1. *Positif, négatif : les relatifs, l'opposé, la distance à zéro*

Ex. 1 ★☆☆ Automatisme : l'opposé

(a) L'opposé de -9 est 9.

(b) L'opposé de $+15$ est -15.

(c) L'opposé de $-0{,}6$ est $0{,}6$.

(d) L'opposé de 0 est 0. On n'écrit pas -0, ce nombre n'existe pas.

(e) L'opposé de $27{,}1$ est $-27{,}1$.

(f) L'opposé de -100 est 100.

Ex. 2 ★☆☆ Automatisme : la distance à zéro

(a) La distance à zéro de $-6{,}4$ est $6{,}4$.

(b) La distance à zéro de $+6{,}4$ est aussi $6{,}4$. C'est la même que pour $-6{,}4$.

(c) La distance à zéro de -38 est 38.

(d) La distance à zéro de $0{,}75$ est $0{,}75$.

(e) La distance à zéro de $-0{,}02$ est $0{,}02$.

(f) La distance à zéro de $+41$ est 41.

Ex. 3 ★☆☆ Positif ou négatif ?

(a) 5 est positif, même sans signe $+$ écrit.

(b) $-2{,}1$ est négatif.

(c) 0 n'est ni positif ni négatif.

(d) $+0{,}4$ est positif.

(e) $14{,}6$ est positif : le signe $+$ n'est pas écrit, mais il est sous-entendu.

(f) -1000 est négatif.

Ex. 4 ★★☆ Vrai ou faux ?

(a) Faux. Une distance à zéro n'est jamais négative : celle de -17 est 17.

(b) Faux. -0 n'existe pas, c'est le nombre 0. Or 0 n'est ni positif ni négatif.

(c) Vrai. Les deux nombres sont opposés. Ils ont la même partie numérique, donc la même distance à zéro : 8,2.

(d) Faux. 19 est plus grand que 0, donc il est positif. On peut simplement omettre son signe $+$.

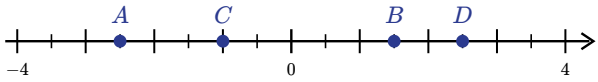
Ex. 4 (suite)

(e) Faux. L'opposé de -25 est 25, et l'opposé de 25 est -25. On retrouve donc -25.

Ex. 5 ★★☆ Sur la droite graduée

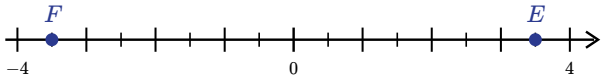
(a) On a $A(-2{,}5)$, $B(1{,}5)$ et $C(-1)$.

(b) L'opposé de $-2{,}5$ est $2{,}5$, donc on a $D(2{,}5)$.



(c) Les distances à zéro sont $2{,}5$ pour A, $1{,}5$ pour B et 1 pour C. La plus grande est $2{,}5$, donc A est le plus loin de l'origine.

(d) Les deux nombres sont $3{,}5$ et $-3{,}5$: ils sont opposés, donc ils ont la même distance à zéro.



Ex. 6 ★★★ La copie de Maëlle

(a) Pour l'opposé, on garde la partie numérique 31 et on change le signe : $-$ devient $+$. L'opposé d'un nombre négatif est positif.
Donc l'opposé de -31 est 31.

(b) Maëlle confond l'ordre des nombres et la distance à zéro. La distance à zéro de -9 est 9, celle de 2 est 2. Comme $9 > 2$, c'est la distance à zéro de -9 qui est la plus grande.

(c) Pour l'opposé, on garde la même partie numérique, sans changer l'ordre des chiffres. L'opposé de $-7{,}2$ est $7{,}2$, pas $2{,}7$. Les distances à zéro valent $7{,}2$ et $2{,}7$: elles sont différentes.

(d) L'opposé de 50 est -50, donc le nombre cherché est 50. Ce nombre est positif, pas négatif.

Ex. 7 ★★★ Qui suis-je ?

(a) Le seul entier entre 6 et 8 est 7 : notre distance à zéro est 7. Nous sommes donc 7 et -7, deux nombres opposés.

(b) Un nombre et son opposé ont la même distance à zéro, donc ma distance à zéro est 13. Les candidats sont 13 et -13. Je suis négatif, donc je suis -13.

(c) Les nombres dont la distance à zéro est 1 sont 1 et -1. L'opposé de 1 est -1, or $1 > -1$: 1 ne convient pas. L'opposé de -1 est 1, et $-1 < 1$. Je suis donc -1.

Ex. 7 **(suite)**

(d) Les distances à zéro possibles sont 0, 1, 2, 3, 4 et 5. On obtient -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5. Le nombre 0 n'est compté qu'une seule fois. Il y en a 11.

(e) Elle a tort. L'opposé de 0 est 0 : ici, le nombre et son opposé sont égaux. C'est même le seul cas où cela arrive.

