1. Rappels de 6e : solides, empilements et vues

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes — Reconnaître un solide**

(a) Deux bases parallèles et des faces latérales rectangulaires : c'est un prisme droit à base hexagonale. Sa base a $n = 6$ côtés, donc il a $6 + 2 = 8$ faces.

(b) Une seule base, et des faces triangulaires qui se rejoignent en un point : c'est une pyramide à base carrée
(et pas un prisme, qui aurait deux bases).

(c) Un disque, une surface courbe et une pointe : c'est un cône. Sa pointe est son sommet.

(d) Deux disques parallèles et une surface courbe : c'est un cylindre de révolution.

(e) Aucune face plane et une surface courbe partout : c'est une boule.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes — Les éléments d'un cube**

(a) On voit 3 faces (devant, dessus et droite), mais le cube a 6 faces.

(b) Tom a tort. En bas, 4 arêtes ; en haut, 4 arêtes ; et 4 arêtes verticales qui les relient : $4 + 4 + 4 = 12$ arêtes.

(c) Les arêtes cachées partent du sommet caché V : ce sont $[RV]$, $[VW]$ et $[VY]$.

(d) $[ST]$ est un segment : c'est une arête, pas une face. Une face est une surface, par exemple la face $STXW$.

(e) Les 12 arêtes mesurent 2,5 cm : $12 \times 2{,}5 = 30$ cm.

Ex. 3 ★☆☆ **Une pile de cartons**

(a) La case indique 3 : la colonne contient 3 cartons. D'en haut, on ne voit que celui du dessus : les $3 - 1 = 2$ autres sont cachés dessous.

(b) Rangée du fond : $3 + 2 + 4 = 9$. Rangée de devant : $1 + 3 + 1 = 5$. Total : $9 + 5 = 14$ cartons.

(c) Étage 1 : 6 cartons (un par colonne). Étage 2 : 4 (colonnes d'au moins 2). Étage 3 : 3. Étage 4 : 1. Total : $6 + 4 + 3 + 1 = 14$ cartons, on retrouve le même nombre.

(d) Avec 4 étages partout, il faudrait $6 \times 4 = 24$ cartons. Il faut donc en ajouter $24 - 14 = 10$.

Ex. 4 ★★☆ **Vrai ou faux ?**

(a) Faux. Un sommet est une pointe ou une extrémité d'arête. Le cylindre n'a ni pointe ni arête (segment), donc il n'a aucun sommet. Les centres des disques ne sont pas des sommets.

(b) Vrai. Le cône n'a aucun segment où se rejoignent deux faces, donc aucune arête. Pourtant sa pointe s'appelle son sommet.

(c) Faux. La base a $n = 5$ côtés : la pyramide a bien $2 \times 5 = 10$ arêtes, mais $5 + 1 = 6$ sommets (5 pour la base et son sommet). C'est un prisme droit qui aurait 10 sommets.

(d) Faux. Le prisme a deux bases triangulaires parallèles et des faces latérales rectangulaires. Une pyramide n'a qu'une base, et ses faces latérales sont des triangles qui se rejoignent en un point.

Ex. 5 ★★☆ **Les trois vues d'un empilement**

(a) La figure a 7 cases, en piles de 2, 2 et 3. La vue de dessus a une case par colonne, soit 6 cases sur 2 rangées : ce n'est pas elle. Pour chaque colonne de gauche à droite, la pile la plus haute vaut 2, puis 2, puis 3 : c'est la vue de face.

(b) Depuis la droite, l'avant est à gauche. Devant, la plus haute pile vaut 2 ; au fond, elle vaut 3. Piles de 2 puis 3 : $2 + 3 = 5$ cases.

(c) Colonne par colonne : $2 + 2 + 3 + 1 + 2 + 2 = 12$ cubes. Une vue montre une seule case par pile : la vue de face n'a que 7 cases, car les cubes de devant cachent ceux du fond. Les cubes cachés n'apparaissent sur aucune vue.

Ex. 6 ★★★ **Retrouver un empilement à partir de ses vues**

(a) La vue de face montre une pile de 3 dans la colonne de gauche. La vue de droite montre une pile de 2 seulement devant : aucun cube de devant n'atteint le 3^e étage. Le cube du 3^e étage est donc au fond à gauche, et cette colonne contient 3 cubes, les cubes cachés dessous compris.

