Corrigé – Multiples, diviseurs et nombres premiers

Mathématiques – Seconde

Arithmétique · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Multiple ou diviseur ? ★

Réponds et justifie par une égalité $a = b \times k$ (k entier) ou par le reste de la division.

a) Oui : $91 = 7 \times 13$ et 13 est un entier.
Donc 91 est un multiple de 7 (et 7 divise 91).

b) Non : on divise 3 par 6, $3 = 6 \times 0 + 3$.
Le reste 3 n'est pas nul : 6 ne divise pas 3.
C'est 6 qui est un multiple de 3, pas l'inverse.

c) Oui : $-48 = 12 \times (-4)$ et -4 est un entier.
Donc -48 est un multiple de 12 (et 12 divise -48).

d) Oui : $0 = 5 \times 0$ et 0 est un entier.
Donc 0 est un multiple de 5 (et 5 divise 0).

e) Non : on divise 100 par 7, $100 = 7 \times 14 + 2$.
Le reste 2 n'est pas nul : 7 ne divise pas 100.

f) Oui : $1001 = 13 \times 77$ et 77 est un entier.
Donc 1001 est un multiple de 13 (et 13 divise 1001).

g) Non : on divise 5 par 15, $5 = 15 \times 0 + 5$.
Le reste 5 n'est pas nul : 15 ne divise pas 5.
C'est 5 qui divise 15.

h) On divise 100 par 8 : $100 = 8 \times 12 + 4$.
Le plus grand multiple cherché est donc $8 \times 12 = 96$.
Le suivant, $8 \times 13 = 104$, dépasse 100.

Exercice 2 – Critères de divisibilité ★

Dis si le nombre est divisible par 2, 3, 4, 5, 9, en citant le critère.

a) Unités 0 : divisible par 2, divisible par 5.
Somme des chiffres $7 + 3 + 8 + 0 = 18$: divisible par 3 et par 9.
Deux derniers chiffres 80 : $80 = 4 \times 20$, divisible par 4.
Bilan : divisible par 2, 3, 4, 5, 9.

b) Unités 4 : divisible par 2, pas divisible par 5.
Somme des chiffres $1 + 2 + 3 + 4 = 10$: ni par 3 ni par 9.
Deux derniers chiffres 34 : $34 = 4 \times 8 + 2$, pas divisible par 4.
Bilan : divisible par 2.

c) Unités 2 : divisible par 2, pas divisible par 5.
Somme des chiffres $5+1+1+2=9$: divisible par 3 et par 9.
Deux derniers chiffres 12 : $12=4\times 3$, divisible par 4.
Bilan : divisible par 2, 3, 4, 9.

d) Unités 5 : pas divisible par 2, divisible par 5.
Somme des chiffres $4+3+6+5=18$: divisible par 3 et par 9.
Deux derniers chiffres 65 : $65=4\times 16+1$, pas divisible par 4.
Bilan : divisible par 3, 5, 9.

e) Unités 6 : divisible par 2, pas divisible par 5.
Somme des chiffres $3+5+7+6=21$: divisible par 3, pas par 9.
Deux derniers chiffres 76 : $76=4\times 19$, divisible par 4.
Bilan : divisible par 2, 3, 4.

f) Unités 8 : divisible par 2, pas divisible par 5.
Somme des chiffres $2+7+1+8=18$: divisible par 3 et par 9.
Deux derniers chiffres 18 : $18=4\times 4+2$, pas divisible par 4.
Bilan : divisible par 2, 3, 9.

Exercice 3 – Liste des diviseurs ★

Donne tous les diviseurs positifs du nombre, en les cherchant par paires.

a) On essaie 1, 2, 3... et on écrit chaque paire :
$28=1\times 28=2\times 14=4\times 7$.
Les autres essais (3, 5) ne divisent pas 28.
$6\times 6=36>28$: on s'arrête.
Diviseurs : 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 14 ; 28.

b) On essaie 1, 2, 3... et on écrit chaque paire :
$45=1\times 45=3\times 15=5\times 9$.
Les autres essais (2, 4, 6) ne divisent pas 45.
$7\times 7=49>45$: on s'arrête.
Diviseurs : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45.

c) On essaie 1, 2, 3... et on écrit chaque paire :
$49=1\times 49=7\times 7$.
Les autres essais (2, 3, 4, 5, 6) ne divisent pas 49.
$8\times 8=64>49$: on s'arrête.
Diviseurs : 1 ; 7 ; 49.

d) On essaie 1, 2, 3... et on écrit chaque paire :
$60=1\times 60=2\times 30=3\times 20=4\times 15=5\times 12=6\times 10$.
Les autres essais (7) ne divisent pas 60.
$8\times 8=64>60$: on s'arrête.
Diviseurs : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.

e) On essaie 1, 2, 3… et on écrit chaque paire :
$97 = 1 \times 97$.
Les autres essais (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) ne divisent pas 97.
$10 \times 10 = 100 > 97$: on s'arrête.
Diviseurs : 1 ; 97.

