Corrigé – Inéquations

Mathématiques – Troisième

Équations et inéquations · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Tester un nombre ★

Calcule séparément les deux membres, puis dis si l'inégalité obtenue est vraie.

a) À gauche : $2 \times 3 + 1 = 7$.
À droite : 5.
$7 > 5$ est vraie : 3 est solution.

b) À gauche : $4 \times (-2) - 1 = -9$.
À droite : -2.
$-9 \geqslant -2$ est fausse ($-9 < -2$) : -2 n'est pas solution.

c) À gauche : $5 - 0 = 5$.
À droite : $2 \times 0 + 5 = 5$.
$5 \leqslant 5$ est vraie : 0 est solution.

d) À gauche : $3 \times 4 - 2 = 10$.
À droite : 10.
$10 < 10$ est fausse ($10 \geqslant 10$) : 4 n'est pas solution.

e) À gauche : $-3 \times (-1) + 2 = 5$.
À droite : 4.
$5 > 4$ est vraie : -1 est solution.

f) À gauche : $6 \times 0{,}5 - 4 = -1$.
À droite : $0{,}5$.
$-1 \leqslant 0{,}5$ est vraie : $0{,}5$ est solution.

g) À gauche : $(-3)^2 = 9$.
À droite : $2 \times (-3) + 10 = 4$.
$9 > 4$ est vraie : -3 est solution.

h) À gauche : $2\,(2{,}5 - 1) = 3$.
À droite : 4.
$3 \geqslant 4$ est fausse ($3 < 4$) : $2{,}5$ n'est pas solution.

Exercice 2 – Résoudre : coefficient positif ★

Résous chaque inéquation. Ici, le sens ne change jamais.

a) $x + 6 < 2$
$\iff x < 2 - 6$ *(on soustrait 6)*
$\iff x < -4$
Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à -4 : $x < -4$.

b) $x - 3 \geqslant -8$

$\iff x \geqslant -8 + 3$ *(on ajoute 3)*

$\iff x \geqslant -5$

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à -5 : $x \geqslant -5$.

c) $4x > -28$

$\iff x > \dfrac{-28}{4}$ *(on divise par $4 > 0$: le sens ne change pas)*

$\iff x > -7$

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à -7 : $x > -7$.

d) $\dfrac{x}{5} \leqslant 3$

$\iff x \leqslant 3 \times 5$ *(on multiplie par $5 > 0$)*

$\iff x \leqslant 15$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 15 : $x \leqslant 15$.

e) $3x + 4 > 19$

$\iff 3x > 15$ *(on soustrait 4)*

$\iff x > 5$ *(on divise par 3)*

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à 5 : $x > 5$.

f) $2x - 7 \leqslant 0$

$\iff 2x \leqslant 7$ *(on ajoute 7)*

$\iff x \leqslant \dfrac{7}{2}$ *(on divise par 2)*

$\iff x \leqslant 3{,}5$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à $3{,}5$: $x \leqslant 3{,}5$.

g) $5x + 1 \geqslant 1$

$\iff 5x \geqslant 0$ *(on soustrait 1)*

$\iff x \geqslant 0$ *(on divise par 5)*

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 0 : $x \geqslant 0$.

h) $10x - 3 < 1$

$\iff 10x < 4$ *(on ajoute 3)*

$\iff x < \dfrac{4}{10}$ *(on divise par 10)*

$\iff x < 0{,}4$

Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à $0{,}4$: $x < 0{,}4$.

Exercice 3 – Diviser par un nombre négatif ★

Résous. Regarde le signe du nombre par lequel tu divises avant d'écrire le sens.

a) $-2x < 8$

$\iff x > \dfrac{8}{-2}$ *(on divise par $-2 < 0$: le sens change)*

$\iff x > -4$

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à -4 : $x > -4$.

b) $-5x \geqslant -15$

$\iff x \leqslant \dfrac{-15}{-5}$ *(on divise par $-5 < 0$: le sens change)*

$\iff x \leqslant 3$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 3 : $x \leqslant 3$.

c) $-x > 4$

$\iff x < -4$ *(on multiplie par $-1 < 0$: le sens change)*

Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à -4 : $x < -4$.

d) $3 - x \leqslant 1$

$\iff -x \leqslant -2$ *(on soustrait 3)*

$\iff x \geqslant 2$ *(on multiplie par -1 : le sens change)*

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 2 : $x \geqslant 2$.

