Corrigé – Mise en équation, problèmes

Mathématiques – Troisième

Équations et inéquations · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Le triple de l'âge ★

1. Soit x le nombre d'années cherché.
   Dans x années, le père aura $41 + x$ ans et le fils $9 + x$ ans : les deux vieillissent de x ans.

2. « Le triple de l'âge du fils » : $3(9 + x)$, avec des parenthèses.
   L'équation est $41 + x = 3(9 + x)$.

3. $41 + x = 3\,(9 + x)$
   $\iff 41 + x = 27 + 3x$ *(on développe)*
   $\iff 41 - 27 = 3x - x$ *(on soustrait x et 27)*
   $\iff 14 = 2x$
   $\iff x = 7$ *(on divise par 2)*
   La solution est 7.

4. Dans 7 ans : le père aura $41 + 7 = 48$ ans et le fils $9 + 7 = 16$ ans ; $3 \times 16 = 48$.
   Dans 7 ans, le père aura le triple de l'âge de son fils.

Exercice 2 – Les cahiers ★

1. Soit x le prix d'un cahier, en euros.
   Trois cahiers coûtent $3x$; avec le classeur : $3x + 4{,}5 = 9{,}3$.

2. $3x + 4{,}5 = 9{,}3$
   $\iff 3x = 4{,}8$ *(on soustrait $4{,}5$)*
   $\iff x = \dfrac{4{,}8}{3}$ *(on divise par 3)*
   $\iff x = 1{,}6$
   La solution est $1{,}6$.

3. $3 \times 1{,}6 + 4{,}5 = 4{,}8 + 4{,}5 = 9{,}3$.
   Un cahier coûte $1{,}60$ €.

Exercice 3 – Trois nombres qui se suivent ★

1. Les entiers consécutifs se suivent de 1 en 1 : les deux autres sont $n + 1$ et $n + 2$.

2. $n + (n + 1) + (n + 2) = 165$.$n + (n + 1) + (n + 2) = 165$
   $\iff 3n + 3 = 165$ *(on réduit)*
   $\iff 3n = 162$ *(on soustrait 3)*
   $\iff n = 54$ *(on divise par 3)*
   La solution est 54.

3. $54 + 55 + 56 = 165$.
   Les trois nombres sont 54, 55 et 56.

Exercice 4 – Le nombre mystère ★

1. Soit x le nombre pensé.
   Premier calcul : $(x + 7) \times 3 = 3(x + 7)$.
   Second calcul : $2x + 26$.
   L'équation est $3(x + 7) = 2x + 26$.

2. $3\,(x + 7) = 2x + 26$
   $\iff 3x + 21 = 2x + 26$ *(on développe)*
   $\iff x = 5$ *(on soustrait $2x$ et 21)*
   La solution est 5.

3. $3 \times (5 + 7) = 36$ et $2 \times 5 + 26 = 36$.
   Le nombre pensé est 5.

Exercice 5 – Le triangle isocèle ★★

1. Soit x la longueur d'un des deux côtés égaux, en cm.
   La base mesure $x - 3$.

2. Périmètre = somme des trois côtés : $x + x + (x - 3) = 36$.

3. $x + x + (x - 3) = 36$
   $\iff 3x - 3 = 36$ *(on réduit)*
   $\iff 3x = 39$ *(on ajoute 3)*
   $\iff x = 13$ *(on divise par 3)*
   La solution est 13.

4. La base mesure $13 - 3 = 10$ cm, et $13 + 13 + 10 = 36$.
   Les côtés égaux mesurent 13 cm et la base 10 cm.

Exercice 6 – Le partage ★★

1. Les deux autres parts sont données à partir de celle de Bilal.
   Soit x la part de Bilal, en euros : Ali reçoit $2x$ et Chloé $x + 10$.

2. La somme des trois parts vaut 120 € : $x + 2x + (x + 10) = 120$.

3. $x + 2x + (x + 10) = 120$
   $\iff 4x + 10 = 120$ *(on réduit)*
   $\iff 4x = 110$ *(on soustrait 10)*
   $\iff x = \dfrac{110}{4}$ *(on divise par 4)*
   $\iff x = 27{,}5$
   La solution est 27,5.