(b) Non. Vue de droite, l'avant est à gauche. Vue de gauche, c'est l'inverse : l'avant est à droite. La vue de gauche montre donc la pile de 3 (fond) à gauche, puis la pile de 2 (devant) à droite.

Ex. 6 **(suite)**

(c) Chaque colonne prend la plus petite des deux hauteurs permises par les vues. Fond : 3, 1, 2 ; devant : 2, 1, 2. Étage 1 : 6 cubes ; étage 2 : 4 cubes ; étage 3 : 1 cube. Total : $6 + 4 + 1 = 11$ cubes. Colonne par colonne : $3 + 1 + 2 + 2 + 1 + 2 = 11$ cubes.

(d) Il faut au moins 1 cube dans chacune des 6 cases. Il faut aussi 2 cubes de plus pour la pile de 3 au fond à gauche, et 1 cube de plus pour une pile de 2 à droite. Pour en mettre le moins possible, on place cette pile de 2 devant à droite : elle sert à la fois à la vue de face et à la vue de droite. Fond : 3, 1, 1 ; devant : 1, 1, 2. Total : $3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 9$ cubes au minimum.

Ex. 7 ★★★ **Des squelettes de solides en pailles**

(a) 5, c'est le nombre de faces de la pyramide (1 base et 4 faces triangulaires) : une face est une surface, pas un segment. Une paille représente une arête : 4 autour de la base et 4 qui montent au sommet, soit $4 + 4 = 8$ pailles. Les 5 boules sont justes : $4 + 1 = 5$ sommets.

(b) Un pavé droit a 4 arêtes de chaque longueur : $4 \times 8 + 4 \times 3{,}5 + 4 \times 5 = 32 + 14 + 20 = 66$ cm de paille.

(c) La base a $n = 6$ côtés. Pyramide : $2 \times 6 = 12$ pailles et $6 + 1 = 7$ boules. Prisme droit : $3 \times 6 = 18$ pailles et $2 \times 6 = 12$ boules.

(d) Une pyramide a $2 \times n$ arêtes, c'est-à-dire un nombre pair : elle ne peut pas en avoir 15. Pour un prisme droit : $3 \times n = 15$ donne $n = 5$, et $2 \times 5 = 10$ sommets, ce qui convient. C'est un prisme droit à base pentagonale.

(e) Un cube a 12 arêtes, donc il faut 12 pailles par squelette (et pas 6, le nombre de faces). $3 \times 12 = 36$ et $4 \times 12 = 48$, plus que 40 : elle fabrique 3 squelettes. Il reste $40 - 36 = 4$ pailles. Elle utilise $3 \times 8 = 24$ boules.

Ex. 8 ★★★ **Les vues d'un solide mystère**

(a) La vue de dessus est un disque et la vue de face un rectangle : c'est un cylindre de révolution posé sur un de ses disques. La largeur du rectangle, 3 cm, est le diamètre et non le rayon : le rayon mesure $3 \div 2 = 1{,}5$ cm. La hauteur mesure 4 cm.

(b) La vue de dessus est un carré avec ses diagonales et la vue de face un triangle : c'est une pyramide à base carrée. Elle a une seule base et des faces latérales triangulaires qui se rejoignent à son sommet. Un prisme droit a deux bases et des faces latérales rectangulaires : vu de face, on verrait un rectangle.

Ex. 8 **(suite)**

(c) La vue de dessus est un triangle rectangle et la vue de face un rectangle : c'est un prisme droit à base triangulaire posé sur une base. Avec $n = 3$: $3 + 2 = 5$ faces, $3 \times 3 = 9$ arêtes et $2 \times 3 = 6$ sommets.

(d) Non. Un cône posé sur son disque a aussi un triangle pour vue de face, mais sa vue de dessus est un disque. La vue de dessus est différente de la vue de face : il faut regarder les deux pour reconnaître le solide.

2. *Prisme droit et cylindre : décrire*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatisme · Compter avec la base**

(a) La base est un hexagone, donc $n = 6$: le prisme a $n + 2 = 8$ faces, $3 \times n = 18$ arêtes et $2 \times n = 12$ sommets.

(b) Il y a une face latérale et une arête latérale par côté de la base : 9 faces latérales et 9 arêtes latérales.

(c) $3 \times n = 33$, donc $n = 33 \div 3 = 11$: la base a 11 côtés. Le prisme a $2 \times 11 = 22$ sommets.