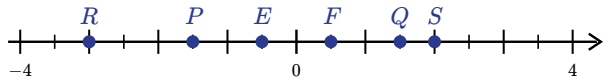
Ex. 8 ★★★ **Symétriques autour de l'origine**

(a) O est le milieu de $[PQ]$, donc Q est à la même distance de l'origine que P, de l'autre côté : $Q(1{,}5)$. $PQ = 1{,}5 + 1{,}5 = 3$ unités.

(b) P est à 1,5 unité de l'origine. R est deux fois plus loin, donc à 3 unités. Son abscisse est négative, donc $R(-3)$.

(c) On part de $R(-3)$ et on avance de 5 unités vers la droite : $(-3) + 5 = 2$, donc $S(2)$. La distance à zéro de S est 2, celle de R est 3. Sami a tort : S est plus près de l'origine que R.

(d) Comme leurs abscisses sont opposées, E et F sont à la même distance de l'origine. Cette distance vaut la moitié de 1 unité, soit 0,5. E est à gauche, donc $E(-0{,}5)$ et $F(0{,}5)$. Figure complète :



2. *Lire et placer une abscisse sur une droite graduée*

Ex. 9 ★☆☆ **Lire des abscisses**

(a) Il y a 4 intervalles, donc le pas vaut $2 \div 4 = 0{,}5$.

(b) A est 6 graduations à gauche de l'origine : $6 \times 0{,}5 = 3$, donc $A(-3)$.

(c) B est 5 graduations à gauche de l'origine : $5 \times 0{,}5 = 2{,}5$. B est à 2,5 unités de l'origine, mais son abscisse est $-2{,}5$ (et pas $-1{,}5$).

(d) C est 1 graduation à gauche : $C(-0{,}5)$. D est 3 graduations à droite : $D(1{,}5)$.

(e) $1 = 2 \times 0{,}5$: c'est le point situé 2 graduations à droite de l'origine, le point E.

Ex. 10 ★☆☆ **Placer des points sans l'origine**

(a) Entre -3 et -2, il y a 5 intervalles : le pas vaut $1 \div 5 = 0{,}2$.

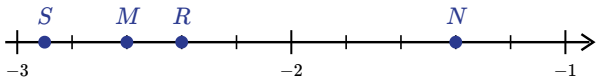
(b) $-2{,}6$ est 3 graduations à gauche de -2 : $-2 - 3 \times 0{,}2 = -2 - 0{,}6 = -2{,}6$.

Ex. 10 **(suite)**

(c) $-1{,}4$ est 3 graduations à droite de -2 : $-2 + 0{,}6 = -1{,}4$.

(d) $3 \times 0{,}2 = 0{,}6$ vers la droite à partir de -3 : $-3 + 0{,}6 = -2{,}4$, donc $R(-2{,}4)$.

(e) S est entre -3 et $-2{,}8$, au milieu.



Ex. 11 ★★☆ **Les erreurs de Lucas**

(a) On compte les intervalles, pas les traits : 6 traits délimitent 5 intervalles. Le pas vaut donc $1 \div 5 = 0{,}2$.

(b) Lucas a placé le point d'abscisse $-1 + 0{,}2 = -0{,}8$. W doit être une graduation à gauche de -1 : $-1 - 0{,}2 = -1{,}2$.

(c) $8 \times 0{,}2 = 1{,}6$: Z est à 1,6 unité de l'origine, mais à gauche. Lucas se trompe : $Z(-1{,}6)$. La distance à l'origine n'est pas l'abscisse.

Ex. 12 ★★☆ **Une semaine froide à Chamonix**

(a) Entre -5 et 0, il y a 5 intervalles : le pas vaut 1. L est 6 graduations à gauche de l'origine : lundi, il a fait -6 °C.

(b) M est au milieu, entre -2 et -1 : mardi, il a fait $-1{,}5$ °C.

(c) V est le point le plus à gauche, à $-7{,}5$ °C : le jour le plus froid est vendredi.

(d) De L à J, je compte 9 graduations : $9 \times 1 = 9$. Il y a 9 °C d'écart entre lundi et jeudi.

Ex. 13 ★★☆ **Vrai ou faux sur une droite sans origine**

(a) Faux : entre -5 et -3, l'écart est 2 et je compte 4 intervalles. Le pas vaut $2 \div 4 = 0{,}5$, et pas 1.

(b) Vrai : S est 1 graduation à droite de -5, donc $-5 + 0{,}5 = -4{,}5$.

(c) Vrai : T est 2 graduations à droite de -3 : $-3 + 2 \times 0{,}5 = -2$, donc $T(-2)$. De -2 à 0, il y a $2 \div 0{,}5 = 4$ graduations.

