Sixième / Solides, patrons et assemblages de cubes — corrigé

benprof
particulier.fr

1. Reconnaître et nommer les solides

Ex. 1 ★☆☆ **Automatisme : les solides du quotidien**

(a) Un cube : ses 6 faces sont des carrés identiques.

(b) Un cône : une base en forme de disque, une surface courbe et un sommet.

(c) Un prisme droit à base triangulaire (on ne dit pas « prisme triangle ») : 2 bases triangulaires et 3 faces latérales rectangulaires, donc $3 + 2 = 5$ faces.

(d) Une boule : tout est courbe, elle n'a aucune face plane.

(e) Un pavé droit : 6 faces rectangulaires, opposées deux à deux identiques.

(f) Une pyramide à base carrée : 1 base carrée et 4 faces latérales triangulaires, donc $4 + 1 = 5$ faces.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatisme : faces, arêtes, sommets**

(a) La base a $n = 6$ côtés. Faces : $6 + 2 = 8$; arêtes : $3 \times 6 = 18$; sommets : $2 \times 6 = 12$.

(b) La base a $n = 8$ côtés. Faces : $8 + 2 = 10$; arêtes : $3 \times 8 = 24$; sommets : $2 \times 8 = 16$.

(c) La base a $n = 4$ côtés. Faces : $4 + 1 = 5$; arêtes : $2 \times 4 = 8$; sommets : $4 + 1 = 5$.

(d) La base a $n = 5$ côtés. Faces : $5 + 1 = 6$; arêtes : $2 \times 5 = 10$; sommets : $5 + 1 = 6$.

Ex. 3 ★☆☆ **Solides à surface courbe ou polyèdres**

(a) C'est un cylindre. Il a 2 faces planes (deux disques identiques), plus une surface courbe.

(b) C'est une boule. Elle n'a aucune face plane : tout est courbe, donc ce n'est pas un polyèdre.

(c) C'est un cône. Il a 1 face plane (le disque de base) et 1 sommet, le point S.

(d) C'est un pavé droit. Faces : 6 ; arêtes : $4 + 4 + 4 = 12$; sommets : $4 + 4 = 8$.

Ex. 4 ★★☆ **Lire une perspective cavalière**

(a) Le sommet V est caché derrière. Les arêtes cachées sont [RV], [VW] et [VY] : il y en a $1 + 1 + 1 = 3$.

(b) Non. [SW] est une fuyante : elle est dessinée raccourcie. On ne mesure pas sur une perspective : en réalité SW = RS.

Ex. 4 (suite)

(c) La face avant RSTU est en vraie grandeur. STXW est dessinée comme un parallélogramme, mais en réalité c'est un carré.

(d) Les arêtes parallèles à [ST] sont [RU], [WX] et [VY] : 3 arêtes.

Ex. 5 ★★☆ **Les devinettes de Ben : retrouver la base**

(a) Prisme : $2 \times n = 8$, donc $n = 4$. La base est un quadrilatère, par exemple un rectangle : c'est un pavé droit.

(b) Pyramide : $n + 1 = 8$, donc $n = 7$. La base a 7 côtés (et non 8 : le sommet principal compte aussi).

(c) Prisme : $3 \times n = 15$, donc $n = 5$. Sommets : $2 \times 5 = 10$.

Ex. 6 ★★☆ **Corriger les erreurs de Nadia et de Tom**

(a) Non. Il a deux faces triangulaires identiques et parallèles, et ses faces latérales sont des rectangles qui ne se rejoignent pas en un sommet. C'est un prisme droit à base triangulaire, avec $3 + 2 = 5$ faces.

(b) Le prisme est couché : ses bases sont les triangles PQR et STU, identiques et parallèles. PQTS est une face latérale rectangulaire.

(c) Tom a utilisé la règle du prisme. Pour la pyramide, $n = 3$: faces $3 + 1 = 4$, arêtes $2 \times 3 = 6$, sommets $3 + 1 = 4$.

Ex. 7 ★★☆ **Vrai ou faux ? Zoé range ses solides**

(a) Faux. Un carré est un rectangle particulier : le cube est un pavé droit dont les 6 faces sont des carrés.

(b) Vrai. Ses bases sont deux rectangles identiques et parallèles, reliés par des faces latérales rectangulaires : $4 + 2 = 6$ faces.

(c) Faux. Une arête est un segment où deux faces se rencontrent. Le bord du disque est courbe : le cône n'a aucune arête.

(d) Faux. Une boîte de conserve est un cylindre : elle a une surface courbe, donc ce n'est pas un polyèdre.

Ex. 8 ★★★ **Problème : les squelettes en pailles du club de sciences**

(a) Un prisme droit a $3 \times n$ arêtes, donc $3 \times n = 21$ et $n = 21 \div 3 = 7$. La base a 7 côtés : c'est un prisme droit à base heptagonale (et pas un « prisme heptagone »).

(b) Sommets : $2 \times 7 = 14$, donc Hugo utilise 14 boules. Faces : $7 + 2 = 9$ faces.

(c) Prisme droit : $3 \times n = 12$ donnerait $n = 4$, donc $2 \times 4 = 8$ sommets et non 7 : ce n'est pas un prisme. Pyramide : $2 \times n = 12$ donne $n = 6$, et $6 + 1 = 7$ sommets, ce qui fait bien 7 boules. C'est une pyramide à base hexagonale.

