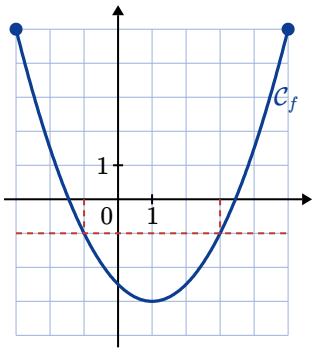
Corrigé – Lecture graphique : images, antécédents, équations, inéquations

Mathématiques – Seconde

Généralités sur les fonctions · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Lire images et antécédents ★



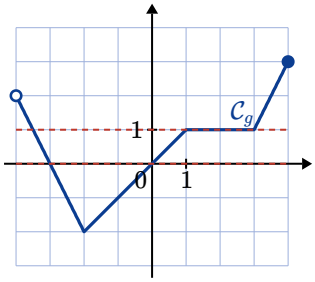
1. On regarde où la courbe commence et où elle finit : de $x = -3$ à gauche à $x = 5$ à droite.
   Les deux bouts sont des points pleins : ils sont compris.
   $D_f = [-3\,;\,5]$.

2. Pour l'image de -1 : on part de -1 sur l'axe des abscisses, on va verticalement jusqu'à la courbe, puis on lit l'ordonnée du point.
   $f(-1) = -1$.
   De même : $f(0) = -2{,}5$ (le point est au milieu d'un carreau, entre -2 et -3).
   $f(3) = -1$.
   $f(5) = 5$ (le bout droit de la courbe).

3. Pour les antécédents de -1 : on part de -1 sur l'axe des ordonnées et on trace la droite horizontale $y = -1$.
   Elle coupe $\mathcal{C}_f$ en deux points ; on lit leurs abscisses : -1 et 3.
   Pour 5 : la droite $y = 5$ touche la courbe à ses deux bouts, en $x = -3$ et $x = 5$.
   Les antécédents de 5 sont -3 et 5.

4. La droite $y = -3$ touche la courbe en un seul point, le plus bas, $(1\,;\,-3)$: -3 a un seul antécédent, 1.
   La droite $y = -2{,}5$ coupe la courbe deux fois, en $x = 0$ et en $x = 2$: $-2{,}5$ a deux antécédents, 0 et 2.

Exercice 2 – Une courbe en segments ★



1. La courbe va de $x = -4$ à $x = 4$.
   À gauche, le point est creux : il n'appartient pas à la courbe, donc -4 est exclu (crochet ouvert).
   À droite, le point est plein : 4 est compris.
   $D_g =]-4\,;\,4]$, donc -4 n'a pas d'image.

2. On part de chaque nombre sur l'axe des abscisses, on va verticalement jusqu'à la courbe et on lit l'ordonnée.
   $g(-2) = -2$ (le point le plus bas).
   $g(0) = 0$ (la courbe passe par l'origine).
   $g(2) = 1$ (sur le palier).
   $g(4) = 3$ (le bout droit).

3. Antécédents de 0 : on lit les abscisses des points de la courbe situés sur l'axe des abscisses (la droite $y = 0$).
   Ce sont -3 et 0.
   Antécédents de -2 : la droite $y = -2$ ne touche la courbe qu'en son point le plus bas, d'abscisse -2.
   Un seul antécédent : -2.

4. On trace la droite $y = 1$.
   Elle coupe la courbe en $x = -3{,}5$, sur le segment qui descend.
   Puis la courbe est **sur** cette droite de 1 à 3 (le palier) : tous ces nombres ont pour image 1.
   Les antécédents de 1 sont $-3{,}5$ et tous les nombres de $[1\,;\,3]$.
   Il y en a une infinité.

Exercice 3 – Combien de solutions ? ★

Avec la courbe de g de l'exercice 2, donne le nombre de solutions de chaque équation (sans les calculer).

a) **0** : on trace la droite $y = -3$.
Elle ne rencontre pas la courbe, qui ne descend pas sous -2.

b) **1** : la droite $y = -2$ touche la courbe en un seul point, le plus bas, d'abscisse -2.

c) **2** : la droite $y = -1$ coupe la courbe une fois quand elle descend (entre -4 et -2), une fois quand elle remonte (entre -2 et 1).

