Problèmes : quel théorème ? – exercices

Mathématiques – Troisième

Pythagore, Thalès, trigonométrie · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice autorisée. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

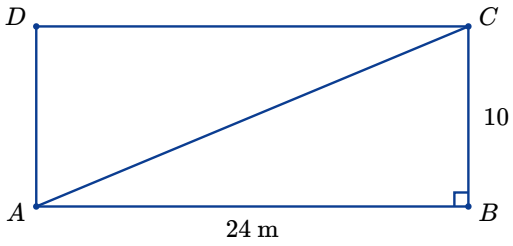
Les pièges de cette fiche

- Angle droit codé, donné ou démontré, et des longueurs : **Pythagore** ; un angle en plus : **trigonométrie**.
- Sans angle droit connu, ni Pythagore ni trigonométrie : on le démontre d'abord (réciproque de Pythagore, angles…).
- Des parallèles et deux sécantes : **Thalès**. Pas de parallèles connues : on les prouve d'abord (réciproque de Thalès).
- La réciproque de Pythagore prouve un **angle droit** ; la réciproque de Thalès prouve un **parallélisme**.
- Un résultat qui resservira se garde en valeur exacte : on n'arrondit que la réponse demandée.
- Même unité partout, et on cite le théorème à chaque question.

Exercice 1 – La diagonale du terrain ★

Un terrain de sport $ABCD$ est un rectangle de 24 m sur 10 m. Un joueur court en ligne droite de A à C.

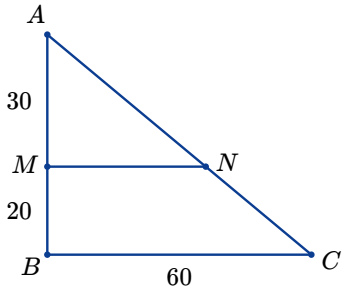
1. Quel outil permet de calculer AC ? Pourquoi ?
2. Calcule AC.
3. Calcule l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré. Quel outil utilises-tu ?



Exercice 2 – Le support d'étagère ★

Le support d'une étagère a la forme du triangle ABC (longueurs en cm). Une barre $[MN]$, avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$, est parallèle à $[BC]$.

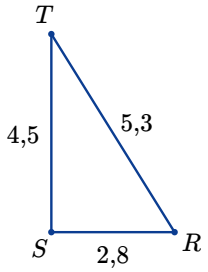
1. Quel outil permet de calculer MN ? Pourquoi ?
2. Calcule AB.
3. Calcule MN.



Exercice 3 – Angle droit ou pas ? ★

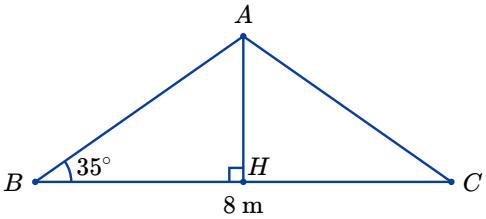
Le triangle RST a pour côtés $RS = 2{,}8$ cm, $ST = 4{,}5$ cm et $RT = 5{,}3$ cm. Aucun angle droit n'est codé.

1. On veut savoir si RST est rectangle. Quel outil utiliser ? Pourquoi ?
2. Le triangle RST est-il rectangle ?
3. Calcule $\widehat{STR}$ au dixième de degré.



Exercice 4 – La pente du toit ★

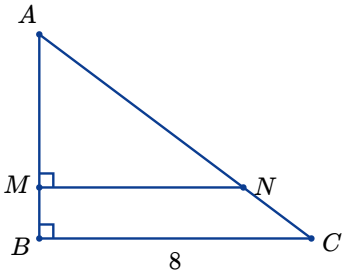
La façade d'une maison se termine par un toit ABC isocèle en A, avec $BC = 8$ m et $\widehat{ABC} = 35°$. H est le milieu de $[BC]$ et $(AH) \perp (BC)$.



1. Quel outil permet de calculer la hauteur AH du toit ? Pourquoi ?
2. Calcule AH au dixième de mètre.
3. Calcule la longueur AB d'un pan du toit au dixième de mètre.