(d) Une pyramide a $2 \times n$ arêtes, donc un nombre pair, et 27 est impair : c'est impossible. Pour un prisme droit, $3 \times n = 27$ donne $n = 9$: c'est un prisme droit dont la base a 9 côtés. Il faut $2 \times 9 = 18$ boules.

(e) Il ne lui faut aucune paille. Le cône n'est pas un polyèdre : il a une surface courbe et n'a aucune arête. Il a seulement 1 sommet, donc une seule boule, et rien ne relie cette boule au disque de la base.

Ex. 9 ★★★ **Problème : la maquette de la tente de Kenza**

(a) Il se trompe : la base d'un prisme couché n'est pas forcément la face du dessous. Ce solide a deux faces triangulaires identiques et parallèles, ABC et DEF, et ses autres faces sont des rectangles. C'est un prisme droit à base triangulaire (et pas un « prisme triangle »), pas un pavé droit.

(b) Les bases sont les triangles ABC et DEF. Les faces latérales sont ABED, BCFE et ACFD : il y en a $1 + 1 + 1 = 3$, une par côté du triangle, et ce sont des rectangles.

(c) La mesure de [AB]. La face avant ABC est dessinée en vraie grandeur, donc on trouve AB = 4 cm sur le dessin. L'arête [AD] est une fuyante : elle est oblique et raccourcie, donc on ne la mesure pas sur la perspective. Sa vraie longueur est AD = 6 cm.

(d) Les arêtes [BE] et [CF] relient les deux bases comme [AD] : elles sont parallèles à [AD]. Il y en a $3 - 1 = 2$.

Ex. 10 ★★★ **Problème : la maquette de pyramide de Yanis**

(a) La base est le carré ABCD. Les faces latérales sont SAB, SBC, SCD et SDA : ce sont 4 triangles qui se rejoignent au sommet S.

Ex. 10 **(suite)**

(b) Non. Deux faces latérales opposées, comme SAB et SCD, ont le sommet S en commun : elles se rejoignent en S, donc elles ne sont pas parallèles. Une pyramide n'a qu'une base, ABCD ; c'est le prisme droit qui a deux bases identiques et parallèles.

(c) Une pyramide a $2 \times n$ arêtes, donc $2 \times n = 22$ et $n = 22 \div 2 = 11$. Sa base a 11 côtés. Faces : $11 + 1 = 12$. Sommets : $11 + 1 = 12$.

(d) Oui pour toutes les pyramides : une base à n côtés donne $n + 1$ faces et $n + 1$ sommets, c'est le même nombre (ici $4 + 1 = 5$ faces et 5 sommets : A, B, C, D et S). Non pour un cube : il a 6 faces mais $4 + 4 = 8$ sommets.

2. *Faces, arêtes, sommets*

Ex. 11 ★☆☆ **Automatismes : reconnaître les solides**

(a) Ses deux bases KLM et NPQ sont des triangles identiques et parallèles, et ses faces latérales sont des rectangles : c'est un prisme droit à base triangulaire.

(b) Non. Le cylindre a une surface courbe. Ses 2 faces planes sont des disques, pas des polygones, donc ce n'est pas un polyèdre.

(c) Le cône a 1 face plane (le disque de base) et 1 sommet (le point S).

(d) Une boule n'a aucune face plane. Une arête est l'endroit où deux faces se rencontrent, donc une boule a 0 arête.

(e) C'est un pavé droit : 6 faces rectangulaires. Oui, c'est aussi un prisme droit : ses bases sont des rectangles identiques et parallèles, et ses faces latérales sont des rectangles.

Ex. 12 ★☆☆ **Automatismes : appliquer la bonne règle**

(a) La base a $n = 5$ côtés. Faces : $5 + 2 = 7$.

(b) La base a $n = 6$ côtés. Arêtes : $2 \times 6 = 12$.

(c) Chaque base a 8 sommets. En bas 8, en haut $8 : 8 + 8 = 16$ sommets.

(d) La base a $n = 7$ côtés. Sommets : $7 + 1 = 8$ (7 sur la base et le sommet principal).

(e) La base a $n = 3$ côtés. Faces : $3 + 1 = 4$; arêtes : $2 \times 3 = 6$; sommets : $3 + 1 = 4$.

Ex. 13 ★☆☆ **Compter sur une perspective cavalière**

(a) Je compte 9 arêtes en traits pleins.

(b) Le sommet caché est V. Les arêtes en pointillés sont [RV], [VW] et [VY] : il y en a 3.

(c) Par étages : 4 en bas, 4 en haut, 4 verticales : $4 + 4 + 4 = 12$ arêtes (pointillés compris).

(d) Je vois 3 faces : RSTU, SWXT et UTXY. Mais un cube a 6 faces.

(e) C'est un carré : toutes les faces d'un cube sont des carrés identiques. En perspective, seule la face avant est en vraie grandeur. On ne mesure pas sur une perspective.

Ex. 14 ★★☆ **Retrouver la base à rebours**

(a) Un prisme droit a $3 \times n$ arêtes, et $3 \times 7 = 21$, donc $n = 7$: la base a 7 côtés (heptagone).