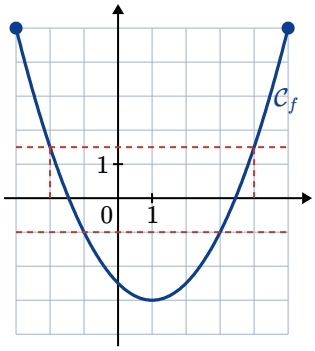
d) **une infinité** : la droite $y = 1$ coupe la courbe en $x = -3{,}5$, puis elle contient tout le palier $[1\,;\,3]$.

e) **1** : la droite $y = 2$ passe par le point creux en $x = -4$, qui ne compte pas.
Elle coupe la courbe une seule autre fois, en $x = 3{,}5$.

f) **1** : la droite $y = 3$ touche la courbe seulement en son bout droit, en $x = 4$.

Exercice 4 – Résoudre avec la courbe ★★

Avec la courbe $\mathcal{C}_f$ de l'exercice 1, reproduite ci-contre, résous graphiquement sur $[-3\,;\,5]$:



a) On trace la droite horizontale $y = 1{,}5$.
Elle coupe la courbe en deux points ; on lit leurs abscisses : -2 et 4.
$S = \{-2\,;\,4\}$

b) La droite $y = 6$ passe au-dessus de toute la courbe : la plus grande ordonnée est 5.
Aucun point d'intersection.
$S = \varnothing$

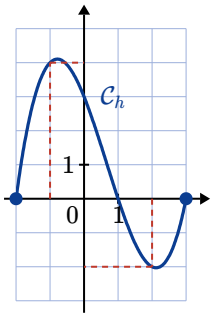
c) On trace la droite $y = -1$: elle coupe la courbe en $x = -1$ et $x = 3$.
La courbe est strictement au-dessus de la droite à gauche de -1 et à droite de 3, jusqu'aux bouts de D_f.
Inégalité stricte : -1 et 3 sont exclus ; les bouts -3 et 5 sont compris.
$S = [-3\,;\,-1[\,\cup\,]3\,;\,5]$

d) On trace la droite $y = 1{,}5$: elle coupe la courbe en $x = -2$ et $x = 4$.
Entre ces deux valeurs, la courbe est au-dessous de la droite.
« Ou égal » : -2 et 4 sont compris.
$S = [-2\,;\,4]$

e) Le point le plus bas de la courbe est $(1\,;\,-3)$: la courbe n'est jamais strictement au-dessous de la droite $y = -3$.
$S = \varnothing$

f) Le point le plus bas est sur la droite $y = -3$, tout le reste de la courbe est au-dessus : tout D_f convient.
$S = [-3\,;\,5]$

Exercice 5 – Zéros et signe ★★



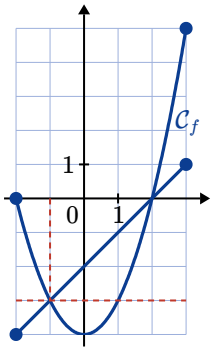
1. On part de -1 sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe, on lit l'ordonnée : $h(-1) = 4$.
   De même, $h(0) = 3$ (la courbe coupe l'axe des ordonnées en ce point).
   Pour 2, on descend jusqu'à la courbe, sous l'axe : $h(2) = -2$.

2. On cherche les abscisses des points de la courbe situés sur l'axe des abscisses.
   La courbe le touche en -2 (son bout gauche), le coupe en 1, puis le touche en 3 (son bout droit).
   $S = \{-2\,;\,1\,;\,3\}$

3. On garde les x où la courbe est strictement au-dessus de l'axe des abscisses : entre -2 et 1.
   Inégalité stricte : les zéros sont exclus.
   $S =]-2\,;\,1[$.
   -2 *est exclu :* $h(-2) = 0$*, qui n'est pas strictement positif.*

4. On garde les x où la courbe est au-dessous de l'axe ou dessus : de 1 à 3, bornes comprises.
   Il faut aussi ajouter le zéro -2.
   $S = \{-2\} \cup [1\,;\,3]$.
   Le point isolé -2 *fait partie des solutions.*

Exercice 6 – Deux courbes ★★



1. On cherche les points communs aux deux courbes : $(-1\,;\,-3)$ et $(2\,;\,0)$.
   On garde leurs abscisses.
   $S = \{-1\,;\,2\}$

2. On cherche où $\mathcal{C}_f$ est strictement au-dessous de $\mathcal{C}_g$: entre -1 et 2.
   Inégalité stricte : les abscisses des points communs sont exclues.
   $S =]-1\,;\,2[$

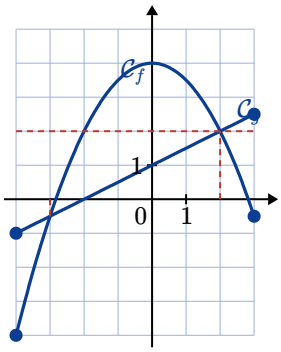
3. $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$ à gauche de -1 et à droite de 2, jusqu'aux bouts de l'ensemble de définition.
   « Ou égal » : -1 et 2 sont compris.
   $S = [-2\,;\,-1] \cup [2\,;\,3]$.

4. On cherche où $\mathcal{C}_f$ rencontre l'axe des abscisses : en $x = -2$ (son bout gauche) et en $x = 2$.
   $S = \{-2\,;\,2\}$

5. La droite $\mathcal{C}_g$ coupe l'axe des abscisses en $x = 2$, et elle est au-dessus de l'axe à droite de 2.
   Strict : 2 est exclu ; le bout 3 est compris.
   $S =]2\,;\,3]$

6. On trace la droite $y = -3$: elle coupe $\mathcal{C}_f$ en $x = -1$ et $x = 1$.
   Entre les deux, $\mathcal{C}_f$ est au-dessous de la droite ; « ou égal » : bornes comprises.
   $S = [-1\,;\,1]$

Exercice 7 – Graphiquement, puis par le calcul ★★★



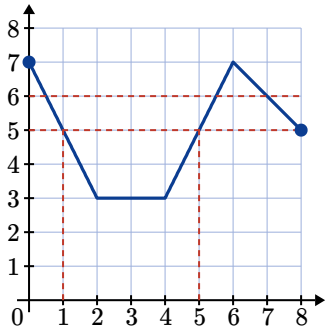
1. Pour $f(x) = g(x)$: on cherche les points communs aux deux courbes, $(-3\,;\,-0{,}5)$ et $(2\,;\,2)$, et on garde leurs abscisses.
   $S = \{-3\,;\,2\}$.
   Pour $f(x) > g(x)$: entre -3 et 2, $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$.
   Strict : bornes exclues.
   $S =]-3\,;\,2[$.

2. On développe la forme factorisée : $(x+3)(x-2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$.
   Donc $-0{,}5(x+3)(x-2) = -0{,}5(x^2 + x - 6) = -0{,}5x^2 - 0{,}5x + 3$.
   De l'autre côté : $f(x) - g(x) = -0{,}5x^2 + 4 - (0{,}5x + 1) = -0{,}5x^2 + 4 - 0{,}5x - 1 = -0{,}5x^2 - 0{,}5x + 3$.
   Les deux expressions sont égales.
   Résolution : $f(x) = g(x) \iff f(x) - g(x) = 0 \iff -0{,}5(x+3)(x-2) = 0$.
   On divise par $-0{,}5$, qui n'est pas nul : $(x+3)(x-2) = 0$.
   Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : $x + 3 = 0$ ou $x - 2 = 0$, c'est-à-dire $x = -3$ ou $x = 2$.
   Les deux valeurs sont dans $[-4\,;\,3]$: $S = \{-3\,;\,2\}$, comme sur le graphique.

3. Pour $f(x) \geqslant 2$: on trace la droite $y = 2$, qui coupe $\mathcal{C}_f$ en $x = -2$ et $x = 2$.
   Entre les deux, $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de la droite ; « ou égal » : bornes comprises.
   $S = [-2\,;\,2]$.
   Pour $g(x) \geqslant 0$: la droite $\mathcal{C}_g$ coupe l'axe des abscisses en $x = -2$ et monte.
   Elle est au-dessus de l'axe de -2 jusqu'au bout 3.
   $S = [-2\,;\,3]$.

4. « À la fois » : x doit être dans les deux ensembles trouvés, $]-3\,;\,2[$ et $[-2\,;\,3]$.
   On part de -2, compris car il est dans les deux, jusqu'à 2, exclu car il n'est pas dans le premier.
   $S = [-2\,;\,2[$.

Exercice 8 – Le réservoir ★★★



1. t compte les heures après 6 h : 6 h correspond à $t = 0$, 7 h à $t = 1$, 11 h à $t = 5$.
   On part de chaque valeur de t sur l'axe horizontal, on monte jusqu'à la courbe, on lit le volume sur l'axe vertical.
   $V(0) = 7$ hL ; $V(1) = 5$ hL ; $V(5) = 5$ hL.

2. On résout $V(t) = 5$: on trace la droite horizontale d'ordonnée 5 et on lit les abscisses des points d'intersection, 1, 5 et 8.
   $S = \{1\,;\,5\,;\,8\}$.
   On ajoute ces durées à 6 h : à 7 h, 11 h et 14 h.

3. On trace la droite horizontale d'ordonnée 3 : la courbe est sur cette droite tout le long du palier, de $t = 2$ à $t = 4$, et jamais au-dessous.
   $S = [2\,;\,4]$.
   De $t = 2$ (8 h) à $t = 4$ (10 h) : pendant $4 - 2 = 2$ heures. (Il n'est jamais **strictement** inférieur à 3 hL.)

4. On trace la droite horizontale d'ordonnée 6.
   La courbe la coupe en $t = 0{,}5$ (en descendant), en $t = 5{,}5$ (en montant) et en $t = 7$ (en redescendant).
   Elle est strictement au-dessus de la droite de 0 à 0,5 et de 5,5 à 7.
   Strict : les points d'intersection sont exclus ; $t = 0$ est compris, car $V(0) = 7 > 6$.
   $S = [0\,;\,0{,}5[\cup]5{,}5\,;\,7[$.
   La vanne est ouverte de 6 h à 6 h 30, puis de 11 h 30 à 13 h.

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Les réponses portent sur la courbe $\mathcal{C}_f$ de l'exercice 1, reproduite ci-contre. Chacune contient une erreur : trouve-la, puis corrige.

a) *Il y a deux antécédents.*

On trace la droite $y = -1$: elle coupe la courbe deux fois, en $x = -1$ et en $x = 3$.

Les antécédents de -1 sont -1 et 3.

b) *Les deux bouts de la courbe sont des points pleins : ils sont compris.*

On lit D_f aux bouts de la courbe, crochets fermés : $D_f = [-3\,;\,5]$.

c) *Inégalité stricte : crochets ouverts.*

La courbe est strictement au-dessous de $y = -1$ entre -1 et 3.

En -1 et en 3, $f(x) = -1$, qui n'est pas strictement inférieur à -1.

$S =]-1\,;\,3[$

d) *C'est là où la courbe est au-dessous.*

La droite $y = 1{,}5$ coupe la courbe en -2 et 4.

La courbe est au-dessus de la droite à gauche de -2 et à droite de 4, jusqu'aux bouts -3 et 5 ; « ou égal » : bornes comprises.

$S = [-3\,;\,-2] \cup [4\,;\,5]$

e) *On a écrit la condition sur $f(x)$, et oublié D_f.*

Les solutions sont des x de $D_f = [-3\,;\,5]$.

Toute la courbe est au-dessous de $y = 5$ ou dessus : $S = [-3\,;\,5]$

f) *La courbe ne descend pas jusqu'à -4 : son point le plus bas est $(1\,;\,-3)$.*

La droite $y = -4$ ne rencontre pas la courbe (1 est l'antécédent de -3, pas de -4).

$S = \varnothing$

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. La courbe de f passe par le point $(2\,;\,-3)$. Alors :

Réponse C : $f(2) = -3$

L'abscisse 2 est l'antécédent, l'ordonnée -3 est l'image.

2. Sur $[-4\,;\,4]$, $\mathcal{C}_f$ coupe la droite $y = 1$ en $x = -2$ et $x = 3$ seulement, et elle est au-dessous de cette droite entre ces deux valeurs. Les solutions de $f(x) < 1$ sont :

Réponse A : $]-2\,;\,3[$

Au-dessous, strictement : crochets ouverts aux intersections.

3. Avec la même courbe, les solutions de $f(x) \geqslant 1$ sont :

Réponse D : $[-4\,;\,-2] \cup [3\,;\,4]$

Au-dessus ou sur la droite : les deux bouts de D_f, intersections comprises.

4. Résoudre graphiquement $f(x) = 2$, c'est lire :

Réponse B : les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée 2

Les solutions sont des valeurs de x, lues sur l'axe des abscisses.

5. $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ se coupent en $(-1\,;\,3)$ et $(2\,;\,0)$ seulement. Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont :

Réponse D : $\{-1\,;\,2\}$

On garde les abscisses des points communs.

6. Sur $[0\,;\,6]$, $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de l'axe des abscisses, sauf en $x = 2$ où elle le touche. Les solutions de $f(x) > 0$ sont :

Réponse A : $[0\,;\,2[\cup]2\,;\,6]$

$f(2) = 0$ n'est pas strictement positif : on retire 2 seulement.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).