(d) $2 \times n = 20$, donc $n = 20 \div 2 = 10$. Le prisme a $10 + 2 = 12$ faces.

Ex. 10 ★☆☆ **Automatisme · Prisme, cylindre ou aucun des deux ?**

(a) C'est un prisme droit : un pavé droit est un prisme droit à base rectangle. On peut prendre KLMN et PQRS comme bases (superposables, face à face) ; ses arêtes latérales sont alors [KP], [LQ], [MR] et [NS].

(b) Les bases sont deux hexagones superposables situés face à face. Les 6 faces latérales (une par côté de l'hexagone) sont des rectangles : c'est un prisme droit à base hexagonale.

(c) Ce n'est pas un prisme droit : il n'a qu'une seule base et ses faces latérales sont des triangles, pas des rectangles. C'est une pyramide.

(d) Ses deux bases sont des disques de même rayon situés dans des plans parallèles : c'est un cylindre de révolution.

(e) Ce n'est pas un prisme droit : ses deux triangles ne sont pas superposables (côtés de 3 cm et de 5 cm).

Ex. 11 ★☆☆ **Un prisme couché**

(a) Les bases sont les deux faces superposables situées face à face : ABC et DEF. Ce sont des triangles rectangles (en A et en D). Elles ne sont pas en bas.

(b) Les faces latérales sont ABED, BCFE et ACFD. Ce sont des rectangles, comme toutes les faces latérales d'un prisme droit.

(c) Les arêtes latérales sont [AD], [BE] et [CF].

(d) La hauteur d'un prisme droit est la longueur d'une arête latérale : AD = 8 cm. Ce n'est pas AC = 3 cm, même si [AC] est verticale sur le dessin.

(e) ACFD est un rectangle de côtés AC = 3 cm et AD = 8 cm.

Ex. 12 ★★☆ **La boîte de conserve**

(a) Non : 8,4 cm est le diamètre. Le rayon vaut la moitié du diamètre : $8{,}4 \div 2 = 4{,}2$ cm.

(b) Non : un cylindre n'a aucun sommet et aucune arête. Ses bords sont deux cercles, ce ne sont pas des arêtes rectilignes.

(c) Ce sont des disques, c'est-à-dire des surfaces pleines. Le cercle n'est que le contour d'un disque.

(d) La hauteur reste 11 cm : c'est la distance entre les deux bases, quelle que soit la position de la boîte.

Ex. 13 ★★☆ **La maquette de Nora**

(a) Faux : la base est un pentagone, donc $n = 5$ et le prisme a $3 \times 5 = 15$ arêtes. Le nombre $10 = 2 \times 5$ est son nombre de sommets.

(b) Faux : les bases sont les deux pentagones superposables, face à face, qui sont ici debout. La face posée sur la table est une face latérale, donc un rectangle.

(c) Vrai : un pavé droit est un prisme droit à base rectangle, donc $n = 4$: $4 + 2 = 6$ faces, $3 \times 4 = 12$ arêtes et $2 \times 4 = 8$ sommets.

(d) Vrai : la base a 5 côtés et il y a une face latérale par côté, donc 5 faces latérales. Ce sont des rectangles qui ont pour côtés un côté de la base et une arête latérale, qui mesure 12,5 cm.

Ex. 14 ★★★ **Vrai ou faux : l'enquête des prismes**

(a) Faux. Un prisme droit a $2 \times n$ sommets, donc $2 \times n = 24$ et $n = 24 \div 2 = 12$. Sa base a 12 côtés, il a donc $3 \times 12 = 36$ arêtes, et non 24.

Ex. 14 **(suite)**

(b) Faux. Un prisme droit a $3 \times n$ arêtes, donc son nombre d'arêtes est dans la table de 3. Or $3 \times 8 = 24$ et $3 \times 9 = 27$: 26 n'est pas dans la table de 3.

(c) Faux. Seules les faces latérales sont toujours des rectangles. Les bases peuvent être des triangles, des pentagones. . . : une barre chocolatée en prisme à base triangulaire a deux faces triangulaires. C'est vrai seulement si la base est un rectangle (pavé droit).

(d) Faux. Les bases d'un prisme droit sont des polygones et ses faces latérales sont des rectangles. La bougie a deux bases en forme de disque et une surface latérale courbe, sans aucune arête : c'est un cylindre de révolution, pas un prisme.