(b) Une pyramide a $n + 1$ faces, et $9 + 1 = 10$, donc $n = 9$: la base a 9 côtés, pas 10.

(c) Un prisme droit a $2 \times n$ sommets, et $2 \times 6 = 12$, donc $n = 6$ (base hexagonale). Faces : $6 + 2 = 8$.

(d) Une pyramide a $2 \times n$ arêtes, et $2 \times 5 = 10$, donc $n = 5$: la base a 5 côtés (pentagone). Sommets : $5 + 1 = 6$.

Ex. 15 ★★☆ **Vrai ou faux ? Nombres possibles et impossibles**

(a) Faux. Un prisme droit a $3 \times n$ arêtes. Or $3 \times 6 = 18$ et $3 \times 7 = 21$: on ne peut pas tomber sur 20.

(b) Faux. Une pyramide a $2 \times n$ arêtes : c'est toujours un nombre pair. Or $2 \times 6 = 12$ et $2 \times 7 = 14$: 13 est impossible.

(c) Faux. La base a $n = 6$ côtés. Une pyramide a $n + 1$ faces : $6 + 1 = 7$ faces. Le calcul $6 + 2 = 8$ est la règle du prisme droit.

(d) Vrai. Le cube est un pavé droit, donc un prisme droit à base carrée ($n = 4$). Il a $2 \times 4 = 8$ sommets : 4 en bas et 4 en haut.

Ex. 16 ★★☆ **Corrige l'erreur**

(a) Inès a utilisé la règle du prisme ($3 \times n$). Une pyramide a $2 \times n$ arêtes : 8 autour de la base et 8 qui montent au sommet. $2 \times 8 = 16$ arêtes.

(b) Noé a compté deux fois les côtés de la base : ce sont déjà les 5 arêtes « en bas ». Bonne réponse : $5 + 5 + 5 = 15$ arêtes.

Ex. 16 (suite)

(c) Léa a pris le nombre de faces pour n. Un prisme droit a $n + 2$ faces : $4 + 2 = 6$, donc $n = 4$. Sa base a 4 côtés (par exemple un pavé droit), ce n'est pas un hexagone.

Ex. 17 ★★☆ **La maquette de la pyramide du Louvre**

(a) La base a $n = 4$ côtés. Arêtes : $2 \times 4 = 8$, donc 8 pailles.

(b) Sommets : $4 + 1 = 5$ (4 sur la base et le sommet S), donc 5 boules.

(c) La pyramide a $4 + 1 = 5$ faces, mais la base n'est pas recouverte : $5 - 1 = 4$ faces latérales en papier calque.

(d) Il reste $30 - 8 = 22$ pailles. Le prisme droit à base hexagonale a $3 \times 6 = 18$ arêtes. 18 est plus petit que 22 : oui, et il restera $22 - 18 = 4$ pailles.

Ex. 18 ★★★ **Enquête : quel est ce polyèdre ?**

(a) Prisme droit : 8 sommets, c'est 2×4, donc $n = 4$ et il aurait $3 \times 4 = 12$ arêtes, pas 14. Pyramide : 8 sommets, c'est $n + 1 = 8$, donc $n = 7$, et elle a bien $2 \times 7 = 14$ arêtes. C'est une pyramide à base heptagonale (la base a 7 côtés).

(b) Pyramide : 10 faces donne $n = 10 - 1 = 9$, et elle aurait $2 \times 9 = 18$ arêtes, pas 24. Prisme droit : 10 faces donne $n = 10 - 2 = 8$, et il a bien $3 \times 8 = 24$ arêtes. C'est un prisme droit à base octogonale : sa base a 8 côtés.

(c) Le prisme a 2 faces de plus que le nombre de côtés de la base, la pyramide 1 de plus. J'essaie une base à 10 côtés : $12 + 11 = 23$ faces, c'est trop peu. Base à 11 côtés : $13 + 12 = 25$ faces. La base a 11 côtés.

(d) Prisme droit : $3 \times n = 27$ donne $n = 9$, mais il aurait alors $2 \times 9 = 18$ sommets, pas 10. Pyramide : elle a $2 \times n$ arêtes, un nombre pair, donc elle ne peut pas avoir 27 arêtes. Ce polyèdre n'existe pas.

Ex. 19 ★★★ **Polyèdre ou pas ? Les solides de Lou**

(a) Non. Sur une perspective cavalière, certaines faces sont cachées. La base est un triangle, donc $n = 3$. Faces : $3 + 2 = 5$ (2 triangles et 3 rectangles).

(b) Arêtes : 3 autour de la face avant, 3 autour de la face arrière et 3 qui les relient, donc $3 + 3 + 3 = 9$ arêtes. Sommets : 3 devant et 3 derrière, donc $3 + 3 = 6$ sommets.

Ex. 19 **(suite)**

(c) Le cylindre a 2 faces planes (deux disques) et une surface courbe. Le cône a 1 face plane (un disque), une surface courbe et 1 sommet. Une surface courbe n'est pas une face d'un polyèdre : le cylindre et le cône ne sont pas des polyèdres.

(d) Faces planes : $5 + 2 + 1 + 0 = 8$ (la boule n'en a aucune). Sommets : $6 + 0 + 1 + 0 = 7$ (le cylindre et la boule n'en ont aucun, le cône en a 1).

