Corrigé – Intervalles

Mathématiques – Seconde

Ensembles de nombres, intervalles et valeur absolue · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – De l'inégalité à l'intervalle, et retour ★

Traduis chaque inégalité par un intervalle, et chaque intervalle par une ou deux inégalités.

a) Pas de borne à gauche : on part de $-\infty$, crochet ouvert.
En $\dfrac{7}{2}$: inégalité stricte, $\dfrac{7}{2}$ exclu, crochet ouvert.
$x \in \left]-\infty\,;\,\dfrac{7}{2}\right[$

b) En -1 : inégalité stricte, -1 exclu, crochet ouvert.
En 6 : inégalité large, 6 inclus, crochet fermé.
$x \in]-1\,;\,6]$

c) $3 \geqslant x$ se lit aussi $x \leqslant 3$.
Pas de borne à gauche : on part de $-\infty$, crochet ouvert.
En 3 : inégalité large, 3 inclus, crochet fermé.
$x \in]-\infty\,;\,3]$

d) En -5 : inégalité large, -5 inclus, crochet fermé.
En $-\dfrac{1}{2}$: inégalité stricte, $-\dfrac{1}{2}$ exclu, crochet ouvert.
$x \in \left[-5\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$

e) $0 < x$ se lit aussi $x > 0$.
En 0 : inégalité stricte, 0 exclu, crochet ouvert.
Pas de borne à droite : on va jusqu'à $+\infty$, crochet ouvert.
$x \in]0\,;\,+\infty[$

f) Pas de borne à gauche : on part de $-\infty$, crochet ouvert.
En $-1{,}5$: inégalité large, $-1{,}5$ inclus, crochet fermé.
$x \leqslant -1{,}5$

g) En -3 : inégalité large, -3 inclus, crochet fermé.
Pas de borne à droite : on va jusqu'à $+\infty$, crochet ouvert.
$x \geqslant -3$

h) En $-\sqrt{2}$: inégalité large, $-\sqrt{2}$ inclus, crochet fermé.
En 0 : inégalité stricte, 0 exclu, crochet ouvert.
$-\sqrt{2} \leqslant x < 0$

i) En $0{,}5$: inégalité stricte, $0{,}5$ exclu, crochet ouvert.
En $2{,}5$: inégalité large, $2{,}5$ inclus, crochet fermé.
$0{,}5 < x \leqslant 2{,}5$

Exercice 2 – Lire une droite graduée ★

Écris l'intervalle représenté, puis l'inégalité correspondante.

a) En -2 : inégalité large, -2 inclus, crochet fermé.
En 3 : inégalité stricte, 3 exclu, crochet ouvert.
$x \in [-2\,;\,3[$, soit $-2 \leqslant x < 3$.

b) Pas de borne à gauche : on part de $-\infty$, crochet ouvert.
En 1 : inégalité large, 1 inclus, crochet fermé.
$x \in]-\infty\,;\,1]$, soit $x \leqslant 1$.

c) En $\dfrac{1}{2}$: inégalité stricte, $\dfrac{1}{2}$ exclu, crochet ouvert.
Pas de borne à droite : on va jusqu'à $+\infty$, crochet ouvert.
$x \in]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty[$, soit $x > \dfrac{1}{2}$.

d) En -4 : inégalité stricte, -4 exclu, crochet ouvert.
En -1 : inégalité stricte, -1 exclu, crochet ouvert.
$x \in]-4\,;\,-1[$, soit $-4 < x < -1$.

e) En 0 : inégalité large, 0 inclus, crochet fermé.
En 5 : inégalité large, 5 inclus, crochet fermé.
$x \in [0\,;\,5]$, soit $0 \leqslant x \leqslant 5$.

f) Pas de borne à gauche : on part de $-\infty$, crochet ouvert.
En -3 : inégalité stricte, -3 exclu, crochet ouvert.
$x \in]-\infty\,;\,-3[$, soit $x < -3$.

Exercice 3 – Appartient ou pas ? ★

Le nombre appartient-il à l'intervalle ? Réponds avec $\in$ ou $\notin$.

a) $3 \notin]1\,;\,3[$
Le crochet est ouvert en 3 : 3 est exclu.

b) $-4 \in [-4\,;\,0]$
Le crochet est fermé en -4 : -4 est inclus.

c) $\dfrac{3}{2} \in]1\,;\,1{,}5]$
$\dfrac{3}{2} = 1{,}5$: c'est la borne de droite.
Le crochet est fermé en $1{,}5$: elle est incluse.

d) $\sqrt{2} \in [1{,}4\,;\,1{,}5]$
$\sqrt{2} \approx 1{,}414$, donc $1{,}4 \leqslant \sqrt{2} \leqslant 1{,}5$.

e) $\pi \in]3{,}14\,;\,3{,}15[$
$\pi \approx 3{,}1416$, donc $3{,}14 < \pi < 3{,}15$.

f) $-\dfrac{1}{3} \notin [-0{,}33\,;\,0]$
$-\dfrac{1}{3} \approx -0{,}333.$
Or $-0{,}333 < -0{,}33$: $-\dfrac{1}{3}$ est avant la borne de gauche.

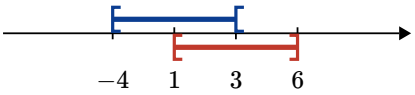
g) $-2{,}5 \in]-3\,;\,-2]$
$-3 < -2{,}5 \leqslant -2$: $-2{,}5$ est entre les deux bornes.

h) $5 \in [5\,;\,+\infty[$
Le crochet est fermé en 5 : 5 est inclus.

Exercice 4 – Intersection et réunion ★★

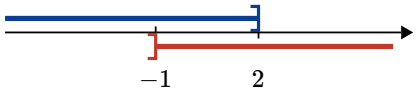
Trace A et B l'un sous l'autre, puis détermine $A \cap B$ et $A \cup B$.

a)



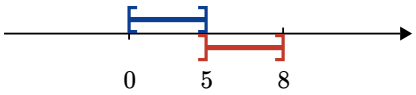
$A \cap B$: les nombres dans A **et** dans B, là où les deux traits se superposent.
De 1 (inclus dans les deux) à 3 (exclu de A).
$A \cap B = [1\,;\,3[$
$A \cup B$: les nombres dans A **ou** dans B, tout ce qui est tracé.
De -4 (inclus dans A) à 6 (inclus dans B).
$A \cup B = [-4\,;\,6]$

b)



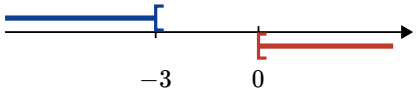
$A \cap B$: les nombres dans A **et** dans B, là où les deux traits se superposent.
De -1 (exclu de B) à 2 (inclus dans les deux).
$A \cap B =]-1\,;\,2]$
$A \cup B$: les nombres dans A **ou** dans B, tout ce qui est tracé.
A couvre tout jusqu'à 2, B tout à partir de -1 : ensemble, toute la droite.
$A \cup B = \mathbb{R}$

c)



$A \cap B$: les nombres dans A **et** dans B, là où les deux traits se superposent.
5 est dans A, mais pas dans B : rien en commun.
$A \cap B = \varnothing$
$A \cup B$: les nombres dans A **ou** dans B, tout ce qui est tracé.
Les traits se touchent en 5, qui est dans A : la réunion se recolle.
$A \cup B = [0\,;\,8]$

d)



$A \cap B$: les nombres dans A **et** dans B, là où les deux traits se superposent.

Les deux traits ne se touchent pas : rien en commun.

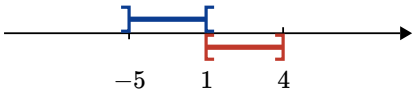
$A \cap B = \varnothing$

$A \cup B$: les nombres dans A **ou** dans B, tout ce qui est tracé.

Il manque $[-3\,;\,0[$: la réunion ne se simplifie pas.

$A \cup B =]-\infty\,;\,-3[\cup [0\,;\,+\infty[$

e)



$A \cap B$: les nombres dans A **et** dans B, là où les deux traits se superposent.

1 est exclu de A : rien en commun.

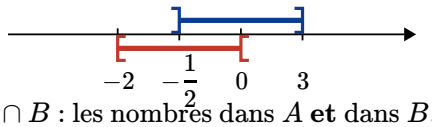
$A \cap B = \varnothing$

$A \cup B$: les nombres dans A **ou** dans B, tout ce qui est tracé.

1 est dans B : la réunion se recolle, de -5 (exclu) à 4 (inclus).

$A \cup B =]-5\,;\,4]$

f)



$A \cap B$: les nombres dans A **et** dans B, là où les deux traits se superposent.

De $-\dfrac{1}{2}$ (exclu de A) à 0 (exclu de B).

$A \cap B =]-\dfrac{1}{2}\,;\,0[$

$A \cup B$: les nombres dans A **ou** dans B, tout ce qui est tracé.

De -2 (inclus dans B) à 3 (inclus dans A).

$A \cup B = [-2\,;\,3]$

Exercice 5 – Complémentaire ★★

Détermine le complémentaire $\overline{A}$ de A dans $\mathbb{R}$.

a) On garde ce qui est hors de A : avant -3 et après 4.

-3 et 4 sont dans A : ils sont exclus de $\overline{A}$.

$\overline{A} =]-\infty\,;\,-3[\cup]4\,;\,+\infty[$

b) On garde ce qui est hors de A : tout ce qui est avant 2.

$2 \notin A$, donc $2 \in \overline{A}$: crochet fermé.

$\overline{A} =]-\infty\,;\,2]$

c) On garde ce qui est hors de A : tout ce qui est après 0.

$0 \notin A$, donc $0 \in \overline{A}$: crochet fermé.

$\overline{A} = [0\,;\,+\infty[$

d) On garde ce qui est hors de A : avant -1 et après 5.

$-1 \notin A$, donc $-1 \in \overline{A}$; $5 \in A$, donc $5 \notin \overline{A}$.

Les crochets s'inversent.

$\overline{A} =]-\infty\,;\,-1] \cup]5\,;\,+\infty[$

e) On garde ce qui est hors de A : avant 1, et entre les deux morceaux.
1 et 5 sont dans A : exclus.
$3 \notin A$: inclus.
$\overline{A} =]-\infty\,;\,1[\cup [3\,;\,5[$

f) On garde ce qui est hors de A : entre -2 et 2, un seul intervalle.
$-2 \in A$: exclu.
$2 \notin A$: inclus.
$\overline{A} =]-2\,;\,2]$

Exercice 6 – Traduire et compter ★★

Réponds à chaque question.

a) « Au plus égal à -2 » : $x \leqslant -2$.
Inégalité large : crochet fermé en -2.
$x \in]-\infty\,;\,-2]$

b) $-1 \leqslant x < 4$: -1 inclus, crochet fermé ; 4 exclu, crochet ouvert.
$x \in [-1\,;\,4[$

c) -3 est exclu : le premier entier est -2.
2 est inclus : le dernier entier est 2.
-2, -1, 0, 1, 2 : **5 entiers**.

d) Les bornes $-1{,}5$ et $3{,}5$ ne sont pas des entiers.
Premier entier après $-1{,}5$: -1.
Dernier entier avant $3{,}5$: 3.
-1, 0, 1, 2, 3 : 5 entiers.

e) L'intervalle contient les $x < 7$: 7 est exclu.
Le plus grand entier strictement plus petit que 7 est 6.

Exercice 7 – « Et », « ou » ★★★

Écris l'ensemble des réels x qui vérifient les conditions, avec un intervalle, une réunion, $\varnothing$ ou $\mathbb{R}$.

a) « Et » : les deux conditions à la fois, c'est une intersection.
x va de -1 (inclus) à 4 (exclu) : $[-1\,;\,4[$

b) « Ou » : l'une ou l'autre condition, c'est une réunion.
$x < -2$ donne $]-\infty\,;\,-2[$, $x \geqslant 3$ donne $[3\,;\,+\infty[$.
$]-\infty\,;\,-2[\cup [3\,;\,+\infty[$

c) Aucun réel n'est à la fois plus grand que 5 et plus petit que 1 : $\varnothing$.

d) « Ou » : une réunion.
Un réel $x \leqslant 2$ vérifie la première condition.
Un réel $x > 2$ vérifie $x > -1$, la seconde.
Tous les réels conviennent : $\mathbb{R}$.

e) « Et » : on garde la partie commune.
Si $x \geqslant 2$, alors $x > -3$ est vrai d'office ; il reste $x \leqslant 5$.
$2 \leqslant x \leqslant 5$: $[2\,;\,5]$

f) On résout la première condition.
$2x - 1 > 3 \iff 2x > 4$ (on ajoute 1).
$\iff x > 2$ (on divise par $2 > 0$, le sens est conservé).
« Et » $x \leqslant 7$: $2 < x \leqslant 7$, soit $]2\,;\,7]$

Exercice 8 – Trois ensembles ★★★

On pose $A = [-5\,;\,2]$, $B =]0\,;\,6[$ et $C = [4\,;\,8]$. Détermine :

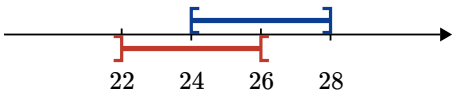
a) Partie commune : de 0 (exclu de B) à 2 (inclus dans les deux).
$A \cap B =]0\,;\,2]$

b) On ajoute C à $A \cap B$: C commence à 4, après 2.
On ne recolle pas : 3, par exemple, n'est dans aucun des deux.
$(A \cap B) \cup C =]0\,;\,2] \cup [4\,;\,8]$

c) A s'arrête à 2 et C commence à 4 : rien en commun.
$A \cap C = \varnothing$

d) On garde ce qui est hors de B : avant 0 et après 6.
0 et 6 sont exclus de B : ils sont dans $\overline{B}$.
$\overline{B} =]-\infty\,;\,0] \cup [6\,;\,+\infty[$

Exercice 9 – L'aquarium ★★★



1. A : « inclus », crochets fermés : $I = [24\,;\,28]$.
   B : « strictement », crochets ouverts : $J =]22\,;\,26[$.

2. Il faut être dans I **et** dans J : c'est $I \cap J$.
   Partie commune : de 24 (dans les deux) à 26 (exclu de J).
   $I \cap J = [24\,;\,26[$: de 24 °C inclus à 26 °C exclu.

3. Dans I **ou** dans J : c'est $I \cup J$.
   Les deux se chevauchent : de 22 (exclu de J) à 28 (inclus dans I).
   $I \cup J =]22\,;\,28]$: plus de 22 °C et au plus 28 °C.

4. $24 \leqslant 26 \leqslant 28$: $26 \in I$.
   J est ouvert en 26 : $26 \notin J$.
   À 26 °C, seul le poisson A vit bien.

5. C : $K = [27\,;\,30]$.
   J s'arrête à 26 (exclu), K commence à 27 : $J \cap K = \varnothing$.
   Aucune température ne convient aux deux : c'est impossible.

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) *Toujours ouvert devant l'infini.*
$x \in]2\,;\,+\infty[$

b) *Inégalité stricte en -1 : crochet ouvert.*
$x \in]-1\,;\,3]$

c) *La plus petite borne à gauche.*
$x \in]-\infty\,;\,-4]$

d) 3 *est exclu du second intervalle.*
L'intersection est $\varnothing$.

e) 0 *est un nombre, pas un ensemble.*
L'intersection est $\varnothing$.

f) *Il manque* $]-1\,;\,2[$.
Par exemple, 0 n'est dans aucun des deux intervalles.
La réunion ne se simplifie pas.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. $x \in]-2\,;\,5]$ signifie :

Réponse C : $-2 < x \leqslant 5$
Ouvert en -2 : -2 exclu ; fermé en 5 : 5 inclus.

2. $[-3\,;\,4] \cap]1\,;\,9]$ est égal à :

Réponse A : $]1\,;\,4]$
Zone commune de 1 à 4 ; 1 est exclu de B, 4 est dans les deux.

3. $[0\,;\,2] \cup]2\,;\,5]$ est égal à :

Réponse D : $[0\,;\,5]$
2 est dans le premier intervalle : la réunion se recolle.

4. Le complémentaire de $[-6\,;\,1]$ dans $\mathbb{R}$ est :

Réponse B : $]-\infty\,;\,-6[\cup]1\,;\,+\infty[$
Les bornes, incluses dans l'intervalle, sont exclues du complémentaire ; « ou » : réunion.

5. Combien d'entiers l'intervalle $[-2\,;\,3[$ contient-il ?

Réponse D : 5
-2, -1, 0, 1, 2 : 3 est exclu.

6. $x \geqslant 3$ se traduit par :

Réponse A : $x \in [3\,;\,+\infty[$
Inégalité large : crochet fermé en 3 ; toujours ouvert devant $+\infty$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).