4. Bilal : 27,50 € ; Ali : $2 \times 27{,}5 = 55$ € ; Chloé : $27{,}5 + 10 = 37{,}50$ €.
   Vérification : $27{,}5 + 55 + 37{,}5 = 120$.

Exercice 7 – Le cinéma ★★

1. Il y a 40 places en tout : $40 - x$ places à plein tarif.

2. Recette des places réduites : $6x$; des places pleines : $9(40 - x)$.
   $6x + 9(40 - x) = 300$.

3. $6x + 9\,(40 - x) = 300$
   $\iff 6x + 360 - 9x = 300$ *(on développe)*
   $\iff -3x + 360 = 300$ *(on réduit)*
   $\iff -3x = -60$ *(on soustrait 360)*
   $\iff x = 20$ *(on divise par -3)*
   La solution est 20.

4. $40 - 20 = 20$ places à plein tarif ; $6 \times 20 + 9 \times 20 = 120 + 180 = 300$.
   On a vendu 20 places à tarif réduit et 20 à plein tarif.

Exercice 8 – Le rattrapage ★★

1. Distance = vitesse × temps.
   Le frère : $25t$ km.
   Sam roule depuis une heure de plus, soit $t + 1$ heures : $15(t + 1)$ km.

2. Au moment où il le rattrape, ils ont parcouru la même distance : $25t = 15(t + 1)$.

3. $25t = 15\,(t + 1)$
   $\iff 25t = 15t + 15$ *(on développe)*
   $\iff 10t = 15$ *(on soustrait $15t$)*
   $\iff t = 1{,}5$ *(on divise par 10)*
   La solution est 1,5.

4. 1,5 h = 1 h 30 min, car $0{,}5 \times 60 = 30$.
   Distance : $25 \times 1{,}5 = 37{,}5$ km ; Sam : $15 \times 2{,}5 = 37{,}5$ km.
   Le frère rattrape Sam 1 h 30 min après être parti (2 h 30 min après le départ de Sam), à 37,5 km du point de départ.

Exercice 9 – Le jardin transformé ★★★

1. Aire du carré : x^2.
   Le rectangle mesure $x + 3$ sur $x - 2$: son aire est $(x + 3)(x - 2)$.

2. $(x + 3)(x - 2) = x^2$.
   $(x + 3)\,(x - 2)$
   $= x \times x - 2x + 3x - 6$
   $= x^2 + x - 6$

3. $(x+3)(x-2) = x^2$
   $\iff x^2 + x - 6 = x^2$ *(on développe)*
   $\iff x - 6 = 0$ *(on soustrait x^2)*
   $\iff x = 6$ *(on ajoute 6)*
   La solution est 6.

4. Carré : $6^2 = 36$ m².
   Rectangle : $9 \times 4 = 36$ m².
   Le jardin carré a un côté de 6 m.

Exercice 10 – La salle des fêtes ★★★

1. Le coût est $250 + 12n$; il doit être inférieur ou égal à 1 000 € : $250 + 12n \leqslant 1\,000$.

2. $250 + 12n \leqslant 1\,000$
   $\iff 12n \leqslant 750$ *(on soustrait 250)*
   $\iff n \leqslant \dfrac{750}{12}$ *(on divise par $12 > 0$: le sens ne change pas)*
   $\iff n \leqslant 62{,}5$

3. Un nombre d'invités est entier : le plus grand entier inférieur ou égal à 62,5 est 62.
   Avec 62 invités : $250 + 12 \times 62 = 994$ €, c'est dans le budget ; avec 63 : 1 006 €, c'est trop.
   On peut recevoir 62 invités au maximum.

4. $1\,000 - 994 = 6$: il reste 6 €.

Exercice 11 – Les deux réservoirs ★★★

1. A perd 20 L par minute : $500 - 20t$.
   B gagne 25 L par minute : $140 + 25t$.

2. On résout $500 - 20t = 140 + 25t$.$500 - 20t = 140 + 25t$
   $\iff 500 - 140 = 25t + 20t$ *(on ajoute $20t$, on soustrait 140)*
   $\iff 360 = 45t$
   $\iff t = 8$ *(on divise par 45)*
   La solution est 8.
   Au bout de 8 minutes, les deux réservoirs contiennent le même volume.

3. $500 - 20 \times 8 = 340$ et $140 + 25 \times 8 = 340$: les deux contiennent 340 L.