Ex. 20 ★★★ **Le nichoir et le crayon taillé**

(a) La face du dessus du cube est recouverte : il reste $6 - 1 = 5$ faces du cube. La base de la pyramide est collée : il reste ses 4 triangles. Total : $5 + 4 = 9$ faces.

(b) Les 4 arêtes de la base de la pyramide sont aussi les 4 arêtes du dessus du cube : Maé les a comptées deux fois. Cube : 12 arêtes ; toit : seulement les 4 arêtes qui montent vers S. Total : $12 + 4 = 16$ arêtes.

(c) Le cube a 8 sommets. Les 4 sommets de la base du toit sont déjà comptés, il ne reste que le sommet S. Total : $8 + 1 = 9$ sommets.

(d) Faces : 6 faces latérales, 1 base en bas et 6 triangles pour la pointe, donc $6 + 1 + 6 = 13$ faces. Arêtes : le prisme a $3 \times 6 = 18$ arêtes, et la pointe ajoute les 6 arêtes qui montent au sommet, donc $18 + 6 = 24$ arêtes.

3. *Patrons du cube et du pavé droit*

Ex. 21 ★☆☆ **Automatismes : patron de cube ou pas ?**

(a) Il y a un bloc de 4 carrés en carré (en bas à gauche), donc ce n'est pas un patron de cube.

(b) 5 carrés sont alignés : en enroulant la rangée, le 5^{e} carré revient sur le 1^{er}. Ce n'est pas un patron de cube.

(c) Fond A : B et D se relèvent en murs (gauche et droite), C se relève en mur du fond. E, accroché sous D, se rabat sur le mur de devant ; F, accroché à E, se rabat sur le dessus. F arrive sur le dessus. Les 6 carrés arrivent sur 6 faces différentes : c'est un patron de cube.

(d) Il existe 11 patrons différents du cube. Non : un patron tourné ou retourné est le même patron.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : faces opposées d'un cube de rangement**

(a) K et M sont les deux bouts de la rangée de 3 : M est opposée à K.

(b) L, M, N forment une rangée de 3 : ses deux bouts L et N sont opposés. La face opposée à N est L.

(c) Faux : K et L sont côte à côte, elles ont une arête commune. Deux carrés côte à côte ne sont jamais opposés.

(d) Vrai : K, L, M, N s'enroulent en tube ; R, accrochée en haut de M, ferme un bout du tube, et T, accrochée en bas de L, ferme l'autre bout.

Ex. 23 ★★☆ **La boîte-cadeau d'Inès**

(a) Au plus 4 carrés alignés (G, H, I, J) et aucun bloc de 4. La règle d'élimination ne suffit pas : il faut plier en pensée.

(b) Fond H : G et I se relèvent en murs, J se rabat sur le dessus. U (accroché à G) et V (accroché à J) viennent tous les deux sur le mur du fond : ils se chevauchent et le mur de devant reste ouvert. Ce n'est pas un patron de cube.

(c) Par exemple, je déplace V sous J. Alors U ferme un bout du tube G, H, I, J et V ferme l'autre bout : c'est un patron de cube.

Ex. 24 ★★☆ **Le patron d'une boîte de céréales**

(a) D est la face opposée à B : D mesure 3 cm sur 2 cm. A a un côté commun avec B (3 cm) et son petit côté se colle sur le bas de C (1 cm) : A mesure 3 cm sur 1 cm.

(b) Il se colle sur le côté du haut de C, qui mesure 1 cm : les deux côtés forment une même arête. F a un côté commun avec B (3 cm) : F mesure 3 cm sur 1 cm.

(c) A et F (dessous et dessus), B et D (devant et derrière), C et E (les deux côtés) : 3 paires de rectangles identiques.

(d) La boîte mesure 3 cm de longueur, 1 cm de largeur et 2 cm de hauteur.

Ex. 25 ★★☆ **Le carré qui manque**

(a) Non : C, D, E et le nouveau carré formeraient un bloc de 4 carrés en carré, donc ce ne serait pas un patron de cube.

Ex. 25 **(suite)**

(b) Fond C : B et D se relèvent (devant et fond), A (accroché à B) et E (accroché à D) forment les deux côtés. Il manque le dessus. Je peux placer le 6^{e} carré sous A, sous B, au-dessus de D ou au-dessus de E : 4 places.

(c) Le côté gauche de A se colle sur le côté gauche de D : ils forment une même arête du cube.

Ex. 26 ★★☆ **Lucas et Lina se trompent-ils ?**

(a) Non : Y et Z sont côte à côte, elles ont une arête commune, donc elles ne sont pas opposées. Sur la rangée X, Y, Z, ce sont les deux bouts X et Z qui sont opposés.

(b) Je prends Y comme fond : X et Z se relèvent ; W, accrochée à X, devient le mur du fond ; T, accrochée à Z, devient le mur de devant.
Donc W et T sont opposées.

(c) Non : c'est le patron de Lucas tourné d'un quart de tour. C'est bien un patron de cube, mais c'est le même patron, pas un nouveau.

Ex. 27 ★★☆ **Le dé à jouer de Sami**

(a) A, B, C forment une rangée de 3 : A et C sont opposées. C porte $7 - 2 = 5$.

