique de Solène**

(a) $CM = 1{,}40 \times 0{,}75 \times 1{,}16 = 1{,}218$. Le taux global est $t = 1{,}218 - 1 = 0{,}218$: le chiffre d'affaires a augmenté de $21{,}8\,\%$ sur les trois ans.

Ex. 42 **(suite)**

(b) Le journal a fait la moyenne des taux : $\frac{40-25+16}{3} \approx 10{,}33$. Or $1{,}103\,3^3 \approx 1{,}343$, ce qui correspondrait à une hausse de 34,3 %. Le CM global est 1,218, pas 1,343 : la moyenne des taux n'est pas le taux moyen.

(c) Il y a $n = 3$ évolutions annuelles. $1 + t_m = 1{,}218^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}067\,9$, donc $t_m \approx 6{,}79\,\%$. Vérification : $1{,}067\,9^3 \approx 1{,}217\,8 \approx 1{,}218$. Le chiffre d'affaires a augmenté en moyenne d'environ 6,79 % par an.

(d) Il faut un CM de 2 sur cinq ans. Sur les deux dernières années, le CM doit valoir $\frac{2}{1{,}218} \approx 1{,}642\,0$.
Donc $1 + t = \left(\frac{2}{1{,}218}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1{,}281\,4$ et $t \approx 28{,}14\,\%$. Solène doit viser une hausse moyenne d'environ 28,14 % par an.

(e) $CM = 2$ sur $n = 5$ ans. $1 + t_m = 2^{\frac{1}{5}} \approx 1{,}148\,7$, donc $t_m \approx 14{,}87\,\%$. Vérification : $1{,}148\,7^5 \approx 2{,}000$. Sur cinq ans, le chiffre d'affaires augmenterait en moyenne d'environ 14,87 % par an, et non de $\frac{100\,\%}{5} = 20\,\%$.