Corrigé – Isoler une variable dans une formule

Mathématiques – Seconde

Calcul littéral et expressions fractionnaires · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Une seule opération ★

Exprime la lettre demandée en fonction des autres (toutes les grandeurs sont non nulles).

a) On divise par R : $I = \dfrac{U}{R}$.

b) On multiplie par t : $d = vt$.

c) $v = \dfrac{d}{t}$

$\iff vt = d$ (on multiplie par t)

$\iff t = \dfrac{d}{v}$ (on divise par v)

d) On soustrait 273 : $\theta = T - 273$.

e) On divise par ρ : $V = \dfrac{m}{\rho}$.

f) On multiplie par S : $F = pS$.

Exercice 2 – Deux opérations ★

Exprime la lettre demandée en fonction des autres.

a) $P = 2(L + \ell)$

$\iff \dfrac{P}{2} = L + \ell$ (on divise par 2)

$\iff L = \dfrac{P}{2} - \ell$ (on soustrait ℓ)

b) $y = ax + b$

$\iff y - b = ax$ (on soustrait b)

$\iff x = \dfrac{y - b}{a}$ (on divise par a)

c) On divise par 2π : $r = \dfrac{P}{2\pi}$.

d) $A = \dfrac{bh}{2}$

$\iff 2A = bh$ (on multiplie par 2)

$\iff h = \dfrac{2A}{b}$ (on divise par b)

e) $F = 1{,}8C + 32$

$\iff F - 32 = 1{,}8C$ (on soustrait 32)

$\iff C = \dfrac{F - 32}{1{,}8}$ (on divise par $1{,}8$)

f) $y = 5 - 2x$

$\iff y - 5 = -2x$ (on soustrait 5)

$\iff x = \dfrac{y-5}{-2}$ (on divise par -2)

$\iff x = \dfrac{5-y}{2}$ (on change les signes en haut et en bas)

Exercice 3 – Carrés et racines ★

Exprime la lettre demandée (toutes les grandeurs sont positives).

a) $c > 0$, donc $c = \sqrt{A}$.

b) $E = \dfrac{1}{2}mv^2$

$\iff 2E = mv^2$ (on multiplie par 2)

$\iff m = \dfrac{2E}{v^2}$ (on divise par v^2)

c) $E = \dfrac{1}{2}mv^2$

$\iff 2E = mv^2$ (on multiplie par 2)

$\iff v^2 = \dfrac{2E}{m}$ (on divise par m)

$\iff v = \sqrt{\dfrac{2E}{m}}$ (racine carrée, car $v > 0$)

d) $A = \pi r^2$

$\iff r^2 = \dfrac{A}{\pi}$ (on divise par π)

$\iff r = \sqrt{\dfrac{A}{\pi}}$ (racine carrée, car $r > 0$)

Exercice 4 – Exprimer, puis calculer ★★

Exprime la lettre demandée, puis calcule sa valeur.

a) On cherche la durée t.

On isole t :

$v = \dfrac{d}{t}$

$\iff vt = d$ (on multiplie par t)

$\iff t = \dfrac{d}{v}$ (on divise par v)

On remplace : $t = \dfrac{150}{90} = \dfrac{5}{3}$ h.

$\dfrac{5}{3}$ h $= 1$ h $+ \dfrac{2}{3}$ h, et $\dfrac{2}{3} \times 60$ min $= 40$ min.

Il faut 1 h 40 min.

b) On cherche la résistance R.

On isole R :

$U = RI$

$\iff R = \dfrac{U}{I}$ (on divise par I)

On remplace : $R = \dfrac{230}{0{,}5} = 230 \times 2 = 460$.

La résistance vaut 460 Ω.

c) On cherche la largeur ℓ.

On isole ℓ :

$$\begin{aligned} P &= 2(L+\ell) \\ &\iff \frac{P}{2} = L+\ell \text{ (on divise par 2)} \\ &\iff \ell = \frac{P}{2} - L \text{ (on soustrait } L\text{)} \end{aligned}$$

On remplace : $\ell = \frac{46}{2} - 14{,}5 = 23 - 14{,}5 = 8{,}5$.

La largeur mesure 8,5 cm.

d) On cherche la hauteur h.

On isole h :

$$\begin{aligned} A &= \frac{(B+b)h}{2} \\ &\iff 2A = (B+b)h \text{ (on multiplie par 2)} \\ &\iff h = \frac{2A}{B+b} \text{ (on divise par } B+b\text{)} \end{aligned}$$

On remplace : $h = \frac{2 \times 42}{8+6} = \frac{84}{14} = 6$.

La hauteur du trapèze mesure 6 cm.

e) On cherche la vitesse v.

On isole v :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &\iff 2E = mv^2 \text{ (on multiplie par 2)} \\ &\iff v^2 = \frac{2E}{m} \text{ (on divise par } m\text{)} \\ &\iff v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \text{ (racine carrée, car } v > 0\text{)} \end{aligned}$$

On remplace : $v = \sqrt{\frac{2 \times 400}{2}} = \sqrt{\frac{800}{2}} = \sqrt{400} = 20$.

La vitesse est de 20 m/s.

Exercice 5 – Formules en plusieurs étapes ★★

Exprime la lettre demandée en fonction des autres (toutes non nulles).

a) $C = C_0\left(1 + \frac{t}{100}\right)$

$$\begin{aligned} &\iff \frac{C}{C_0} = 1 + \frac{t}{100} \text{ (on divise par } C_0\text{)} \\ &\iff \frac{t}{100} = \frac{C}{C_0} - 1 \text{ (on soustrait 1)} \\ &\iff t = 100\left(\frac{C}{C_0} - 1\right) \text{ (on multiplie par 100)} \\ &\iff t = \frac{100(C - C_0)}{C_0} \text{ (même dénominateur dans la parenthèse)} \end{aligned}$$

b) $S = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

$$\begin{aligned} &\iff S - 2\pi r^2 = 2\pi r h \text{ (on soustrait } 2\pi r^2\text{)} \\ &\iff h = \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r} \text{ (on divise par } 2\pi r\text{)} \end{aligned}$$

c) $M = \dfrac{a+b+c}{3}$
$\iff 3M = a+b+c$ (on multiplie par 3)
$\iff c = 3M - a - b$ (on soustrait a et b)

d) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$
$\iff ad = bc$ (produit en croix)
$\iff d = \dfrac{bc}{a}$ (on divise par a)

Exercice 6 – Niveau contrôle ★★★

Rédige.

a) On cherche R.

On met le membre de droite au même dénominateur R_1R_2, puis on inverse.

$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$
$\iff \dfrac{1}{R} = \dfrac{R_2}{R_1R_2} + \dfrac{R_1}{R_1R_2}$ (même dénominateur)
$\iff \dfrac{1}{R} = \dfrac{R_1+R_2}{R_1R_2}$ (un seul quotient)
$\iff R = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ (on inverse les deux membres)

On remplace : $R = \dfrac{6\times 3}{6+3} = \dfrac{18}{9} = 2$.

La résistance équivalente vaut $2\ \Omega$.

b) $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$
$\iff \dfrac{1}{R_1} = \dfrac{1}{R} - \dfrac{1}{R_2}$ (on soustrait $\dfrac{1}{R_2}$)
$\iff \dfrac{1}{R_1} = \dfrac{R_2 - R}{RR_2}$ (même dénominateur RR_2)
$\iff R_1 = \dfrac{RR_2}{R_2 - R}$ (on inverse les deux membres)

c) $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$
$\iff y(x-3) = 2x+1$ (on multiplie par $x-3$, non nul)
$\iff xy - 3y = 2x + 1$ (on développe)
$\iff xy - 2x = 3y + 1$ (les termes en x à gauche, les autres à droite)
$\iff x(y-2) = 3y+1$ (on factorise par x)
$\iff x = \dfrac{3y+1}{y-2}$ (on divise par $y-2$, non nul)

Exercice 7 – Trouve l'erreur ★★

Chaque transformation contient une erreur. Trouve-la, puis écris la bonne formule.

a) *On multiplie par t, puis on divise par v : d et v ne se multiplient pas.*$v = \dfrac{d}{t}$
$\iff vt = d$ (on multiplie par t)
$\iff t = \dfrac{d}{v}$ (on divise par v)

b) *Le 2 multiplie : on divise par 2, on ne le soustrait pas.* $P = 2(L + \ell)$

$\iff \dfrac{P}{2} = L + \ell$ (on divise par 2)

$\iff \ell = \dfrac{P}{2} - L$ (on soustrait L)

c) *On enlève b d'abord, puis on divise tout par a.* $y = ax + b$

$\iff y - b = ax$ (on soustrait b)

$\iff x = \dfrac{y - b}{a}$ (on divise par a)

d) *La racine porte sur tout le quotient.* $E = \dfrac{1}{2}mv^2$

$\iff v^2 = \dfrac{2E}{m}$ (on multiplie par 2, puis on divise par m)

$\iff v = \sqrt{\dfrac{2E}{m}}$ (racine carrée, car $v > 0$)

e) *On n'inverse pas une somme terme à terme : on réduit d'abord au même dénominateur.* $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$

$\iff \dfrac{1}{R} = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$ (même dénominateur)

$\iff R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (on inverse)

f) *On multiplie par 2 (on défait la division), puis on divise par b.* $A = \dfrac{bh}{2}$

$\iff 2A = bh$ (on multiplie par 2)

$\iff h = \dfrac{2A}{b}$ (on divise par b)

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. $\rho = \dfrac{m}{V}$ donne :

Réponse C : $V = \dfrac{m}{\rho}$

$\rho V = m$, puis on divise par ρ.

2. $A = 4(a + b)$ donne :

Réponse A : $a = \dfrac{A}{4} - b$

On divise par 4, puis on soustrait b.

3. $y = 3x - 6$ donne :

Réponse D : $x = \dfrac{y + 6}{3}$

$y + 6 = 3x$, puis on divise par 3.

4. $A = \pi r^2$ $(r > 0)$ donne :

Réponse B : $r = \sqrt{\dfrac{A}{\pi}}$

$r^2 = \dfrac{A}{\pi}$ et $r > 0$.

5. $U = RI$ avec $U = 12$ V et $I = 0{,}4$ A donne :

Réponse D : $R = 30\ \Omega$

$R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{12}{0{,}4} = 30\ \Omega$.

6. $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{12}$ donne :

Réponse A : $R = 3$

$\dfrac{1}{R} = \dfrac{3}{12} + \dfrac{1}{12} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$, donc $R = 3$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).