(b) Non. A et C sont opposées, D et F aussi (bouts de la rangée D, E, F) ; il reste B et E, qui sont donc opposées. E porte $7 - 3 = 4$, pas 1.

(c) F est opposée à D (rangée D, E, F) : F porte $7 - 6 = 1$. Vérification : $1 + 6 = 7$.

Ex. 28 ★★★ **Le cube-photo de Léo**

(a) B, C et D sont alignés : il y a au plus 3 carrés alignés. Il n'y a aucun bloc de 4 carrés en carré.

(b) Je prends C comme fond : B et D se relèvent en murs (gauche et droite), F, accroché sous C, se relève en mur de devant. A, accroché en haut de B, se rabat sur le mur du fond ; E, accroché en haut de D, se rabat aussi sur le mur du fond. A et E arrivent sur la même face et le dessus reste ouvert : ce n'est pas un patron. Léo a tort.

(c) Sous D, C, D, E et F formeraient un bloc de 4 carrés : impossible. Au-dessus de D, c'est le dessin de départ, qui ne marche pas. Il doit donc placer E à droite de D : E, accroché au bord du haut du mur D, se rabat sur le dessus, qui était ouvert.

Ex. 28 **(suite)**

(d) B, C, D forment une rangée de 3 : B et D sont opposées. C, D, E forment une rangée de 3 : C et E sont opposées. A est au fond et F devant : A et F sont opposées.
Paires : B–D ; C–E ; A–F.

Ex. 29 ★★★ **La maquette de boîte à chaussures**

(a) E est accroché au côté gauche de B, qui mesure 3 cm : E a un côté de 3 cm. Le côté du bas de E se colle sur le côté gauche de A, qui mesure 2 cm. E mesure donc 3 cm sur 2 cm.

(b) Les faces opposées sont identiques. B (fond) et D (dessus) : 5 cm sur 3 cm. A (devant) et C (derrière) : 5 cm sur 2 cm. E (gauche) et F (droite) : 3 cm sur 2 cm.

(c) C se relève pour former le mur du fond : le côté du haut de E se colle sur le côté gauche de C. Ces côtés forment une même arête, de longueur 2 cm.

(d) Non. E est accroché à un côté de B qui mesure 3 cm : E doit avoir un côté de 3 cm. Un rectangle de 5 cm sur 2 cm n'en a pas. De plus, E doit être identique à F (3 cm sur 2 cm).

(e) Oui. Un patron retourné garde les mêmes rectangles, accrochés par les mêmes côtés : on plie de l'autre côté et on obtient la même boîte.

Ex. 30 ★★★ **Les couleurs de la brique de jeu**

(a) Je prends C comme fond : B se relève (mur du fond) et A, accroché à B, se rabat à gauche. D se relève (mur de droite), E, accroché sous D, se rabat devant, et F, accroché à E, se rabat sur le dessus. F est le dessus.

(b) Faces opposées : A–D (gauche, droite) ; B–E (fond, devant) ; C–F (dessous, dessus). Rouge : A et D. Bleu : B et E. Jaune : C et F.

(c) Non. Une fois plié, A est le mur de gauche et F le dessus : elles ont une arête commune. La face opposée à A est D. Deux carrés qui ne se touchent pas sur le dessin ne sont pas forcément opposés.

(d) Non. D, E, F forment alors une rangée de 3 : F est opposée à D, donc F arrive à gauche. Mais A est déjà à gauche. A et F arrivent sur la même face et le dessus reste ouvert : ce n'est pas un patron.

4. *Assemblages de cubes et vues*

Ex. 31 ★☆☆ Compter colonne par colonne

(a) Le cube du haut est au 4^{e} étage, donc la colonne contient 4 cubes, même si on n'en voit qu'un.

(b) Rangée du milieu : $3 + 2 = 5$ cubes (la case 0 n'a pas de colonne).

(c) Fond : $4 + 2 + 3 = 9$ cubes ; milieu : $3 + 2 = 5$ cubes ; devant : $1 + 1 = 2$ cubes ; total : $9 + 5 + 2 = 16$ cubes.

Ex. 32 ★☆☆ Pavés de cubes

(a) Une couche : $5 \times 2 = 10$ cubes. Avec 3 couches : $10 \times 3 = 30$ cubes.

(b) Une couche : $4 \times 4 = 16$ cubes. Avec 3 couches : $16 \times 3 = 48$ cubes, et pas seulement les cubes visibles.

(c) $40 \div 5 = 8$: une couche compte 8 cubes.

(d) $7 \times 3 = 21$ cubes de 1 cm d'arête, donc le volume est 21 cm^3.

Ex. 33 ★★☆ Dessiner les trois vues

(a) Rangée du haut (fond) : 3 cases côte à côte ; rangée du bas (devant) : une case à gauche et une case à droite, rien au milieu. En tout : $3 + 2 = 5$ cases, une par colonne.

(b) À gauche : 2 cubes (le plus haut entre 1 et 2) ; au milieu : 3 cubes ; à droite : 2 cubes (le plus haut entre 2 et 1). On dessine des piles de 2, 3 et 2 carreaux, soit 7 carreaux.