f) On essaie 1, 2, 3… et on écrit chaque paire :
$64 = 1 \times 64 = 2 \times 32 = 4 \times 16 = 8 \times 8$.
Les autres essais (3, 5, 6, 7) ne divisent pas 64.
$9 \times 9 = 81 > 64$: on s'arrête.
Diviseurs : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64.

g) On essaie 1, 2, 3… et on écrit chaque paire :
$150 = 1 \times 150 = 2 \times 75 = 3 \times 50 = 5 \times 30 = 6 \times 25 = 10 \times 15$.
Les autres essais (4, 7, 8, 9, 11, 12) ne divisent pas 150.
$13 \times 13 = 169 > 150$: on s'arrête.
Diviseurs : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 25 ; 30 ; 50 ; 75 ; 150.

Exercice 4 – Premier ou pas ? ★★

Dis si le nombre est premier. Justifie : un diviseur, ou tous les essais utiles.

a) Non.
La somme des chiffres, $5 + 1 = 6$, est un multiple de 3 :
$51 = 3 \times 17$, donc 3 est un diviseur autre que 1 et 51.
51 n'est pas premier.

b) Oui.
On teste les nombres premiers dans l'ordre.
53 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7.
Le premier suivant est 11, et $11 \times 11 = 121 > 53$: un diviseur plus grand irait avec un plus petit, déjà testé.
Donc 53 est premier.

c) *Non* : 1 n'a qu'un seul diviseur positif, lui-même.
Un nombre premier en a exactement deux.

d) Non.
Ni 2, ni 3, ni 5 ne divise 91 ; on essaie 7 :
$91 = 7 \times 13$, donc 7 est un diviseur autre que 1 et 91.
91 n'est pas premier.

e) Oui.
On teste les nombres premiers dans l'ordre.
113 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7.
Le premier suivant est 11, et $11 \times 11 = 121 > 113$: un diviseur plus grand irait avec un plus petit, déjà testé.
Donc 113 est premier.

f) Non.

Ni 2, ni 3, ni 5, ni 7 ne divise 143 ; on essaie 11 :

$143 = 11 \times 13$, donc 11 est un diviseur autre que 1 et 143.

143 n'est pas premier.

Exercice 5 – Décomposer en facteurs premiers ★★

Décompose en produit de facteurs premiers (divise par 2, puis 3, puis 5…).

a) $84 = 2 \times 42 = 2^2 \times 21 = 2^2 \times 3 \times 7$

b) $150 = 2 \times 75 = 2 \times 3 \times 25 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 2 \times 3 \times 5^2$

c) $252 = 2 \times 126 = 2^2 \times 63 = 2^2 \times 3 \times 21 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

d) $360 = 2 \times 180 = 2^2 \times 90 = 2^3 \times 45 = 2^3 \times 3 \times 15 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

e) $1001 = 7 \times 143 = 7 \times 11 \times 13$

f) $945 = 3 \times 315 = 3^2 \times 105 = 3^3 \times 35 = 3^3 \times 5 \times 7$

Exercice 6 – Fractions irréductibles ★★

Décompose le numérateur et le dénominateur, puis écris la fraction sous forme irréductible.

a) $\dfrac{126}{180}$
$= \dfrac{2 \times 3^2 \times 7}{2^2 \times 3^2 \times 5}$
$= \dfrac{18 \times 7}{18 \times 10}$
$= \dfrac{7}{10}$

Facteurs communs : $2 \times 3^2 = 18$; on simplifie par 18.

b) $-\dfrac{150}{245}$
$= -\dfrac{2 \times 3 \times 5^2}{5 \times 7^2}$
$= -\dfrac{5 \times 30}{5 \times 49}$
$= -\dfrac{30}{49}$

Facteurs communs : 5 ; on simplifie par 5.

c) $\dfrac{616}{1001}$
$= \dfrac{2^3 \times 7 \times 11}{7 \times 11 \times 13}$
$= \dfrac{77 \times 8}{77 \times 13}$
$= \dfrac{8}{13}$

Facteurs communs : $7 \times 11 = 77$; on simplifie par 77.

d) $\dfrac{945}{1260}$
$= \dfrac{3^3 \times 5 \times 7}{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7}$
$= \dfrac{315 \times 3}{315 \times 4}$
$= \dfrac{3}{4}$
Facteurs communs : $3^2 \times 5 \times 7 = 315$; on simplifie par 315.

e) $\dfrac{324}{540}$
$= \dfrac{2^2 \times 3^4}{2^2 \times 3^3 \times 5}$
$= \dfrac{108 \times 3}{108 \times 5}$
$= \dfrac{3}{5}$
Facteurs communs : $2^2 \times 3^3 = 108$; on simplifie par 108.

f) $\dfrac{98}{-168} = -\dfrac{98}{168}$
$= -\dfrac{2 \times 7^2}{2^3 \times 3 \times 7}$
$= -\dfrac{14 \times 7}{14 \times 12}$
$= -\dfrac{7}{12}$
Facteurs communs : $2 \times 7 = 14$; on simplifie par 14.