(d) Faux : $R(-5{,}5)$ est à 5,5 unités de l'origine et $T(-2)$ à 2 unités. C'est donc T le plus proche de l'origine.

Ex. 14 ★★★ **Enquête sur une droite sans origine**

(a) Entre -4 et -3, l'écart est $(-3) - (-4) = 1$. Je compte 5 intervalles (et pas 6 traits). Le pas vaut $1 \div 5 = 0{,}2$.

Ex. 14 **(suite)**

(b) P est 2 graduations à gauche de -4 : $-4 - 2 \times 0{,}2 = -4{,}4$, donc P$(-4{,}4)$. Q est 2 graduations à droite de -4 : $-4 + 0{,}4 = -3{,}6$, donc Q$(-3{,}6)$. R est 4 graduations à droite de -3 : $-3 + 0{,}8 = -2{,}2$, donc R$(-2{,}2)$.

(c) De P à R, je compte 11 graduations. PR $= 11 \times 0{,}2 = 2{,}2$ unités.

(d) S est à la moitié de 11 graduations, soit 5,5 graduations de P : $5{,}5 \times 0{,}2 = 1{,}1$. Son abscisse est $-4{,}4 + 1{,}1 = -3{,}3$. S est entre les graduations $-3{,}4$ et $-3{,}2$, à mi-chemin.

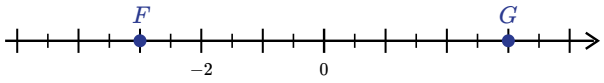
(e) R est à 2,2 unités de l'origine. $2{,}2 \div 0{,}2 = 11$. L'origine est 11 graduations à droite de R.

Ex. 15 ★★★ **Les sauts de la grenouille**

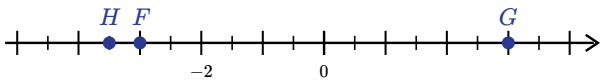
(a) Entre -2 et 0, il y a 4 intervalles pour un écart de 2 : le pas vaut $2 \div 4 = 0{,}5$. Un saut mesure $3 \times 0{,}5 = 1{,}5$ unité.

(b) 2 sauts vers la gauche : $2 \times 1{,}5 = 3$ unités à gauche de l'origine, donc F(-3), 6 graduations à gauche de 0.

(c) 4 sauts vers la droite : $4 \times 1{,}5 = 6$. $-3 + 6 = 3$, donc G(3).



(d) Pour un nombre négatif, on part de 0 vers la gauche : $3{,}5 = 7 \times 0{,}5$, donc H est 7 graduations à gauche de l'origine, entre -4 et -3. Mila a placé $-2{,}5$.



(e) Depuis l'origine, la grenouille avance toujours de 3 graduations : elle atterrit à 3, 6, 9… graduations de 0. H est à 7 graduations de 0, et 7 n'est pas un multiple de 3. Elle ne peut donc pas atterrir sur H.

Ex. 16 ★★★ **La droite effacée de Zoé**

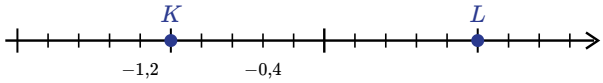
(a) L'écart entre $-1{,}2$ et $-0{,}4$ est $(-0{,}4) - (-1{,}2) = 0{,}8$. Je compte 4 intervalles entre ces deux nombres. Le pas vaut $0{,}8 \div 4 = 0{,}2$.

(b) $0{,}4 \div 0{,}2 = 2$: l'origine est 2 graduations à droite de $-0{,}4$. U est 3 graduations à gauche de $-1{,}2$: $-1{,}2 - 0{,}6 = -1{,}8$, donc U$(-1{,}8)$. V est 3 graduations à droite de l'origine : $3 \times 0{,}2 = 0{,}6$, donc V$(0{,}6)$.

Ex. 16 **(suite)**

(c) Les extrémités sont -2 (4 graduations à gauche de $-1{,}2$) et 1,6 (5 graduations à droite de V). L'écart est $1{,}6 - (-2) = 3{,}6$, soit $3{,}6 \div 0{,}2 = 18$ intervalles, donc 19 graduations. Deux nombres sont déjà écrits : Zoé doit en écrire $19 - 2 = 17$.

(d) Il y a deux points à 1 unité de l'origine : un de chaque côté. $1 \div 0{,}2 = 5$: K(-1), 5 graduations à gauche de 0, et L(1), 5 graduations à droite.



(e) Faux. U est bien plus loin de l'origine (1,8 unité contre 0,6). Mais U est à gauche de l'origine : son abscisse $-1{,}8$ est négative, donc plus petite que 0,6. La distance à zéro n'est pas l'abscisse.