4. $140 + 25t > 500 - 20t$.$140 + 25t > 500 - 20t$
   $\iff 45t > 360$ *(on ajoute $20t$, on soustrait 140)*
   $\iff t > 8$ *(on divise par $45 > 0$)*
   Le réservoir B contient plus que le réservoir A après 8 minutes.

Exercice 12 – Trouve l'erreur ★★

Chaque mise en équation d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) *Deux gommes coûtent* $2(x-0{,}8)$ *: les parenthèses sont obligatoires.* $4x + 2\,(x - 0{,}8) = 9{,}8$

$\iff 4x + 2x - 1{,}6 = 9{,}8$ *(on développe)*

$\iff 6x = 11{,}4$ *(on réduit, on ajoute* $1{,}6$*)*

$\iff x = 1{,}9$ *(on divise par 6)*

La solution est 1,9.

Un stylo coûte 1,90 € et une gomme 1,10 €.

b) *Le double de « l'âge il y a 7 ans » est* $2(x-7)$. $x + 5 = 2\,(x - 7)$

$\iff x + 5 = 2x - 14$ *(on développe)*

$\iff 19 = x$ *(on soustrait* x*, on ajoute 14)*

La solution est 19.

Vérification : dans 5 ans, 24 ans ; il y a 7 ans, 12 ans ; $24 = 2 \times 12$.

Inès a 19 ans.

c) *Baisser de* $20\,\%$*, c'est multiplier par* $1 - 0{,}2 = 0{,}8$. $0{,}8x = 36$

$\iff x = \dfrac{36}{0{,}8}$ *(on divise par* $0{,}8$*)*

$\iff x = 45$

La solution est 45.

Le prix de départ était 45 €.

d) *La vitesse est en km/h : t est en heures, pas en minutes.* $t = 0{,}75$ h, et $0{,}75 \times 60 = 45$: le trajet dure 45 min.

e) *Des entiers consécutifs s'écrivent* x, $x+1$, $x+2$ *: on ajoute 1, on ne multiplie pas.* $x + (x+1) + (x+2) = 72$

$\iff 3x + 3 = 72$ *(on réduit)*

$\iff 3x = 69$ *(on soustrait 3)*

$\iff x = 23$ *(on divise par 3)*

La solution est 23.

Les nombres sont 23, 24 et 25.

f) *« Sans dépasser » se traduit par* $\leqslant$. $8 + 1{,}5x \leqslant 20$. $8 + 1{,}5x \leqslant 20$

$\iff 1{,}5x \leqslant 12$ *(on soustrait 8)*

$\iff x \leqslant 8$ *(on divise par* $1{,}5$*)*

On peut faire 8 entrées au plus.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Le périmètre d'un carré de côté $x + 2$ (en cm) vaut 28 cm. L'équation qui traduit l'énoncé est :

Réponse C : $4(x + 2) = 28$

Périmètre du carré $= 4\times$ côté, et le côté est $x + 2$: il faut des parenthèses. $(x + 2)^2$ serait l'aire.

2. Je double un nombre, puis je retire 5 : j'obtiens 17. Ce nombre est :

Réponse A : 11

$2x - 5 = 17$, donc $2x = 22$ et $x = 11$.

3. Marc a 3 ans de plus que Zoé ; à eux deux, ils ont 27 ans. L'âge x de Zoé est solution de :

Réponse D : $x + (x + 3) = 27$
Marc a $x + 3$ ans ; la somme des deux âges vaut 27. On trouve $x = 12$.

4. Un pull soldé à $-30\,\%$ coûte 42 €. Son prix avant les soldes était :

Réponse B : 60 €
$0{,}7x = 42$, donc $x = \dfrac{42}{0{,}7} = 60$. Ajouter 30 % à 42 € ne redonne pas le prix de départ.

5. Un piéton marche à 5 km/h. Pour parcourir 2 km, il lui faut :

Réponse D : 24 min
$5t = 2$, donc $t = 0{,}4$ h $= 0{,}4 \times 60$ min $= 24$ min.

6. Pour une longueur cherchée en cm, on trouve $x = -4$. On conclut :

Réponse A : il y a une erreur, ou le problème n'a pas de solution
Une longueur est positive : on reprend la mise en équation et les calculs.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).