e) $-4x + 1 > 9$

$\iff -4x > 8$ *(on soustrait 1)*

$\iff x < \dfrac{8}{-4}$ *(on divise par $-4 < 0$: le sens change)*

$\iff x < -2$

Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à -2 : $x < -2$.

f) $3x \leqslant -12$

$\iff x \leqslant \dfrac{-12}{3}$ *(on divise par $3 > 0$: le sens NE change PAS)*

$\iff x \leqslant -4$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à -4 : $x \leqslant -4$.

g) $-\dfrac{x}{2} \geqslant 3$

$\iff x \leqslant 3 \times (-2)$ *(on multiplie par $-2 < 0$: le sens change)*

$\iff x \leqslant -6$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à -6 : $x \leqslant -6$.

h) $-0{,}5x + 2 \leqslant 4$

$\iff -0{,}5x \leqslant 2$ *(on soustrait 2)*

$\iff x \geqslant \dfrac{2}{-0{,}5}$ *(on divise par $-0{,}5 < 0$: le sens change)*

$\iff x \geqslant -4$

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à -4 : $x \geqslant -4$.

Exercice 4 – x des deux côtés, parenthèses ★★

Développe si besoin, regroupe les x d'un côté et les nombres de l'autre, puis résous.

a) $7x - 3 > 4x + 9$

$\iff 7x - 4x > 9 + 3$ *(on soustrait $4x$, on ajoute 3)*

$\iff 3x > 12$

$\iff x > 4$ *(on divise par 3)*

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à 4 : $x > 4$.

b) $2x + 5 \leqslant 6x - 7$

$\iff 2x - 6x \leqslant -7 - 5$ *(on soustrait $6x$ et 5)*

$\iff -4x \leqslant -12$

$\iff x \geqslant 3$ *(on divise par -4 : le sens change)*

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 3 : $x \geqslant 3$.

c) $3(x - 2) < 5x + 4$

$\iff 3x - 6 < 5x + 4$ *(on développe)*

$\iff 3x - 5x < 4 + 6$ *(on soustrait $5x$, on ajoute 6)*

$\iff -2x < 10$

$\iff x > -5$ *(on divise par -2 : le sens change)*

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à -5 : $x > -5$.

d) $4 - (2x + 1) \geqslant x$

$\iff 4 - 2x - 1 \geqslant x$ *(le signe $-$ change les deux signes)*

$\iff 3 - 2x \geqslant x$

$\iff -3x \geqslant -3$ *(on soustrait x et 3)*

$\iff x \leqslant 1$ *(on divise par -3 : le sens change)*

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 1 : $x \leqslant 1$.

e) $0{,}5x + 2 > 1{,}5x - 1$

$\iff 0{,}5x - 1{,}5x > -1 - 2$ *(on soustrait $1{,}5x$ et 2)*

$\iff -x > -3$

$\iff x < 3$ *(on multiplie par -1 : le sens change)*

Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à 3 : $x < 3$.

f) $3x - 1 < 3(x - 2)$

$\iff 3x - 1 < 3x - 6$ *(on développe)*

$\iff -1 < -6$ *(on soustrait $3x$)*

Cette inégalité est fausse, quel que soit x.

Aucun nombre n'est solution.

Exercice 5 – Droite graduée ★★

Pour a), b) et c) : résous, puis représente les solutions sur une droite graduée. Pour d) et e) : écris l'inéquation dont la droite graduée montre les solutions.

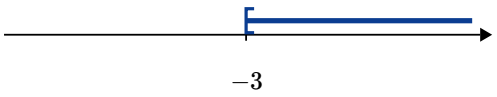
a) $-2x + 1 \leqslant 7$

$\iff -2x \leqslant 6$ *(on soustrait 1)*

$\iff x \geqslant -3$ *(on divise par -2 : le sens change)*

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à -3 : $x \geqslant -3$.

Sur la droite graduée, -3 est compris : crochet tourné vers les solutions.



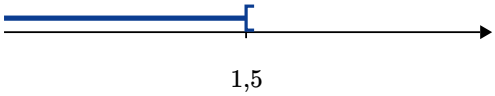
b) $4x - 3 < 2x$

$\iff 2x < 3$ *(on soustrait $2x$, on ajoute 3)*

$\iff x < 1{,}5$ *(on divise par 2)*

Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à 1,5 : $x < 1{,}5$.