(c) À gauche, la rangée de devant : sa pile la plus haute a 2 cubes. À droite, la rangée du fond : sa pile la plus haute a 3 cubes. On dessine des piles de 2 puis 3 carreaux, soit 5 carreaux.

Ex. 34 ★★☆ L'erreur de Noé

(a) Non. La vue de dessus montre une case par colonne, pas une case par cube. Colonne par colonne : fond $3 + 2 + 2 = 7$; milieu $1 + 3 + 1 = 5$; devant $1 + 1 = 2$; total $7 + 5 + 2 = 14$ cubes.

(b) Il a oublié les cubes cachés sous ceux du haut : $14 - 8 = 6$ cubes.

Ex. 35 ★★☆ Compléter avec des briques de jeu

(a) Fond : $3 + 3 + 2 = 8$ cubes ; devant : $2 + 1 + 1 = 4$ cubes ; total : $8 + 4 = 12$ cubes.

(b) Une couche : $3 \times 2 = 6$ cubes. Avec 3 couches : $6 \times 3 = 18$ cubes.

Ex. 35 (suite)

(c) $18 - 12 = 6$ cubes à ajouter. Vérification colonne par colonne : $0 + 0 + 1 + 1 + 2 + 2 = 6$.

Ex. 36 ★★☆ Vrai ou faux ?

(a) Vrai : un cube de 1 cm d'arête a un volume de 1 cm^3, donc 15 cubes font 15 cm^3.

(b) Faux : un cube de 2 cm d'arête se remplit avec 2 couches de $2 \times 2 = 4$ cubes de 1 cm, soit $4 \times 2 = 8$ cm^3. Le volume est donc $10 \times 8 = 80$ cm^3.

(c) Faux : depuis le côté droit, l'avant est à gauche. La rangée de devant se dessine à gauche.

Ex. 37 ★★☆ Même vue de face ?

(a) Awa : piles de 2, 3 et 1 cubes. Lucas : à gauche 2 (la colonne du fond est vide), au milieu 3, à droite 1. Les deux vues de face sont identiques : 2, 3 et 1 carreaux.

(b) Awa : $2 + 3 + 1 = 6$ et $1 + 1 + 1 = 3$, soit $6 + 3 = 9$ cubes. Lucas : 3 et $2 + 1 + 1 = 4$, soit $3 + 4 = 7$ cubes.

(c) Non. Les deux assemblages ont la même vue de face mais pas le même nombre de cubes (9 et 7). La vue de face ne montre pas les colonnes cachées derrière.

Ex. 38 ★★★ L'énigme des trois vues

(a) La vue de dessus a $3 + 2 + 1 = 6$ cases, une par colonne : il y a 6 colonnes. On ne peut pas dire qu'il y a 6 cubes : la vue de face montre une pile de 3, donc certaines colonnes ont plusieurs cubes.

(b) La rangée de devant n'a qu'une colonne, et la vue de droite y montre une pile de 1 : cette colonne a 1 cube. La colonne de droite n'existe qu'au fond, et la vue de face y montre 1 : elle a 1 cube. Au fond, la vue de droite montre 3 étages. La vue de face montre 2 au milieu et 1 à droite : seule la colonne de gauche peut monter à 3, donc elle a 3 cubes.

(c) Les trois colonnes encore inconnues (fond-milieu, milieu-gauche, milieu-milieu) peuvent monter à 2 au plus : la vue de face montre 2 pour la colonne du milieu, la vue de droite montre 2 pour la rangée du milieu. Je mets 2 partout. Fond : $3 + 2 + 1 = 6$; milieu : $2 + 2 = 4$; devant : 1. Total : 11 cubes.

(d) Il faut une pile de 2 dans la colonne du milieu (vue de face) et une dans la rangée du milieu (vue de droite). Une seule pile de 2, au milieu-milieu, suffit pour les deux. Fond : $3 + 1 + 1 = 5$; milieu : $1 + 2 = 3$; devant : 1. Total : 9 cubes.

Ex. 38 **(suite)**

(e) Le nombre de cubes va de 9 à 11, et 10 est possible (fond 3, 2, 1 ; milieu 1, 2 ; devant $1 : 6 + 3 + 1 = 10$). Avec des cubes de 1 cm d'arête, le volume en cm^3 est le nombre de cubes : 9 cm^3, 10 cm^3 ou 11 cm^3.

Ex. 39 ★★★ **Le pavé en bois de Rayan**

(a) Une couche : $5 \times 4 = 20$ cubes. Il y a 3 couches : $20 \times 3 = 60$ cubes. Avec des cubes de 1 cm d'arête, le volume est 60 cm^3.

(b) Non. Sur la face avant, elle ne voit que $5 \times 3 = 15$ cubes. Les cubes cachés derrière ne se voient pas, et pourtant ils comptent : le pavé a 60 cubes.

(c) Les cubes de la couche du bas et de la couche du haut ont une face peinte (le dessous ou le dessus). Dans la couche du milieu, j'enlève le tour : il reste $3 \times 2 = 6$ cubes.
Donc 6 cubes n'ont aucune face peinte.

(d) Non. Un cube de 2 cm d'arête est formé de 2 couches de $2 \times 2 = 4$ cubes de 1 cm, soit $4 \times 2 = 8$ cubes de 1 cm : son volume est 8 cm^3. Le pavé de Malo a donc un volume de $60 \times 8 = 480$ cm^3.