(e) Faux. Les deux bases d'un prisme droit doivent être superposables : un grand et un petit hexagone ne le sont pas. De plus, les faces latérales ne seraient pas des rectangles.

Ex. 15 ★★★ **La tente de Malik**

(a) Les bases sont les faces ABC et DEF : ce sont les deux faces superposables, situées face à face. Ce sont des triangles isocèles, car AC = BC. ABED est un rectangle qui relie les deux bases : c'est une face latérale, même si elle est en bas.

(b) Les faces latérales sont ABED, BCFE et ACFD : ce sont des rectangles. La base est un triangle, donc $n = 3$: la tente a $3 + 2 = 5$ faces, $3 \times 3 = 9$ arêtes et $2 \times 3 = 6$ sommets.

(c) Non. La hauteur d'un prisme droit est la longueur d'une arête latérale, même s'il est couché : elle vaut AD = 3,5 m. Les 1,6 m sont la hauteur du triangle ABC.

(d) On enlève les 4 arêtes du tapis : il reste $9 - 4 = 5$ tubes, [AC], [BC], [DF], [EF] et [CF]. La base DEF est superposable à ABC, donc DF = EF = 2 m. Les arêtes latérales ont toutes la même longueur, donc CF = AD = 3,5 m. Au total : $2 + 2 + 2 + 2 + 3{,}5 = 11{,}5$ m.

Ex. 16 ★★★ **Les boîtes de macarons de Yasmine**

(a) Hugo a utilisé le diamètre 5,2 cm au lieu du rayon. Le rayon est la moitié du diamètre : $5{,}2 \div 2 = 2{,}6$ cm. Il faut donc calculer $2 \times \pi \times 2{,}6$.

(b) Le ruban suit le cercle qui borde la base, de rayon 2,6 cm : $2 \times \pi \times 2{,}6 \approx 16{,}328$, soit environ 16,3 cm.

Ex. 16 **(suite)**

(c) La base est un octogone, donc $n = 8$: la boîte B a $8 + 2 = 10$ faces, $3 \times 8 = 24$ arêtes et $2 \times 8 = 16$ sommets.

(d) Non. Les faces du dessous et du dessus sont des faces latérales : ce sont des rectangles. Les bases sont les deux octogones superposables, situés face à face. La hauteur est la longueur d'une arête latérale : 6 cm.

(e) Le contour d'une base de B mesure $8 \times 2{,}5 = 20$ cm. Or $20 > 16{,}3$: c'est la boîte B qui demande le ruban le plus long.

3. *Perspective cavalière*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes — Lire le dessin d'un pavé droit**

(a) Le sommet G est derrière C (comme E est derrière A).

(b) La face arrière est EFGH : elle est derrière la face avant ABCD.

(c) [AB] appartient à la face avant, qui est en vraie grandeur : AB mesure 8 cm sur le dessin.

(d) [AE] est une fuyante : $7 \times 0{,}5 = 3{,}5$ cm sur le dessin.

(e) Le sommet caché est E, en bas à gauche à l'arrière : [AE], [EF] et [EH] sont en pointillés, soit 3 arêtes.

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes — Fuyantes et vraie grandeur**

(a) Fuyante : $15 \times 0{,}5 = 7{,}5$ cm sur le dessin.

(b) Longueur réelle = dessinée ÷ coefficient : $3{,}2 \div 0{,}5 = 6{,}4$ cm.

(c) Non : une fuyante est réduite, on ne lit pas la vraie longueur dessus. L'arête mesure $2{,}7 \div 0{,}5 = 5{,}4$ cm.

(d) La face avant est en vraie grandeur : l'arête mesure 7,6 cm sur le dessin.

(e) La face du dessus n'est pas de face : c'est un parallélogramme sans angle droit, avec deux côtés de 5 cm et deux fuyantes de $5 \times 0{,}5 = 2{,}5$ cm.

Ex. 19 ★★☆ **Les erreurs de Hugo sur la maquette d'aquarium**

(a) MN et MQ sont sur la face avant, en vraie grandeur : 9 cm et 5 cm sont justes. [MR] est une fuyante : la profondeur vaut $3 \div 0{,}5 = 6$ cm, et non 3 cm.

Ex. 19 **(suite)**

(b) Non : QPTU n'est pas une face avant, elle est dessinée en parallélogramme et ses angles droits ne sont pas conservés. Dans la réalité, le couvercle est bien un rectangle.