Exercice 5 – Le triangle et la perpendiculaire ★★

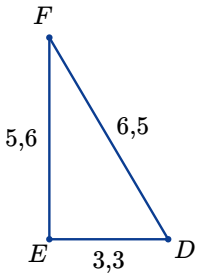
Le triangle ABC est rectangle en B, avec $AB = 6$ cm et $BC = 8$ cm. M est le point de $[AB]$ tel que $AM = 4{,}5$ cm ; la perpendiculaire à (AB) passant par M coupe $[AC]$ en N.



1. Calcule AC en citant l'outil.
2. Explique pourquoi les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
3. Calcule MN et AN.
4. Calcule $\widehat{BAC}$ au dixième de degré.

Exercice 6 – Prouver, puis calculer ★★

Le triangle DEF a pour côtés $DE = 3{,}3$ cm, $EF = 5{,}6$ cm et $DF = 6{,}5$ cm.

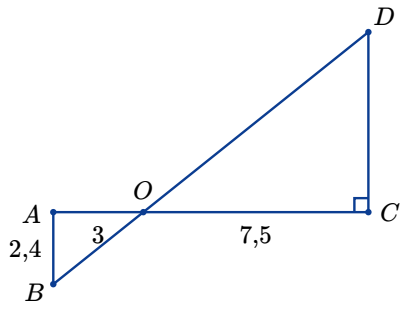


1. Peut-on utiliser directement la trigonométrie dans ce triangle ? Pourquoi ?
2. Démontre que DEF est rectangle.
3. Calcule $\widehat{EDF}$ au dixième de degré.
4. Calcule l'aire du triangle DEF.

Exercice 7 – Le papillon et l'angle ★★

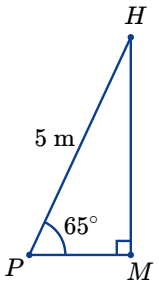
Les droites (AC) et (BD) se coupent en O ; $(AB) \parallel (CD)$ et $(CD) \perp (AC)$. On donne $OA = 3$ cm, $OC = 7{,}5$ cm et $AB = 2{,}4$ cm.

1. Quel outil permet de calculer CD ? Pourquoi ?
2. Calcule CD.
3. Calcule OD au dixième.
4. Calcule $\widehat{COD}$ au dixième de degré.



Exercice 8 – L'échelle contre le mur ★★

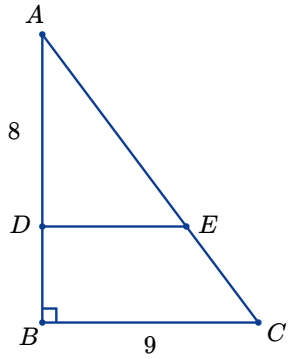
Une échelle $[PH]$ de 5 m est appuyée contre un mur vertical ; le sol est horizontal et l'échelle fait un angle de 65° avec le sol.



1. Quel outil permet de calculer la hauteur MH ? Pourquoi ?
2. Calcule MH au dixième de mètre.
3. Calcule la distance PM du pied de l'échelle au mur, au dixième de mètre.
4. On veut que l'échelle monte à 4,8 m. Quel angle doit-elle faire avec le sol ? Arrondis au dixième de degré.

Exercice 9 – Le parcours ★★★

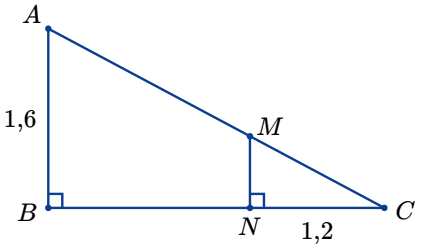
Un parcours de course passe par les points A, B, C, E et D, puis revient en A. Le triangle ABC est rectangle en B, avec $AB = 12$ km et $BC = 9$ km. D est sur $[AB]$ avec $AD = 8$ km, et E est sur $[AC]$ avec $AE = 10$ km.



1. Calcule AC.
2. Démontre que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.
3. Calcule DE.
4. Calcule $\widehat{BAC}$ au dixième de degré.
5. Quelle est la longueur totale du parcours $A \to B \to C \to E \to D \to A$?