Ex. 40 ★★★ **La tour de dés de Jade**

(a) Fond : $3 + 2 + 3 = 8$ dés ; milieu : $2 + 1 = 3$ dés ; devant : $1 + 1 = 2$ dés. Total : 13 dés.

(b) Depuis la droite, je prends la pile la plus haute de chaque rangée, l'avant à gauche. Devant : 1 ; milieu : 2 ; fond : 3. Je dessine de gauche à droite des piles de 1, 2 et 3 carrés.

(c) Le cube complet : une couche de $3 \times 3 = 9$ dés, 3 couches : $9 \times 3 = 27$ dés. Jade doit en ajouter $27 - 13 = 14$.

(d) Il reste $13 - 2 = 11$ dés. La vue de face ne change pas : les piles les plus hautes restent 3, 2 et 3, car elles sont au fond. Deux assemblages différents peuvent donc avoir la même vue de face.

(e) Il reste les 3 colonnes du fond et les 2 colonnes du milieu : $3 + 2 = 5$ cases, une par colonne.

5. *Problèmes*

Ex. 41 ★☆☆ **Des objets et des solides**

(a) Une boule.

(b) Un pavé droit.

(c) Une pyramide à base carrée.

Ex. 41 **(suite)**

(d) Un prisme droit à base triangulaire (les bases sont les deux triangles).

(e) Un cône.

(f) La brique, la pyramide et la tente n'ont que des faces planes : ce sont des polyèdres. La boule et le cône ont une surface courbe. Il y en a 3.

Ex. 42 ★☆☆ **Du fil de fer pour les arêtes**

(a) Un cube a 12 arêtes de même longueur : $96 \div 12 = 8$. Une arête mesure 8 cm.

(b) Le pavé droit a 4 arêtes de chaque longueur : $4 \times 6 + 4 \times 4 + 4 \times 3 = 24 + 16 + 12 = 52$. Il faut 52 cm de fil.

(c) Deux triangles : 6 arêtes de 2 m, soit $6 \times 2 = 12$ m ; plus 3 arêtes de 3 m, soit 9 m. Total : $12 + 9 = 21$. Il faut 21 m de tube.

(d) Il faut $12 \times 9 = 108$ cm et $108 > 100$. Non, Tom n'a pas assez de fil : il lui manque 8 cm.

Ex. 43 ★★☆ **Le dé de Lina**

(a) K, L et N sont sur une rangée de 3 carrés : les carrés des deux bouts sont opposés. K est opposée à N.

(b) L au fond : K et N se relèvent en murs face à face. M, accrochée au-dessus de K, devient un 3^e mur ; T, accrochée sous N, devient le 4^e mur, face à M. R, accrochée à M, se rabat sur le dessus.
Donc M est opposée à T et L est opposée à R.

(c) N : $7 - 1 = 6$ points ; T : $7 - 2 = 5$ points ; R : $7 - 3 = 4$ points.

(d) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Il y a 21 points sur le dé.

Ex. 44 ★★☆ **La boîte à bijoux d'Inès**

(a) B a le même côté de 5 cm que A et le même côté de 2 cm que C : B mesure 5 cm sur 2 cm. E a le même côté de 5 cm que B ; son petit côté se colle sur le haut de C, et C se colle sur le côté de 1 cm de A, donc C a 1 cm de large : E mesure 5 cm sur 1 cm.

(b) Je prends B comme fond : C et D se relèvent face à face, A et E aussi. C est opposée à D et A est opposée à E.

(c) D est identique à C (faces opposées) : elle mesure 1 cm sur 2 cm, donc son côté droit mesure 2 cm. Les côtés qui se collent ont la même longueur : F mesure 5 cm sur 2 cm, comme B.

Ex. 45 ★★☆ **Remplir la boîte de rangement**

(a) Une couche : $6 \times 3 = 18$ cubes.

(b) Il y a 4 couches de 1 cm : $18 \times 4 = 72$ cubes.

(c) Il y a déjà $18 + 7 = 25$ cubes. Il manque $72 - 25 = 47$ cubes.

(d) Chaque cube a un volume de 1 cm^3 et la boîte en contient 72 : le volume de la boîte est 72 cm^3.

Ex. 46 ★★☆ **Les emballages de Sacha**

(a) La base a $n = 5$ côtés. Sommets : $2 \times 5 = 10$, donc il faut 10 gommettes. Arêtes : $3 \times 5 = 15$, donc il faut 15 rubans.

(b) Arêtes : $3 \times n = 18$, donc $n = 18 \div 3 = 6$. La base est un hexagone : c'est un prisme droit à base hexagonale. Faces : $6 + 2 = 8$.

(c) Faces : $n + 1 = 7$, donc $n = 7 - 1 = 6$: la base est un hexagone. Sommets : $6 + 1 = 7$, c'est juste. Arêtes : $2 \times 6 = 12$, et non 14. Sacha a raison pour les sommets, mais pas pour les arêtes.

Ex. 47 ★★☆ **Les briques de Zoé**

(a) Non : la vue de dessus montre une case par colonne, donc 8 colonnes. Zoé a oublié les cubes cachés dessous.

