Image, antécédent, ensemble de définition – exercices

Mathématiques – Seconde

Généralités sur les fonctions · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- $(-5)^2 = 25$ mais $-5^2 = -25$: on met des parenthèses autour d'un nombre négatif.
- L'image d'un nombre est unique ; un nombre peut avoir zéro, un ou plusieurs antécédents : on les donne **tous**.
- $x^2 = 49$ a deux solutions, 7 et -7 ; $x^2 = -1$ n'en a aucune.
- « $f(1) = 5$ » : 5 est l'image de 1, et 1 est un antécédent de 5.
- Ensemble de définition : dénominateur $\neq 0$, sous la racine $\geqslant 0$; avec les deux, on garde les deux conditions.
- $A(a\,;\,b)$ est sur $\mathcal{C}_f$ si $f(a) = b$: on compare $f(a)$ avec l'**ordonnée** de A.

Exercice 1 – Calculer une image ★

On donne $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ et $g(x) = \dfrac{4 - x}{x + 2}$. Calcule :

a) $f\,(2)$

b) $f\,(-1)$

c) $f\,(-3)$

d) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$

e) $f\left(\sqrt{2}\right)$

f) $g\,(0)$

g) $g\,(-1)$

h) $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$

i) $g\,(-5)$

j) $g(-2)$

Exercice 2 – Chercher les antécédents ★

Détermine tous les antécédents de k par la fonction donnée. Écris l'équation, puis résous-la.

a) $f(x) = 3x - 7$; $k = 5$

b) $g(x) = -2x + 1$; $k = -4$

c) $h(x) = \dfrac{x}{3} + 2$; $k = 0$

d) $u(x) = x^2$; $k = 16$

e) $v(x) = x^2$; $k = -9$

f) $w(x) = x^2 + 3$; $k = 3$

g) $r(x) = x^2 - 5$; $k = 2$

Exercice 3 – Le vocabulaire ★

Traduis chaque phrase par une égalité, ou chaque égalité par une phrase avec « image » et « antécédent ».

a) « L'image de -1 par f est 4. »

b) $g(3) = 0$

c) « 7 est un antécédent de 2 par h. »

d) $f(0) = -5$

e) « Le point $B(2\,;\,-3)$ est sur la courbe de f. »

f) « 1 a deux antécédents par f : -4 et 4. »

Exercice 4 – Antécédents : produit nul et carrés ★★

Détermine tous les antécédents de k.

a) $f(x) = (x-2)(x+5)$; $k = 0$

b) $g(x) = x^2 + 4x$; $k = 0$

c) $h(x) = (x+1)^2$; $k = 9$

d) $u(x) = 2x^2 + 1$; $k = 19$

e) $v(x) = (2x-1)(x+3)$; $k = -3$

f) $w(x) = \dfrac{6}{x}$; $k = -4$

Exercice 5 – Un tableau de valeurs ★★

On donne $h(x) = -x^2 + 4x + 1$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
$h(x)$							

1. Complète le tableau de valeurs.
2. Lis dans le tableau l'image de 3 et deux antécédents de -4.
3. Le tableau montre deux antécédents de 4. Vérifie que $-x^2 + 4x - 3 = -(x-1)(x-3)$, puis démontre par le calcul qu'il n'y en a pas d'autre.

Exercice 6 – Le point est-il sur la courbe ? ★★

$\mathcal{C}_f$ est la courbe de $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Dis si chaque point appartient à $\mathcal{C}_f$; justifie par un calcul.

a) $A\,(-1\,;\,6)$

b) $B\,(3\,;\,1)$

c) $C\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{3}{4}\right)$

d) $D\,(-2\,;\,0)$

e) $E\left(\sqrt{2}\,;\,4 - 3\sqrt{2}\right)$

Exercice 7 – Ensemble de définition ★★

Détermine l'ensemble de définition de chaque fonction.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$

b) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+4}$

c) $f(x) = \sqrt{x-2}$

d) $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$

e) $f(x) = x^2 - 3x + 7$

f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x - 4}$

g) $f(x) = \sqrt{x + 1} + \dfrac{1}{x}$

Exercice 8 – Une fonction de bout en bout ★★★

On donne $f(x) = (x - 3)^2 - 4$, définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calcule $f(0)$, $f(-1)$ et $f(3 + \sqrt{2})$.
2. Développe $f(x)$ et $(x - 1)(x - 5)$. Déduis-en les antécédents de 0.
3. Détermine les antécédents de -4, de 5, puis de -6.
4. Les points $A(7\,;\,12)$ et $B(-2\,;\,20)$ sont-ils sur la courbe de f ?

Exercice 9 – Une fonction quotient ★★★

On donne $g(x) = \dfrac{2x + 1}{x - 1}$.

1. Détermine l'ensemble de définition de g.
2. Calcule $g(0)$, $g(-2)$ et $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$.
3. Détermine le ou les antécédents de 3.
4. Le nombre 2 a-t-il un antécédent ?

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) $f(x) = x^2 + 1$: $f(-3) = -3^2 + 1 = -8$

b) $f(x) = x^2$: l'antécédent de 25 est 5.

c) $f(x) = x^2 + 4$: $f(x) = 0 \iff x^2 = -4 \iff x = -2$

d) $f(2) = 7$, donc 2 est l'image de 7.

e) $f(x) = \dfrac{3}{x + 2}$: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

f) $f(x) = \sqrt{x - 4}$: $D_f =]4\,;\,+\infty[$

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. $f(x) = 3 - x^2$. L'image de -2 est :

   A 7 **B** 1 **C** -1 **D** 5

2. Par la fonction carré, les antécédents de 9 sont :

   A -3 et 3 **B** 3 seulement **C** 81 **D** il n'y en a pas

3. L'ensemble de définition de $f(x) = \dfrac{1}{x + 5}$ est :

   A $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ **B** $]-5\,;\,+\infty[$ **C** $\mathbb{R}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$

4. L'ensemble de définition de $f(x) = \sqrt{2x - 6}$ est :

   A $]3\,;\,+\infty[$ **B** $[3\,;\,+\infty[$ **C** $]-\infty\,;\,3]$ **D** $[6\,;\,+\infty[$

5. On sait que $f(4) = -1$. Alors :

   A -1 est un antécédent de 4 **B** 4 est l'image de -1 **C** 4 est le seul antécédent de -1

   D 4 est un antécédent de -1

6. $f(x) = 2x^2 - 1$. Quel point est sur la courbe de f ?

   A $(-2\,;\,7)$ **B** $(-2\,;\,15)$ **C** $(-2\,;\,-9)$ **D** $(7\,;\,-2)$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).