(c) Non : [NS] et [PT] sont parallèles dans l'espace, donc parallèles sur le dessin, avec la même longueur (3 cm).

Ex. 20 ★★☆ **Une barre chocolatée en prisme**

(a) La base arrière est UVW (U derrière R, V derrière S, W derrière T). Les arêtes latérales sont [RU], [SV] et [TW].

(b) SRT est un angle de la base avant, en vraie grandeur : il est droit sur le dessin. La face RSVU est un rectangle, mais elle est fuyante et dessinée en parallélogramme : l'angle URS n'est pas droit sur le dessin.

(c) Les arêtes latérales sont des fuyantes : $13 \times 0{,}5 = 6{,}5$ cm sur le dessin.

(d) La base est un triangle, donc n = 3 : le prisme a $3 + 2 = 5$ faces, $3 \times 3 = 9$ arêtes et $2 \times 3 = 6$ sommets.

Ex. 21 ★★☆ **Dessiner une boîte de conserve**

(a) Non : les disques ne sont pas de face, ils sont dessinés en ovales (ellipses).

(b) Ce diamètre est parallèle à la face avant, donc il est en vraie grandeur : $2 \times 3{,}5 = 7$ cm (et non 3,5 cm, qui est le rayon).

(c) Non : la hauteur est verticale, ce n'est pas une fuyante. Elle est en vraie grandeur : les segments mesurent 11 cm.

(d) La moitié arrière de l'ovale du bas est cachée : elle est en pointillés.

Ex. 22 ★★★ **Le dé géant de Maëlys**

(a) La face RSTU est placée de face, donc elle est en vraie grandeur : RS = 5,4 cm. [SW] est une fuyante, donc elle est réduite : $SW = 5{,}4 \times 0{,}5 = 2{,}7$ cm.

(b) Non. La face STXW n'est pas placée de face : sur le dessin, elle devient un parallélogramme. Ses côtés mesurent 5,4 cm et 2,7 cm, et ses angles ne sont pas droits. Ce n'est donc pas un carré sur le dessin, même si c'en est un dans la réalité.

Ex. 22 **(suite)**

(c) Non. Les fuyantes partent vers le haut à droite : seul le sommet V (en bas à gauche, à l'arrière) est caché. [WX] et [XY] sont sur le contour du dessin, on les voit : elles sont en trait plein. Les arêtes en pointillés sont les trois arêtes qui partent de V : [RV], [VW] et [VY].

(d) Les arêtes parallèles à [SW] sont [RV], [TX] et [UY]. Dans l'espace, elles sont parallèles et de même longueur, donc sur le dessin ce sont des fuyantes parallèles qui mesurent toutes 2,7 cm. [RV] est tracée en pointillés.

(e) Fuyante dessinée = longueur réelle × coefficient, donc coefficient = $3{,}78 \div 5{,}4 = 0{,}7$. Vérification : $5{,}4 \times 0{,}7 = 3{,}78$ cm.

Ex. 23 ★★★ **La tente miniature**

(a) La base KLM est placée de face, donc elle est en vraie grandeur : longueurs et angles sont conservés. Sur le dessin, KLM est donc un triangle isocèle en M avec KL = 6 cm et KM = LM = 5 cm.

(b) [LP] est une arête latérale perpendiculaire à la face avant : c'est une fuyante. Sur le dessin, elle mesure $9 \times 0{,}5 = 4{,}5$ cm.

(c) La face KLPN n'est pas placée de face. [KL] est horizontale, mais [LP] est une fuyante tracée en oblique : l'angle KLP n'est donc pas droit sur le dessin. Le sol se dessine comme un parallélogramme, pas comme un rectangle.

(d) [MQ] est une arête latérale : dans l'espace, elle est parallèle à [KN] et à [LP]. Sur le dessin, elle est donc tracée parallèle à la fuyante [LP], en oblique et non à l'horizontale, et elle mesure aussi $9 \times 0{,}5 = 4{,}5$ cm.

(e) La longueur du rectangle est le périmètre de la base : $5 + 6 + 5 = 16$ cm. Sa largeur est la longueur réelle des arêtes latérales, 9 cm (et pas la longueur dessinée). La toile est un rectangle de 16 cm sur 9 cm.

Ex. 24 ★★★ **L'étiquette de la boîte à thé**

(a) Ce diamètre part vers l'arrière : il est dessiné sur une fuyante, donc il est réduit. Sur le dessin, il mesure $8 \times 0{,}5 = 4$ cm, alors que sa vraie longueur est 8 cm.