3. *Comparer, ranger, encadrer*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : le bon symbole**

(a) $-9 < -4$
(deux négatifs : $9 > 4$, donc l'ordre s'inverse)

(b) $-0{,}7 > -1$ ($-0{,}7$ est plus proche de 0)

(c) $-6{,}4 < -6$
($6{,}4 > 6$, donc l'ordre s'inverse)

(d) $+0{,}3 > -12$
(le positif est le plus grand)

(e) $0 > -2{,}1$
(un négatif est plus petit que 0)

(f) $-5{,}08 > -5{,}8$
($5{,}08 < 5{,}80$, donc l'ordre s'inverse)

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes : entre deux entiers**

(a) $-3 < -2{,}7 < -2$ (b) $-9 < -8{,}1 < -8$

(c) $4 < 4{,}6 < 5$ (d) $-1 < -0{,}3 < 0$

(e) $-11 < -10{,}5 < -10$

Ex. 19 ★★☆ **Matin d'hiver dans le Nord**

(a) Le plus proche de 0 est le plus grand : $-0{,}8 > -4{,}05 > -4{,}5 > -11$. Du plus chaud au plus froid : Reykjavik, Helsinki, Oslo, Montréal.

(b) Il faut un nombre entre $-4{,}05$ et $-0{,}8$, par exemple -2 : $-4{,}05 < -2 < -0{,}8$. Il peut faire -2 °C à Tromsø.

(c) Distances à zéro : $4{,}05 < 4{,}20 < 4{,}50$, donc $-4{,}05 > -4{,}2 > -4{,}5$. Québec se place entre Helsinki et Oslo.

Ex. 20 ★★☆ **Les comparaisons de Malik**

(a) Faux : pour deux négatifs, l'ordre s'inverse. $13 > 8$, donc $-13 < -8$.

(b) Faux : $17{,}5 > 17$, donc $-17{,}5$ est plus loin de 0 à gauche. Le plus grand est -17 : $-17 > -17{,}5$.

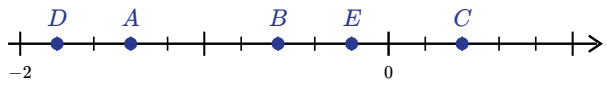
(c) Vrai : les signes sont différents, donc le positif est le plus grand : $-1{,}6 < +0{,}4$.

(d) Faux : $-0{,}85$ est plus proche de 0 que -2, donc $-0{,}85 > -2$.

Ex. 21 ★★☆ **Lire, placer, intercaler**

(a) Entre -2 et 0, il y a 10 intervalles, donc une graduation vaut $2 \div 10 = 0{,}2$. A est à 3 graduations à droite de -2 : son abscisse est $-1{,}4$. B est à 3 graduations à gauche de 0 : son abscisse est $-0{,}6$. C est à 2 graduations à droite de 0 : son abscisse est 0,4.

(b) D est à 1 graduation à droite de -2 et E est à 1 graduation à gauche de 0.



(c) D a pour abscisse $-1{,}8$ et A a pour abscisse $-1{,}4$. Entre les deux, il n'y a qu'une graduation : $-1{,}6$. Il faut donc ajouter un chiffre des centièmes ou prendre des nombres entre les graduations, comme $-1{,}7$ et $-1{,}5$.
On a $-1{,}8 < -1{,}7 < -1{,}6 < -1{,}5 < -1{,}4$.
Donc $-1{,}7$, $-1{,}6$ et $-1{,}5$ conviennent, rangés dans l'ordre croissant. D'autres réponses sont possibles, comme $-1{,}75$.

Ex. 22 ★★★ **Le nombre mystère d'Inès**

(a) $-7{,}4 < -7$, car $7 < 7{,}4$: -7 est plus proche de 0. Et $-3 < -2{,}3$, car $3 > 2{,}3$. Les entiers sont donc -7 ; -6 ; -5 ; -4 ; -3.

(b) Les distances à zéro sont 7, 6, 5, 4 et 3. Seules 7 et 6 sont strictement supérieures à 5 (5 ne l'est pas). Il reste donc -7 et -6.

(c) Les distances à zéro sont $7 > 6{,}5$, donc $-7 < -6{,}5$ et -7 ne convient pas. Comme $6 < 6{,}5$, on a $-6 > -6{,}5$. Le nombre d'Inès est donc -6.

(d) Non. Les distances à zéro sont $6 < 6{,}05$. Pour deux négatifs, l'ordre s'inverse : $-6 > -6{,}05$. Le nombre d'Inès est donc plus grand que $-6{,}05$.

Ex. 23 ★★★ **Les comptes du club de théâtre**

(a) Les distances à zéro sont 36,5 ; 0,9 ; 36,05 et 1. La plus petite est 0,9. C'est donc en avril que le solde était le plus proche de 0.

(b) Erreur 1 : $0{,}9 < 1$, donc $-0{,}9 > -1$. Erreur 2 : $36{,}50 > 36{,}05$, donc $-36{,}5 < -36{,}05$. Dans l'ordre décroissant : $-0{,}9 > -1 > -36{,}05 > -36{,}5$.

(c) $-37 < -36{,}5 < -36{,}05 < -36$. Les deux soldes sont tous les deux entre les entiers consécutifs -37 et -36. Aucun entier n'est entre eux : c'est impossible.

(d) Par exemple $-36{,}30$ € : les distances à zéro donnent $36{,}05 < 36{,}30 < 36{,}50$, donc $-36{,}5 < -36{,}3 < -36{,}05$.

Ex. 24 ★★★ **La bataille des cartes relatives**

(a) Oui. Pour deux négatifs, le plus proche de 0 est le plus grand. Par exemple, $6 < 16$, donc $-6 > -16$: la carte -6 bat -16. Nour perd bien contre toutes ces cartes.

(b) Distances à zéro : $0{,}40 < 0{,}42 < 0{,}45 < 1$. L'ordre s'inverse : $-1 < -0{,}45 < -0{,}42 < -0{,}4$. Seule la carte $-0{,}4$ gagne.

(c) On cherche les nombres entre $-2{,}4$ et $-1{,}9$. $-2{,}5 < -2{,}4$ ne convient pas, et $-1{,}85 > -1{,}9$ non plus. On a $-2{,}4 < -2{,}04 < -1{,}9$ et $-2{,}4 < -2 < -1{,}9$: les cartes $-2{,}04$ et -2 conviennent.

(d) Distances à zéro : $15 < 15{,}03 < 15{,}3$. Pour des négatifs, l'ordre s'inverse : $-15 > -15{,}03 > -15{,}3$. Du gagnant au perdant : Yanis, Nour, Sacha.

4. *Additionner deux nombres relatifs*

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : additions de relatifs entiers**

(a) Même signe : $5 + 8 = 13$, on garde le signe $-$. $(-5) + (-8) = -13$

(b) Signes contraires : $11 - 4 = 7$, le plus éloigné de zéro est $+11$. $(+11) + (-4) = +7$

(c) Signes contraires : $12 - 7 = 5$, le plus éloigné de zéro est -12. $(-12) + (+7) = -5$

(d) Même signe : $14 + 9 = 23$. $(+14) + (+9) = +23$

(e) Ce sont deux opposés : $(-13) + (+13) = 0$

(f) Signes contraires : $15 - 9 = 6$, le plus éloigné de zéro est $+15$. $(-9) + (+15) = +6$

(g) Même signe : $17 + 8 = 25$, on garde le signe $-$. $(-17) + (-8) = -25$

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : additions avec des décimaux**

(a) Même signe : $3{,}4 + 2{,}8 = 6{,}2$. $(-3{,}4) + (-2{,}8) = -6{,}2$

(b) Signes contraires : $9{,}1 - 7{,}5 = 1{,}6$, le plus éloigné de zéro est $-9{,}1$. $(+7{,}5) + (-9{,}1) = -1{,}6$

(c) Signes contraires : $2{,}3 - 0{,}6 = 1{,}7$, le plus éloigné de zéro est $+2{,}3$. $(-0{,}6) + (+2{,}3) = +1{,}7$

(d) Même signe : $1{,}9 + 3{,}6 = 5{,}5$. $(+1{,}9) + (+3{,}6) = +5{,}5$

(e) Même signe : $4{,}7 + 0{,}5 = 5{,}2$, on garde le signe $-$. $(-4{,}7) + (-0{,}5) = -5{,}2$

(f) Signes contraires : $10 - 3{,}7 = 6{,}3$, le plus éloigné de zéro est -10. $(-10) + (+3{,}7) = -6{,}3$

Ex. 27 ★☆☆ **Additionner sur la droite graduée**

(a) Je pars de -4 et j'avance de 7 graduations : j'arrive à 3. $(-4) + (+7) = +3$

(b) Je pars de 2 et je recule de 5 graduations : j'arrive à -3. $(+2) + (-5) = -3$

(c) Je pars de -1 et je recule de 4 graduations : j'arrive à -5. $(-1) + (-4) = -5$

(d) Je pars de 5 et je recule de 6 graduations : j'arrive à -1. $(+5) + (-6) = -1$

Ex. 28 ★★☆ **Trouve l'erreur**

(a) Les deux nombres ont le même signe : il faut additionner les distances à zéro, pas les soustraire. $9 + 4 = 13$, donc $(-9) + (-4) = -13$.

(b) La soustraction $11 - 3 = 8$ est juste, mais le plus éloigné de zéro est -11 : le résultat est négatif. $(+3) + (-11) = -8$.

(c) Deux nombres négatifs donnent un négatif : il faut garder le signe $-$. $6{,}5 + 2{,}5 = 9$, donc $(-6{,}5) + (-2{,}5) = -9$.

(d) -15 et $+15$ sont opposés : leur somme est nulle. $(-15) + (+15) = 0$.

Ex. 29 ★★☆ **Le score de Clara**

(a) $(+12) + (+3) + (+6) = +21$. Clara a gagné 21 points en tout.

(b) $(-7) + (-5) + (-12) = -24$. Clara a perdu 24 points en tout.

(c) $(+21) + (-24) = -3$ car $24 - 21 = 3$ et -24 est le plus éloigné de zéro. Le score final de Clara est -3.

Ex. 29 (suite)

(d) Après chaque manche : 12 ; $12 + (-7) = 5$; $5 + (-5) = 0$; $0 + 3 = 3$; $3 + (-12) = -9$; $(-9) + 6 = -3$. Elle a raison : après la 3e manche, son score vaut 0, il n'est pas négatif. Il devient négatif pour la première fois après la 5e manche (-9).

Ex. 30 ★★★ **La pyramide de Malik**

(a) C'est la brique posée sur -4 et $+4$. Ces deux nombres sont opposés, donc leur somme est nulle : $(-4) + (+4) = 0$.

(b) $(-3{,}5) + (+1{,}5)$: les signes sont contraires. $3{,}5 - 1{,}5 = 2$ et $-3{,}5$ est le plus éloigné de zéro, donc la somme vaut -2. $(+1{,}5) + (-4)$: $4 - 1{,}5 = 2{,}5$ et -4 est le plus éloigné de zéro, donc la somme vaut $-2{,}5$. Le 2e étage est donc : -2 ; $-2{,}5$; 0.

(c) $(-2) + (-2{,}5) = -4{,}5$ (même signe : $2 + 2{,}5 = 4{,}5$, je garde le signe $-$) et $(-2{,}5) + 0 = -2{,}5$. Au sommet : $(-4{,}5) + (-2{,}5) = -7$. La brique du sommet vaut -7.

(d) 2e étage : -2 ; $-2{,}5$; $(-4) + (-4) = -8$. 3e étage : $-4{,}5$ et $(-2{,}5) + (-8) = -10{,}5$. Sommet : $(-4{,}5) + (-10{,}5) = -15$ (même signe : $4{,}5 + 10{,}5 = 15$, je garde le signe $-$). La nouvelle brique du sommet vaut -15.

Ex. 31 ★★★ **Le compte d'Inès**

(a) Les distances à zéro sont : 120 ; 48,5 ; 35 ; 48,5 ; 72. La plus grande est 120. C'est l'opération $+120$ qui modifie le plus le solde.

(b) Je regroupe les deux opposés, puis les deux retraits : $\big[(-48{,}5) + (+48{,}5)\big] + \big[(-35) + (-72)\big] + 120 = 0 + (-107) + 120$. Ensuite, $(-107) + (+120) = +13$ car $120 - 107 = 13$ et $+120$ est le plus éloigné de zéro. Le total des opérations est de $+13$ €.

(c) $(-25) + (+13)$: les signes sont contraires. $25 - 13 = 12$ et -25 est le plus éloigné de zéro, donc le résultat est -12. En fin de semaine, le solde est de -12 €.

(d) $(-12) + (+15) = +3$ car $15 - 12 = 3$ et $+15$ est le plus éloigné de zéro. Le solde est de $+3$ € : il est positif, donc le compte n'est plus à découvert.

Ex. 32 ★★★ **Vrai ou faux sur les sommes**

(a) Vrai. Les deux nombres ont le même signe : on additionne leurs distances à zéro et on garde le signe $-$. Par exemple, $(-2{,}5) + (-0{,}75) = -3{,}25$.

Ex. 32 (suite)

(b) Faux. Les deux nombres ont le même signe : on additionne $6{,}2 + 1{,}8 = 8$ et on garde le signe $-$.
Donc $(-6{,}2) + (-1{,}8) = -8$
(on ne soustrait pas les distances à zéro).

(c) Faux. Contre-exemple : $(+3) + (-10) = -7$, car $10 - 3 = 7$ et -10 est le plus éloigné de zéro. Le signe dépend du nombre le plus éloigné de zéro.

(d) Faux. $-9{,}5$ et $+5{,}9$ ne sont pas opposés : l'opposé de $-9{,}5$ est $+9{,}5$. Signes contraires : $9{,}5 - 5{,}9 = 3{,}6$ et $-9{,}5$ est le plus éloigné de zéro, donc $(-9{,}5) + (+5{,}9) = -3{,}6$.

(e) Vrai. $(+13) + (-21) = -8$ car $21 - 13 = 8$ et -21 est le plus éloigné de zéro. $(-13) + (+21) = +8$ car $+21$ est le plus éloigné de zéro. Les deux sommes ont pour distance à zéro 8, mais leurs signes sont contraires.

5. *Soustraire, sommes algébriques et écriture simplifiée*

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes : soustraire un relatif**

(a) $9 - (-4) = 9 + 4 = 13$

(b) $5 - 11 = 5 + (-11) = -6$

(c) $-6 - 3 = -9$: c'est la somme de -6 et de -3.

(d) $(-8) - (-8) = -8 + 8 = 0$

(e) $-2{,}5 - (+1{,}5) = -2{,}5 - 1{,}5 = -4$

(f) $0 - (-7) = 0 + 7 = 7$

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes : écriture simplifiée**

(a) $5 + 8 - 2$

(b) $-4 + 9 - 6$: le premier terme garde son signe $-$.

(c) $-1{,}2 + 3{,}4 + 0{,}6$

(d) $7 - 7 - 10$

(e) $-15 - 2 + 11 + 3$

Ex. 35 ★☆☆ **Calculer astucieusement**

(a) Négatifs : $-7 - 3 = -10$.
Donc $-7 + 12 - 3 = 12 - 10 = 2$.

(b) $8 + 5 = 13$, donc $8 - 13 + 5 = 13 - 13 = 0$.

(c) -4 et 4 sont opposés : $-4 + 4 = 0$.
Donc $-4 - 9 + 4 = -9$.

(d) Positifs : $15 + 2 = 17$. Négatifs : $-6 - 9 = -15$.
Donc $15 - 6 - 9 + 2 = 17 - 15 = 2$.

Ex. 35 (suite)

(e) $-2{,}5 - 3{,}5 = -6$.
Donc $-2{,}5 + 7 - 3{,}5 = 7 - 6 = 1$.

(f) Positifs : $6 + 10 = 16$. Négatifs : $-11 - 5 = -16$.
Donc $-11 + 6 - 5 + 10 = 16 - 16 = 0$.

Ex. 36 ★★☆ **Les erreurs d'Inès et de Yanis**

(a) Inès a changé le signe du premier terme : -6 est devenu 6. Le premier terme garde son signe.

(b) $A = -6 + 9 - 4 - 2$

(c) Positifs : 9. Négatifs : $-6 - 4 - 2 = -12$.
Donc $A = 9 + (-12) = -3$.

(d) Non. Dans $-8 - 5$, les deux signes ne se suivent pas : c'est la somme de -8 et de -5, donc $-8 - 5 = -13$.

Ex. 37 ★★☆ **Le compte de Malo**

(a) Solde final : $-35 + 60 - 42 + 18 - 25$.

(b) Positifs : $60 + 18 = 78$. Négatifs : $-35 - 42 - 25 = -102$. Solde : $78 + (-102) = -24$. À la fin du mois, le compte affiche -24 €.

(c) $0 - (-24) = 24$. Malo doit déposer 24 €.

(d) $-24 - (-35) = -24 + 35 = 11$. Le solde a augmenté de 11 €.

Ex. 38 ★★★ **Le carré magique de Ben**

(a) $-5 + 0 + (-1) = -5 - 1 = -6$. La somme magique est -6.

(b) $-5 + (-2) + 1 = -7 + 1 = -6$. On retrouve -6 : c'est cohérent avec la somme magique.

(c) $(-1) + (-2) = -3$.
Donc $C = -6 - (-3) = -6 + 3 = -3$.

(d) Colonne 1 : $-5 + (-3) = -8$, donc $A = -6 - (-8) = -6 + 8 = 2$. Ligne 2 : $2 + (-2) = 0$, donc $B = -6 - 0 = -6$.
Donc $A = 2$ et $B = -6$.

(e) Colonne 2 : $0 + (-2) = -2$, donc $D = -6 - (-2) = -6 + 2 = -4$. Dernière ligne : $-3 + (-4) + 1 = -7 + 1 = -6$. La dernière ligne a bien la somme magique -6.

Ex. 39 ★★★ **Températures à Oulan-Bator**

(a) $-3 - (-12) = -3 + 12 = 9$. La variation est de $+9$ °C : la température a monté de 9 °C.

(b) Mardi : $1{,}5 - (-8{,}5) = 1{,}5 + 8{,}5 = 10$. Mercredi : $-4 - (-15) = -4 + 15 = 11$. Les hausses sont de 9 °C, 10 °C et 11 °C : c'est mercredi qui a la plus forte hausse.

Ex. 39 **(suite)**

(c) $-9-(-6)=-9+6=-3$. La variation est négative : la température a baissé de 3 °C. Tsetseg a tort.

(d) $-9-7+13{,}5=-16+13{,}5=-2{,}5$. Vendredi après-midi, il fait $-2{,}5$ °C.

Ex. 40 ★★★ **Le duel de cartes de Noam et Lila**

(a) $N=-7+3{,}5-8+11-3{,}5$. Les nombres 3,5 et $-3{,}5$ sont opposés : leur somme vaut 0.
Donc $N=-7-8+11=-15+11=-4$. Le score de Noam est -4.

(b) $L=6+2-11+1-9$. Positifs : $6+2+1=9$.
Négatifs : $-11-9=-20$.
Donc $L=9+(-20)=-11$. Le score de Lila est -11.

(c) $-4>-11$, donc Noam mène. Son avance : $-4-(-11)=-4+11=7$. Noam a 7 points d'avance.

(d) Noam finit avec $-4+(-5)=-9$. Lila doit ajouter $-9-(-11)=-9+11=2$. Elle doit tirer la carte $(+2)$ pour finir à égalité à -9.

6. *Problèmes : températures, altitudes, soldes*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : traduire par un nombre relatif**

(a) -9 °C (b) -430 m (c) $+3\,170$ m
(d) -48 € (e) an -44 (f) niveau -3
(g) $+15$ points

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : écarts de températures**

(a) $5-(-8)=13$ °C (b) $-3-(-11)=8$ °C
(c) $4{,}5-(-2)=6{,}5$ °C (d) $0-(-7)=7$ °C
(e) $12-(-9)=21$ °C (f) $-1{,}5-(-6)=4{,}5$ °C

Ex. 43 ★★☆ **Repère l'erreur**

(a) Tom a oublié le signe : sous la surface, c'est négatif. L'altitude de la plongeuse est -18 m.

(b) Inès a calculé $9-5$. L'écart est $9-(-5)=14$. L'écart de température est de 14 °C.

(c) Noah a oublié que le solde passe dans le négatif : $60-85=-25$. Son solde est de -25 € (découvert de 25 €).

(d) Maël a compté une année 0, qui n'existe pas : $12-(-12)-1=23$. Il s'est écoulé 23 ans.

Ex. 44 ★★☆ **Tableau de températures**

(a) $-7+9=2$. Le soir, il fait 2 °C à Oslo.

(b) $3-5=-2$. Le soir, il fait -2 °C à Lyon.

(c) $-4-(-12)=8$. La température a augmenté de 8 °C à Québec : la variation est $+8$ °C.

(d) Matin = soir − variation : $-2{,}5-(-6)=3{,}5$. Le matin, il faisait 3,5 °C à Lille.

(e) Soirs : 2 ; -2 ; -4 ; $-2{,}5$. Le plus petit est -4. C'est à Québec que le soir a été le plus froid, avec -4 °C.

Ex. 45 ★★☆ **Le compte de Hugo**

(a) $73-49-41=-17$. Le solde de Hugo est de -17 € : il est à découvert de 17 €.

(b) $-17+32=15$. Après le virement, Hugo a un solde de 15 €.

(c) $-14+9=-5$. Le solde de Zoé est de -5 € : elle est encore à découvert de 5 €.

Ex. 46 ★★★ **La station du lac salé**

(a) La référence est le niveau de la mer. La station est en dessous, donc son altitude est -37 m.

(b) $(-37)-64=-101$. Au plus profond, le sous-marin est à l'altitude -101 m.

(c) Non. Les 215 m sont comptés à partir de la station, pas du niveau de la mer : $(-37)+215=178$. L'hélicoptère vole à 178 m d'altitude.

(d) $178-(-101)=178+101=279$. L'hélicoptère et le sous-marin sont à 279 m l'un de l'autre.

Ex. 47 ★★★ **Le compte du club de handball**

(a) $226-348=-122$. Après l'achat des maillots, le solde est de -122 €. Il est négatif, donc le club est à découvert.

(b) $(-122)+160-96=38-96=-58$. À la fin du mois de mai, le solde est de -58 €.

(c) Pour passer de -58 € à 0 €, il faut ajouter $0-(-58)=58$. Le club doit recevoir au moins 58 €.

(d) Vrai : $(-58)-226=-284$. On peut aussi faire $-348+160-96=-284$. Le solde a bien baissé de 284 €.

Ex. 48 ★★★ **Vrai ou faux dans la vie courante**

(a) Faux. L'écart vaut $6 - (-16) = 6 + 16 = 22$. La température a augmenté de $22\ ^\circ\text{C}$, pas de $10\ ^\circ\text{C}$.

(b) Faux. $47 - (-29) = 76$, mais il n'y a pas d'année 0 : on enlève 1 an. $76 - 1 = 75$. Les deux dates sont séparées de 75 ans.

(c) Vrai. $(-140) + 95 = -45$. La baleine est alors à l'altitude -45 m.

(d) Faux. $(-34) + 53 = 19$. Yanis a maintenant $19\ €$ sur son compte.

(e) Vrai. $(-13) - (-7{,}5) = -13 + 7{,}5 = -5{,}5$. La température a baissé de $5{,}5\ ^\circ\text{C}$.