Exercice 7 – Les bouquets ★★★

1. On divise par 2, puis par 3, puis par 7 :
   $252 = 2 \times 126 = 2^2 \times 63 = 2^2 \times 3 \times 21 = 2^2 \times 3^2 \times 7$.
   On divise par 2, puis par 3, puis par 5 :
   $180 = 2 \times 90 = 2^2 \times 45 = 2^2 \times 3 \times 15 = 2^2 \times 3^2 \times 5$.

2. Les deux décompositions ont en commun 2^2 et 3^2 ; 7 n'est que dans 252, 5 que dans 180.
   Le plus grand diviseur commun prend tous les facteurs communs : $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$.
   Le fleuriste peut faire au plus 36 bouquets.

3. $252 \div 36 = 7$ et $180 \div 36 = 5$: chaque bouquet contient 7 roses et 5 tulipes.

Exercice 8 – Un nombre décomposé ★★★

1. $A = 2^3 \times 3^2 \times 7 = 8 \times 9 \times 7 = 72 \times 7 = 504$.

2. On décompose chaque nombre et on compare avec $A = 2^3 \times 3^2 \times 7$.
   $12 = 2^2 \times 3$: 2^2 et 3 sont dans A, donc $A = 12 \times (2 \times 3 \times 7) = 12 \times 42$.
   $63 = 3^2 \times 7$: $A = 63 \times 2^3 = 63 \times 8$.
   $56 = 2^3 \times 7$: $A = 56 \times 3^2 = 56 \times 9$.
   Donc 12, 63 et 56 divisent A.
   5 n'apparaît pas dans la décomposition de A : 5 ne divise pas A.
   $27 = 3^3$, mais A ne contient que 3^2 : 27 ne divise pas A.

3. Dans la décomposition d'un carré, chaque exposant est pair.
   Dans A, l'exposant de 2 est 3 (impair) et celui de 7 est 1 (impair) : il manque un 2 et un 7.
   Le plus petit k est donc $k = 2 \times 7 = 14$, et $14 \times 504 = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 = (2^2 \times 3 \times 7)^2 = 84^2$.

4. $1\,260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, donc $\dfrac{A}{1\,260} = \dfrac{2^3 \times 3^2 \times 7}{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7}$.
   Facteurs communs : $2^2 \times 3^2 \times 7$.
   Il reste 2 en haut et 5 en bas : $\dfrac{A}{1\,260} = \dfrac{2}{5}$.

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque affirmation d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) 1 *n'a qu'un seul diviseur positif.*

Un nombre premier a exactement deux diviseurs positifs : 1 n'est pas premier.

b) 4 *n'est pas premier.*

$4 = 2 \times 2 = 2^2$, donc $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.

c) *Divisible par* 3 *ne suffit pas.*

$4 + 8 + 1 + 2 = 15$ n'est pas un multiple de 9 : 4 812 n'est pas divisible par 9.

d) *Le nombre lui-même est oublié.*

Diviseurs : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

e) *Simplification incomplète :* 42 *et* 63 *ont* 21 *en commun.*

$\dfrac{84}{126} = \dfrac{2^2 \times 3 \times 7}{2 \times 3^2 \times 7}$.
Facteurs communs : $2 \times 3 \times 7 = 42$, donc $\dfrac{84}{126} = \dfrac{42 \times 2}{42 \times 3} = \dfrac{2}{3}$.

f) *On ne simplifie jamais les termes d'une somme.*

On calcule d'abord le numérateur et le dénominateur : $\dfrac{2+3}{2+5} = \dfrac{5}{7}$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Les diviseurs positifs de 18 sont :

   Réponse C : 1, 2, 3, 6, 9, 18
   Par paires : $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$. Les multiples (36, 54…) ne sont pas des diviseurs.

2. La décomposition en facteurs premiers de 90 est :

   Réponse A : $2 \times 3^2 \times 5$
   $90 = 2 \times 45 = 2 \times 3 \times 15 = 2 \times 3^2 \times 5$: tous les facteurs doivent être premiers.

3. Lequel de ces nombres est premier ?

   Réponse D : 89
   $91 = 7 \times 13$, $87 = 3 \times 29$, 1 n'a qu'un diviseur ; 89 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7, et $10 \times 10 > 89$.

4. La forme irréductible de $\dfrac{60}{84}$ est :

Réponse B : $\dfrac{5}{7}$

$\dfrac{2^2 \times 3 \times 5}{2^2 \times 3 \times 7} = \dfrac{5}{7}$; les autres se simplifient encore.

5. 7 452 est divisible par :

Réponse D : 2, 3, 4 et 9

Unités 2 ; $7 + 4 + 5 + 2 = 18$; $52 = 4 \times 13$; pas de 0 ni de 5 à la fin.

6. « 7 divise 91 » signifie :

Réponse A : 91 est un multiple de 7

$91 = 7 \times 13$: 91 est un multiple de 7.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).