Exercice 10 – Le toboggan ★★★

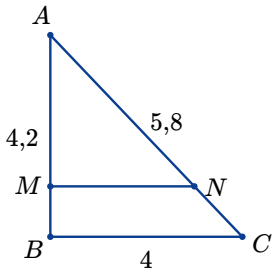
Un toboggan est représenté ci-contre (longueurs en m). L'échelle $[AB]$ est verticale, haute de 1,6 m, et le sol (BC) est horizontal, avec $BC = 3$ m. Une barre de renfort verticale $[MN]$ relie la glissière $[AC]$ au sol, avec $N \in [BC]$ et $CN = 1{,}2$ m.



1. Calcule la longueur AC de la glissière.
2. Calcule l'angle $\widehat{ACB}$ de la glissière avec le sol, au dixième de degré.
3. Calcule la hauteur MN de la barre.
4. Calcule CM.

Exercice 11 – La voile ★★★

La voile d'un bateau est le triangle ABC : le mât $[AB]$ mesure 4,2 m, la bôme $[BC]$ 4 m et le bord $[AC]$ 5,8 m. Une couture $[MN]$ va de $M \in [AB]$ à $N \in [AC]$, avec $AM = 3{,}15$ m et $AN = 4{,}35$ m.



1. Démontre que le mât est perpendiculaire à la bôme.
2. Calcule l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré.
3. La couture $[MN]$ est-elle parallèle à la bôme ?
4. Calcule la longueur de la couture.

Exercice 12 – Trouve l'erreur ★★

Chaque élève s'est trompé d'outil ou l'a mal utilisé. Explique l'erreur, puis corrige (au dixième si besoin).

a) Un triangle ABC a deux angles de $50°$ et $45°$, avec $AB = 4$ cm et $AC = 5$ cm. « D'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = 4^2 + 5^2 = 41$. »

b) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 2$, $AB = 5$, $AN = 2{,}6$, $AC = 6{,}5$, $BC = 4$ (en cm), aucune parallèle donnée. « D'après le théorème de Thalès, $MN = \dfrac{2 \times 4}{5} = 1{,}6$. »

c) $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $AM = 3$, $AB = 7{,}5$, $AN = 2$, $AC = 5$. « Pour prouver que $(MN) \parallel (BC)$, j'utilise la réciproque du théorème de Pythagore. »

d) ABC est rectangle en A, $AB = 2$ cm, $AC = 1$ cm. « $BC = \sqrt{5} \approx 2{,}2$, puis $\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{1}{2{,}2}$, donc $\widehat{ABC} \approx 27{,}0°$. »

e) Une rampe monte de 50 cm pour 1,2 m à l'horizontale. « $\tan(\alpha) = \dfrac{50}{1{,}2}$, donc $\alpha \approx 88{,}6°$. »

f) Côtés 2,4 cm, 7 cm et 7,4 cm. « $7{,}4^2 = 2{,}4^2 + 7^2$, donc d'après le théorème de Pythagore, le triangle est rectangle. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Un triangle est rectangle ; on connaît deux côtés et on cherche le troisième. On utilise :
   A la réciproque du théorème de Pythagore **B** le théorème de Pythagore **C** le théorème de Thalès **D** la réciproque du théorème de Thalès
2. On veut prouver qu'un triangle dont on connaît les trois côtés est rectangle. On utilise :
   A le théorème de Pythagore **B** la trigonométrie **C** la réciproque du théorème de Thalès **D** la réciproque du théorème de Pythagore
3. Dans un triangle rectangle, on connaît un angle aigu et un côté ; on cherche un autre côté. On utilise :
   A la trigonométrie **B** le théorème de Pythagore **C** le théorème de Thalès **D** la réciproque du théorème de Pythagore
4. Deux droites sécantes sont coupées par deux parallèles ; on cherche une longueur. On utilise :
   A la réciproque du théorème de Thalès **B** le théorème de Pythagore **C** le théorème de Thalès **D** la trigonométrie
5. On veut prouver que deux droites sont parallèles. On utilise :
   A le théorème de Thalès **B** la réciproque du théorème de Pythagore **C** la réciproque du théorème de Thalès **D** le théorème de Pythagore

6. Un triangle rectangle a pour côtés de l'angle droit 7 cm et 24 cm. L'angle opposé au côté de 7 cm mesure, au degré près :

A 16° **B** 74° **C** 0,3° **D** 29°

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).