(b) 8 cm est le diamètre, pas le rayon. Le rayon est $8 \div 2 = 4$ cm. Longueur de l'étiquette : $2 \times \pi \times 4 \approx 2 \times 3{,}14 \times 4 = 25{,}12$ cm
(Zoé trouvait le double, 50,24 cm).

Ex. 24 **(suite)**

(c) Non. [BC] mesure 12 cm : c'est la hauteur, elle devient un segment vertical de la boîte. Ce sont [AB] et [DC] qui s'enroulent autour des disques : leur longueur est celle du cercle de la base, $2 \times \pi \times r$.

(d) La longueur de l'étiquette vaut $2 \times \pi \times r$, donc $r \approx 37{,}68 \div (2 \times 3{,}14) = 37{,}68 \div 6{,}28 = 6$ cm. Le diamètre est $2 \times 6 = 12$ cm.

4. *Patrons du cube et du pavé droit*

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : patron de cube ou pas ?**

(a) Je compte : il n'y a que $1 + 4 = 5$ carrés. Un patron de cube en a 6, il manque une face. Ce n'est pas un patron de cube.

(b) Il y a 6 carrés, mais 4 d'entre eux forment un bloc de 2×2. Or un sommet du cube ne réunit que 3 faces. Ce n'est pas un patron de cube.

(c) 5 carrés sont alignés : après avoir fait le tour du cube, le 5e carré revient sur le 1er. Ce n'est pas un patron de cube.

(d) Inès a tort. La rangée de 4 fait le tour du cube. Les deux autres carrés sont du même côté de cette rangée : ils ferment la même ouverture et l'autre reste vide. Ce n'est pas un patron de cube.

(e) 6 carrés, ni bloc de 2×2, ni 5 carrés alignés. La rangée de 4 fait le tour du cube, et il y a un carré de chaque côté : chacun ferme une ouverture. C'est un patron de cube.

(f) 6 carrés, sans bloc de 2×2. Je plie en pensée et je prends pour dessous le 3e carré du bas (celui qui touche la rangée du haut). Le 2e carré du bas devient la face de gauche, le 1er se rabat sur le dessus. Le carré au-dessus du dessous devient la face arrière, les deux suivants deviennent la face de droite puis la face avant. Les 6 faces sont toutes différentes : c'est un patron de cube.

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : faces opposées**

(a) C, D et E forment une rangée de 3 carrés : la 1re et la 3e face sont opposées. La face opposée à C est E.

(b) Non : dans le patron, A et B ont un côté commun, elles se touchent aussi sur le cube. Or deux faces opposées ne se touchent jamais.

Ex. 26 **(suite)**

(c) Je garde D comme dessous. C et E se relèvent à gauche et à droite, B (accrochée à C) devient la face arrière et F (accrochée à E) la face avant. A, accrochée à B, se rabat sur le dessus. A n'a aucun côté commun avec D une fois plié : la face opposée à D est A.

(d) Une fois plié, D touche toutes les faces sauf elle-même et sa face opposée A : $6 - 2 = 4$ faces, B, C, E et F.

Ex. 27 ★★☆ **Le sixième carré de Gaspard**

(a) La rangée ABGF, BCHG, CDIH, DEJI fait le tour du cube et GHLK ferme l'ouverture du haut. Q et S conviennent : ils ferment l'ouverture du bas, et on a bien $5 + 1 = 6$ carrés. P ne convient pas : il est du même côté que GHLK, les deux ferment la même ouverture. R ne convient pas : on aurait 5 carrés alignés. T ne convient pas : avec BCHG, CDIH et GHLK, il forme un bloc de 2×2.

(b) Autour du sommet G, il y a un angle vide entre [GF] et [GK] : au pliage, ces deux côtés se rejoignent. [FG] se recolle avec [GK].

(c) GHLK devient le dessus : ses quatre côtés se collent sur le haut des quatre faces du tour. [GH] est collé à BCHG ; le côté d'en face, [KL], va sur la face opposée à BCHG, c'est-à-dire DEJI (dans la rangée, elles sont séparées par un seul carré). [KL] se recolle avec [IJ].

Ex. 28 ★★☆ **La boîte de chocolats de Malik**

(a) 2 rectangles de 7 cm $\times$ 4 cm (dessus et dessous), 2 rectangles de 7 cm $\times$ 3 cm (avant et arrière) et 2 rectangles de 4 cm $\times$ 3 cm (côtés).

(b) Le rectangle U est faux. U, V et X mesurent tous 7 cm $\times$ 3 cm : cela fait 3 rectangles au lieu de 2, et Z est le seul de 7 cm $\times$ 4 cm. Au pliage, le côté de 3 cm de U doit se recoller sur le haut de W, qui mesure 4 cm : il est trop court, la boîte ne ferme pas.

(c) U est le dessus : il doit être superposable au dessous Z, donc mesurer 7 cm $\times$ 4 cm.

(d) Bande : $7 + 4 + 7 + 4 = 22$ cm. Tour de Z : $2 \times (7 + 4) = 22$ cm. C'est la même longueur : la bande fait exactement le tour du dessous.

Ex. 29 ★★☆ **La boîte à thé de Sofia**

(a) Dans la colonne, ABCD et FEGH sont séparés par un seul rectangle (DCEF) : ce sont des faces opposées, donc superposables, et EG = BC = 2 cm. De même, HGIJ est opposée à DCEF : GI = CE = 1,5 cm.

(b) Autour du sommet C, il y a un angle vide entre [CN] et [CE] : au pliage, ils se rejoignent. [CN] se recolle avec [CE], donc CN = 1,5 cm. BMNC est un rectangle, donc BM = CN = 1,5 cm.

(c) Nathan a utilisé 4,5 cm, la longueur de [AB], qui n'est pas sur [BI]. Or [BI] est formé de [BC], [CE], [EG] et [GI] : $BI = 2 + 1{,}5 + 2 + 1{,}5 = 7$ cm.

Ex. 30 ★★★ **Le dé de Yanis**

(a) Non. A, B, C et D forment une rangée de 4 qui fait le tour du cube. E et F sont accrochés du même côté de cette rangée : ils ferment la même ouverture et l'autre reste vide. Ce n'est pas un patron, même avec 6 carrés.

(b) La rangée A-B-C-D fait le tour du cube. A et C sont séparées par une seule face, donc elles sont opposées. De même, B est opposée à D. E est au-dessus de la rangée et F en dessous : elles ferment les deux ouvertures, donc E et F sont opposées.

(c) C est opposée à A : $7 - 1 = 6$. D est opposée à B : $7 - 2 = 5$. F est opposée à E : $7 - 3 = 4$. Yanis écrit donc 6 sur C, 5 sur D et 4 sur F.

(d) Non. A, B, C, D et F seraient alors 5 carrés alignés. Après le tour du cube, la 5^{e} face F reviendrait sur A. Ce n'est pas un patron de cube.

Ex. 31 ★★★ **L'emballage de gâteau de Clémence**

(a) DCEF se relève le long de [DC] et FEGH devient le dessus. HGIJ redescend alors contre le bord [AB] du dessous. Le côté [IJ] se recolle donc avec [AB].

(b) BMNC se relève le long de [BC] et DCEF le long de [DC]. Leurs côtés [CN] et [CE] se rejoignent dans le coin C : ils doivent avoir la même longueur. Or CN = BM = 3 cm alors que CE = 3,5 cm. Le rectangle BMNC est trop court : il faut BM = 3,5 cm.

(c) Largeur : $3{,}5 + 9 + 3{,}5 = 16$ cm. Hauteur : $6 + 3{,}5 + 6 + 3{,}5 = 19$ cm. Il faut un rectangle de 16 cm sur 19 cm.

(d) Le ruban fait le tour du dessous ABCD, dont le périmètre vaut $9 + 6 + 9 + 6 = 30$ cm. Il faut 30 cm de ruban.

Ex. 32 ★★★ **La maquette de Timéo**

(a) DCNV se plie le long de [DC] et devient le dessus DCGH. N est au-dessus de C, vers l'arrière : c'est G. LADT est la face de gauche AEHD. L est derrière A : c'est E.

(b) Dans la rangée, BRUC est la face de droite BFGC et RSMU est la face arrière. R = F et S = E. PKSR se replie sous le cube et devient le dessous : P = B et K = A. Le côté [PK] est l'arête [AB] : il se recolle avec [AB].

(c) [LT] est l'arête [EH], au bout gauche de la rangée. [SM] est aussi l'arête [EH], au bout droit de la rangée. La rangée de 4 fait le tour du cube, donc [LT] se recolle avec [SM].

(d) Non. DCNV et le carré déplacé sont accrochés au-dessus de ABCD et de BRUC. Avec ces deux carrés, ils forment un bloc de $2 \times 2 = 4$ carrés autour du point C : or un sommet de cube ne réunit que 3 faces. De plus, ils sont du même côté de la rangée : ils ferment la même ouverture et le dessous reste vide.

5. *Patrons du prisme droit*

Ex. 33 ★☆☆ **Automatisme — Lire un patron de prisme droit**

(a) Le grand rectangle est découpé en 3 : le prisme a 3 faces latérales, ABGH, BCFG et CDEF. Ce sont des rectangles.

(b) Les bases sont les triangles HGK et ABL, placés de part et d'autre du rectangle. Ce sont des triangles rectangles (en G et en B).

(c) La hauteur du prisme est la largeur du rectangle latéral : DE = 6 cm (comme AH).

(d) Quand on referme le rectangle latéral, son bord gauche [AH] rejoint son bord droit : [AH] se colle sur [DE].

(e) La base est un triangle, donc n = 3 : le prisme a $3 \times 3 = 9$ arêtes et $2 \times 3 = 6$ sommets.

Ex. 34 ★☆☆ **Automatisme — Un prisme couché**

(a) Les bases sont les deux triangles superposables et parallèles : MNP (devant) et QRS (derrière).

(b) Les arêtes latérales relient les deux bases : [MQ], [NR] et [PS].

Ex. 34 **(suite)**

(c) Le prisme est couché : sa hauteur est la longueur d'une arête latérale, soit 7 cm. Ce n'est pas MP = 1,8 cm, même si [MP] est vertical sur le dessin.

(d) C'est un rectangle : les faces latérales d'un prisme droit sont des rectangles. En perspective cavalière, les angles droits ne sont pas conservés sur les faces fuyantes.

(e) NPSR est une face latérale : c'est un rectangle de largeur NP = 3 cm et de longueur l'arête latérale, 7 cm. Il mesure donc 3 cm sur 7 cm.

Ex. 35 ★★☆ **Les dimensions du rectangle latéral**

(a) Longueur = périmètre de la base : $3{,}2 + 1{,}8 + 3{,}2 + 1{,}8 = 10$ cm. Largeur = hauteur du prisme : 4,5 cm. Le rectangle latéral mesure 10 cm sur 4,5 cm.

(b) Non. Chaque face latérale s'appuie sur un côté de la base et suit le tour du rectangle : 3,2 ; 1,8 ; 3,2 ; 1,8. Dans l'ordre de Jade, les deux faces de 3,2 cm sont voisines : en pliant, on n'obtient pas le tour d'un rectangle et les bases ne s'accrochent pas.

(c) Non, il a inversé les deux dimensions. Le bord qui fait le tour de la base mesure le périmètre, $3{,}5 + 4 + 5{,}5 = 13$ cm, et l'autre bord mesure la hauteur, 8 cm. Avec le rectangle de Tom, le prisme aurait 13 cm de haut.

(d) La longueur 14,5 cm est le périmètre de la base. Les quatre côtés égaux mesurent $4 \times 3 = 12$ cm, donc le cinquième côté mesure $14{,}5 - 12 = 2{,}5$ cm.

Ex. 36 ★★☆ **Patron ou pas ?**

(a) Oui. Il y a trois rectangles de 4 cm de large, un par côté de la base (5 cm, 8 cm et 5 cm). Leur longueur totale $5 + 8 + 5 = 18$ cm est bien le périmètre de la base. Les deux triangles sont accrochés par leur côté de 8 cm au rectangle de 8 cm, l'un en haut, l'autre en bas : chacun fermera un bout du prisme.

(b) Non. Les faces latérales sont justes, mais les deux bases sont au-dessus du rectangle. Une fois plié, elles ferment le même bout et l'autre reste ouvert. Il faut placer une des bases sous le rectangle.

(c) Les triangles ont des côtés de 6 cm : ils sont trop grands et ne sont pas la base du prisme. Au pliage, leurs côtés de 6 cm ne tombent pas sur les bords de 5 cm des faces voisines. Il faut dessiner des triangles de côtés 5 cm, 5 cm et 8 cm.

Ex. 37 ★★☆ **Compléter le patron d'une maquette**

(a) