Inéquations produit et inéquations quotient – exercices

Mathématiques – Seconde

Étude de signe et tableaux de signes · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- On ne divise jamais par une expression en x : $x^2 \geqslant 3x$ ne donne pas $x \geqslant 3$ (on perd des solutions).
- Une valeur interdite n'est **jamais** solution : crochet ouvert, même avec $\geqslant$ ou $\leqslant$.
- Avec $\geqslant$ ou $\leqslant$, les zéros du numérateur sont solutions : crochets fermés.
- $\dfrac{x+2}{x-1} \geqslant 2$: on ne multiplie pas par $x-1$; on passe tout à gauche et on réduit au même dénominateur.
- $x^2 < 25$ ne donne pas $x < 5$: on factorise, $(x-5)(x+5) < 0$.
- On compare à 0 **avant** de lire les signes : $(x-2)^2 > 9$ se transforme en $(x-5)(x+1) > 0$.

Exercice 1 – Inéquations produit ★

Résous avec un tableau de signes.

a) $(x-2)(x+3) > 0$

b) $(2x-4)(x+1) \geqslant 0$

c) $(3-x)(x+5) < 0$

d) $x(x-4) \leqslant 0$

e) $(-2x+1)(x+2) \geqslant 0$

f) $(x+1)(x+6) < 0$

g) $(5-x)(2x+3) > 0$

h) $(4x-2)(3-x) \leqslant 0$

Exercice 2 – Inéquations quotient ★

Donne la valeur interdite, puis résous avec un tableau de signes.

a) $\dfrac{x-1}{x+2} \geqslant 0$

b) $\dfrac{2x+6}{x-4} < 0$

c) $\dfrac{3-x}{x+1} \leqslant 0$

d) $\dfrac{x}{2x-5} > 0$

e) $\dfrac{4-2x}{x+3} \geqslant 0$

f) $\dfrac{1}{x-2} > 0$

g) $\dfrac{-3}{x+4} \leqslant 0$

h) $\dfrac{x+1}{-x} \geqslant 0$

Exercice 3 – Lire le signe sur une courbe ★

La courbe C_f ci-contre représente une fonction f définie sur $[-2{,}5\,;\,3{,}5]$. Réponds par lecture graphique.

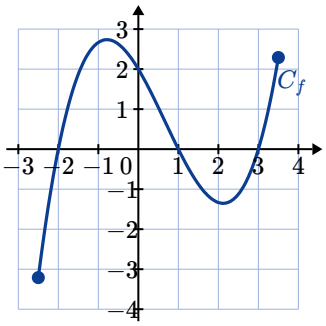
a) Résous $f(x) = 0$.

b) Résous $f(x) > 0$.

c) Résous $f(x) \leqslant 0$.

d) Signe de $f(0)$ et de $f(2)$

e) Dresse le tableau de signes de f sur $[-2{,}5\,;\,3{,}5]$.



Exercice 4 – Factoriser d'abord ★★

Tout à gauche, factorise, puis résous avec un tableau de signes. *Ne divise pas par x.*

a) $x^2 < 9$

b) $x^2 \geqslant 5x$

c) $(x+1)^2 > 4$

d) $4x^2 - 1 \leqslant 0$

e) $(2x-1)(x+3) \geqslant (2x-1)(5-x)$

f) $x^3 > 4x$

Exercice 5 – Tout passer du même côté ★★

Valeur interdite, tout à gauche, même dénominateur, puis tableau de signes. *Ne multiplie pas par le dénominateur.*

a) $\dfrac{2x+1}{x-3} \geqslant 1$

b) $\dfrac{x+5}{x+2} < 3$

c) $\dfrac{1}{x} > 2$

d) $\dfrac{3}{x-1} \leqslant 1$

e) $\dfrac{x}{x+2} \geqslant -1$

f) $\dfrac{2x-1}{x+4} > 2$

Exercice 6 – Produits et quotients mélangés ★★

Résous avec un tableau de signes complet.