(b) Fond : $3 + 2 + 2 = 7$; milieu : $2 + 3 + 1 = 6$; devant : $1 + 0 + 1 = 2$. Total : $7 + 6 + 2 = 15$ cubes.

(c) De droite, je vois les rangées devant, milieu et fond (de gauche à droite). Pour chacune, je garde la colonne la plus haute : devant 1, milieu 3, fond 3. La vue a $1 + 3 + 3 = 7$ carrés.

(d) Une couche du grand cube : $3 \times 3 = 9$ cubes, donc $9 \times 3 = 27$ cubes en tout. Il faut ajouter $27 - 15 = 12$ cubes.

Ex. 48 ★★★ **Le pavé trempé dans la peinture**

(a) Une couche : $5 \times 4 = 20$ cubes. Il y a 3 couches : $20 \times 3 = 60$ cubes. Jade a utilisé 60 petits cubes.

(b) Les cubes qui ont 3 faces peintes sont aux coins du pavé, un par sommet. Un pavé droit a 8 sommets, donc 8 petits cubes ont 3 faces peintes.

(c) Ce sont les cubes des arêtes, sans les deux coins de chaque arête. Les 4 arêtes de 5 cm : $4 \times (5 - 2) = 12$ cubes ; les 4 arêtes de 4 cm : $4 \times (4 - 2) = 8$ cubes ; les 4 arêtes de 3 cm : $4 \times (3 - 2) = 4$ cubes. Total : $12 + 8 + 4 = 24$ petits cubes.
(Piège : si on compte les coins, on les compte deux fois.)

Ex. 48 **(suite)**

(d) Ce sont les cubes de l'intérieur : j'enlève une épaisseur de chaque côté. Il reste $5 - 2 = 3$ cubes de long, $4 - 2 = 2$ de large et $3 - 2 = 1$ de haut, soit une seule couche de $3 \times 2 = 6$ cubes. 6 petits cubes n'ont aucune face peinte.

(e) Une seule face : $60 - 8 - 24 - 6 = 22$ cubes.
Vérification face par face (je ne garde que le milieu de chaque face) : dessus et dessous : $2 \times (3 \times 2) = 12$; faces de 5 cm sur 3 cm : $2 \times (3 \times 1) = 6$; faces de 4 cm sur 3 cm : $2 \times (2 \times 1) = 4$; $12 + 6 + 4 = 22$. 22 petits cubes ont une seule face peinte.

Ex. 49 ★★★ **La maquette de boîte de céréales**

(a) Les 6 faces sont des rectangles, donc Lucie obtient un pavé droit. Un pavé droit a 12 arêtes.

(b) B, C, D sont sur une rangée de 3 : B et D sont opposées. C, D, E sont sur une rangée de 3 : C et E sont opposées. A, C, F sont sur une colonne de 3 : A et F sont opposées. Paires : C–E, B–D, A–F.

(c) Le côté du haut de A se colle au côté du bas de C : C a donc 3 cm de large, et 4 cm de haut comme B, dont il est voisin dans la même bande. E est opposée à C, donc E mesure 3 cm sur 4 cm. B est opposée à D, donc B a 1 cm de large ; le côté gauche de A se colle au bas de B, donc A mesure 3 cm sur 1 cm. F est opposée à A : F mesure 3 cm sur 1 cm.

(d) La boîte a 4 arêtes de 3 cm, 4 arêtes de 4 cm et 4 arêtes de 1 cm. Longueur : $4 \times 3 + 4 \times 4 + 4 \times 1 = 12 + 16 + 4 = 32$. Il faut 32 cm de fil de fer.

(e) Non, Hugo a tort. Les 12 arêtes n'ont pas toutes la même longueur : seulement 4 mesurent 4 cm, les autres mesurent 3 cm ou 1 cm. Il faut 32 cm, et non $12 \times 4 = 48$ cm.

Ex. 50 ★★★ **Les dés du club de jeux**

(a) Non, elle a tort. La figure n'a ni bloc de 4 carrés ni 5 carrés alignés. Je prends W comme fond : V et X se relèvent en murs ; U, accroché à V, se rabat pour former un 3^{e} mur ; Y, accroché à X, forme le 4^{e} mur ; Z, accroché à Y, se rabat sur le dessus. Les 6 carrés arrivent sur 6 faces différentes, donc c'est un patron de cube.

(b) Z se rabat sur le dessus : Z est opposée au fond W. V et Y sont deux murs face à face, U et X aussi. Paires : W–Z, V–Y, U–X.

Ex. 50 **(suite)**

(c) X est opposée à U : $7 - 1 = 6$ points. Z est opposée à W : $7 - 2 = 5$ points. Y est opposée à V : $7 - 4 = 3$ points.

(d) Sur la longueur : $10 \div 2 = 5$ dés ; sur la largeur : $6 \div 2 = 3$ dés. Une couche : $5 \times 3 = 15$ dés.
(Piège : un dé a 2 cm d'arête, ce n'est pas un cube de 1 cm, donc ce n'est pas 10×6.)

(e) Sur la hauteur : $4 \div 2 = 2$ couches. Total : $15 \times 2 = 30$ dés. Il faut 30 dés pour remplir la boîte.