Sur la droite graduée, 1,5 est exclu : crochet tourné vers l'extérieur.



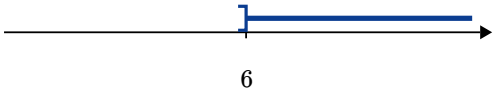
c) $\dfrac{x}{3} - 1 > 1$

$\iff \dfrac{x}{3} > 2$ *(on ajoute 1)*

$\iff x > 6$ *(on multiplie par 3)*

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à 6 : $x > 6$.

Sur la droite graduée, 6 est exclu : crochet tourné vers l'extérieur.



d) Le trait part de 2 vers la droite et le crochet est tourné vers l'extérieur : 2 est exclu.

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à 2 : $x > 2$.

e) Le trait part de -1 vers la gauche et le crochet est tourné vers les solutions : -1 est compris.

Les solutions sont les nombres inférieurs ou égaux à -1 : $x \leqslant -1$.

Exercice 6 – Entiers solutions ★★

Résous l'inéquation, puis réponds.

a) $2x + 3 < 13$

$\iff 2x < 10$ *(on soustrait 3)*

$\iff x < 5$ *(on divise par 2)*

Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à 5 : $x < 5$.

4 est solution et 5 ne l'est pas : le plus grand entier solution est 4.

b) $3x - 1 \geqslant 7$

$\iff 3x \geqslant 8$ *(on ajoute 1)*

$\iff x \geqslant \dfrac{8}{3}$ *(on divise par 3)*

$\dfrac{8}{3} \approx 2{,}67$.

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à $\dfrac{8}{3}$: $x \geqslant \dfrac{8}{3}$.

3 est solution et 2 ne l'est pas : le plus petit entier solution est 3.

c) $-5x > 12$

$\iff x < \dfrac{12}{-5}$ *(on divise par -5 : le sens change)*

$\iff x < -2{,}4$

Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à $-2{,}4$: $x < -2{,}4$.

-3 est solution et -2 ne l'est pas : le plus grand entier solution est -3.

d) $4x + 2 > 2x - 5$

$\iff 2x > -7$ *(on soustrait $2x$ et 2)*

$\iff x > -3{,}5$ *(on divise par 2)*

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à $-3{,}5$: $x > -3{,}5$.

-3 est solution et -4 ne l'est pas : le plus petit entier solution est -3.

e) $\dfrac{x}{4} \leqslant 2{,}5$

$\iff x \leqslant 2{,}5 \times 4$ *(on multiplie par 4)*

$\iff x \leqslant 10$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 10 : $x \leqslant 10$.

10 est solution et 11 ne l'est pas : le plus grand entier solution est 10.

Exercice 7 – Niveau brevet ★★★

Développe et réduis avec soin, puis résous.

a) $(x+3)^2 - x^2 > 2x + 1$

$\iff x^2 + 6x + 9 - x^2 > 2x + 1$ *(identité remarquable)*

$\iff 6x + 9 > 2x + 1$ *(on réduit)*

$\iff 4x > -8$ *(on soustrait $2x$ et 9)*

$\iff x > -2$ *(on divise par 4)*

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à -2 : $x > -2$.

b) $\dfrac{x}{2} - \dfrac{x+1}{3} \leqslant 1$

$\iff 3x - 2(x+1) \leqslant 6$ *(on multiplie chaque terme par $6 > 0$)*

$\iff 3x - 2x - 2 \leqslant 6$ *(on développe)*

$\iff x - 2 \leqslant 6$ *(on réduit)*

$\iff x \leqslant 8$ *(on ajoute 2)*

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 8 : $x \leqslant 8$.

c) $2(3-x) - 4(x+1) \geqslant x + 9$

$\iff 6 - 2x - 4x - 4 \geqslant x + 9$ *(on développe : $-4 \times 1 = -4$)*

$\iff 2 - 6x \geqslant x + 9$ *(on réduit)*

$\iff -7x \geqslant 7$ *(on soustrait x et 2)*

$\iff x \leqslant -1$ *(on divise par -7 : le sens change)*

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à -1 : $x \leqslant -1$.

Exercice 8 – La location de vélo ★★★

1. Le prix est l'inscription plus 2,50 € par heure : $2{,}5h + 4$.

2. Le prix doit être inférieur ou égal à 20 € : $2{,}5h + 4 \leqslant 20$.$2{,}5h + 4 \leqslant 20$

$\iff 2{,}5h \leqslant 16$ *(on soustrait 4)*

$\iff h \leqslant \dfrac{16}{2{,}5}$ *(on divise par $2{,}5 > 0$)*

$\iff h \leqslant 6{,}4$

3. Le plus grand entier inférieur ou égal à 6,4 est 6.
   Vérification : $2{,}5 \times 6 + 4 = 19$ €, et $19 \leqslant 20$; pour 7 heures : $2{,}5 \times 7 + 4 = 21{,}5$ €, c'est trop.
   Léa peut louer le vélo 6 heures au maximum.

Exercice 9 – La moyenne de Tom ★★★

1. La moyenne des trois notes est $\dfrac{11+14+n}{3} = \dfrac{25+n}{3}$; « au moins 13 » se traduit par $\geqslant 13$.
   $\dfrac{25+n}{3} \geqslant 13$
   $\iff 25 + n \geqslant 39$ *(on multiplie par $3 > 0$)*
   $\iff n \geqslant 14$ *(on soustrait 25)*

2. Tom doit avoir au moins 14 au troisième contrôle.
   Vérification : $\dfrac{11+14+14}{3} = \dfrac{39}{3} = 13$.

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) *On divise par -3, un nombre négatif : le sens change.* $-3x < 12$
   $\iff x > \dfrac{12}{-3}$ *(on divise par -3 : le sens change)*
   $\iff x > -4$
Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à -4 : $x > -4$.

b) *On divise par 2, un nombre positif : le sens ne change pas, même si -10 est négatif.* $2x > -10$
   $\iff x > \dfrac{-10}{2}$ *(on divise par $2 > 0$)*
   $\iff x > -5$
Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à -5 : $x > -5$.

c) *Pour enlever $+5$, on soustrait.* $5.x + 5 \geqslant 2$
   $\iff x \geqslant 2 - 5$ *(on soustrait 5)*
   $\iff x \geqslant -3$
Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à -3 : $x \geqslant -3$.

d) *L'inégalité est stricte : 9 n'est pas solution.* $x < 9$ est juste, mais $4 \times 9 = 36$ et $36 < 36$ est faux.
Le plus grand entier solution est 8.

e) $-2 \times (+1) = -2$ *: on obtient* $5 - 2x - 2.5 - 2(x+1) > x$
   $\iff 5 - 2x - 2 > x$ *(on développe)*
   $\iff 3 - 2x > x$
   $\iff -3x > -3$ *(on soustrait x et 3)*
   $\iff x < 1$ *(on divise par -3 : le sens change)*
Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à 1 : $x < 1$.

f) *Une inéquation a une infinité de solutions : pas seulement* $3.2x - 1 \geqslant 5$
   $\iff 2x \geqslant 6$ *(on ajoute 1)*
   $\iff x \geqslant 3$ *(on divise par 2)*
Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 3 : $x \geqslant 3$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Les solutions de $-2x > 6$ sont les nombres tels que :

Réponse B : $x < -3$

On divise par -2, négatif : le sens change. $x < \dfrac{6}{-2}$, soit $x < -3$.

2. Le plus grand entier solution de $3x < 15$ est :

Réponse D : 4

$x < 5$, strictement : 5 n'est pas solution, 4 l'est.

3. Quel nombre est solution de $5 - x \geqslant 2$?

Réponse A : 3

$-x \geqslant -3$, donc $x \leqslant 3$: 3 est solution (inégalité large).

4. Les solutions de $x + 4 \leqslant 1$ sont les nombres tels que :

Réponse C : $x \leqslant -3$

On soustrait 4, le sens ne change pas, et l'inégalité reste large.

5. L'inéquation $2(x + 3) > 2x + 1$:

Réponse D : a pour solutions tous les nombres

$2x + 6 > 2x + 1$ donne $6 > 1$, toujours vrai.

6. Un taxi facture 4 € de prise en charge, puis 2 € par kilomètre. Avec 30 €, on peut parcourir au plus :

Réponse A : 13 km

$4 + 2d \leqslant 30$, donc $2d \leqslant 26$ et $d \leqslant 13$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).