a) $\dfrac{(x-1)(x+2)}{x-3} \geqslant 0$

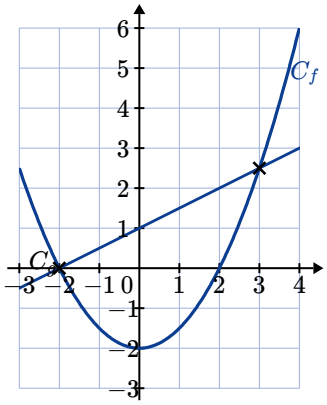
b) $(x+3)^2(2-x) > 0$

c) $-2(x+1)(x-4) \leqslant 0$

d) $\left(x^2+1\right)(3x-6) < 0$

e) $\dfrac{5-x}{(x+1)(x-2)} \geqslant 0$

Exercice 7 – Position relative de deux courbes ★★★



On a tracé ci-contre, sur $[-3\,;\,4]$, la courbe C_f de $f(x) = \dfrac{x^2}{2} - 2$ et la droite C_g de $g(x) = \dfrac{x}{2} + 1$.

1. Lis les abscisses des points d'intersection.
2. Par lecture, sur quel ensemble C_f est-elle au-dessus de C_g ?
3. Montre que $f(x) - g(x) = \dfrac{1}{2}(x+2)(x-3)$.
4. Dresse le tableau de signes de $f(x) - g(x)$ sur $\mathbb{R}$, puis conclus.

Exercice 8 – Inéquations rédigées ★★★

Résous. Rédige chaque étape.

a) $\dfrac{x-3}{x+1} \leqslant \dfrac{x+3}{x-1}$

b) $(x+2)^2 \geqslant (2x-1)^2$

c) $x^2\,(x-2) \leqslant 9\,(x-2)$

d) $\dfrac{1}{x} \leqslant x$

Exercice 9 – Le rectangle ★★★

Un rectangle a pour côtés x et $x+2$, en cm, avec $x > 0$.

1. Exprime son aire $A(x)$.
2. Vérifie que $x^2 + 2x - 15 = (x+5)(x-3)$.
3. Pour quelles valeurs de x l'aire est-elle strictement supérieure à 15 cm² ?

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) $x^2 \geqslant 7x \iff x \geqslant 7$ (en divisant par x).

b) $\dfrac{x-4}{x+1} \geqslant 0 : S =]-\infty\,;\,-1] \cup [4\,;\,+\infty[$.

c) $x^2 < 36 \iff x < 6$.

d) $\dfrac{x+3}{x-2} \geqslant 2 \iff x+3 \geqslant 2x-4 \iff x \leqslant 7$.

e) $(x-1)(x+5) < 0 : S = [-5\,;\,1]$.

f) $(x-3)^2 > 16 \iff x-3 > 4 \iff x > 7$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. L'ensemble des solutions de $(x-2)(x+5) \leqslant 0$ est :

   A $]-5\,;\,2[$ **B** $]-\infty\,;\,-5] \cup [2\,;\,+\infty[$ **C** $[-5\,;\,2]$ **D** $[-2\,;\,5]$

2. L'ensemble des solutions de $\dfrac{x+1}{x-3} \geqslant 0$ est :

   A $]-\infty\,;\,-1]\cup]3\,;\,+\infty[$ **B** $]-\infty\,;\,-1]\cup[3\,;\,+\infty[$ **C** $[-1\,;\,3[$ **D** $[-1\,;\,+\infty[$

3. L'ensemble des solutions de $x^2 \geqslant 4x$ est :

   A $[4\,;\,+\infty[$ **B** $[0\,;\,4]$ **C** $]-\infty\,;\,-2]\cup[2\,;\,+\infty[$ **D** $]-\infty\,;\,0]\cup[4\,;\,+\infty[$

4. $\dfrac{x}{x-1} < 1$ équivaut à :

   A $x < x-1$ **B** $\dfrac{1}{x-1} < 0$ **C** $\dfrac{2x-1}{x-1} < 0$ **D** $\dfrac{x-1}{x-1} < 0$

5. L'ensemble des solutions de $x^2 < 16$ est :

   A $]-\infty\,;\,4[$ **B** $]-\infty\,;\,-4[\cup]4\,;\,+\infty[$ **C** $[-4\,;\,4]$ **D** $]-4\,;\,4[$

6. L'ensemble des solutions de $(x+3)^2(x-1) \geqslant 0$ est :

   A $\{-3\}\cup[1\,;\,+\infty[$ **B** $[1\,;\,+\infty[$ **C** $[-3\,;\,+\infty[$ **D** $]-\infty\,;\,-3]\cup[1\,;\,+\infty[$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).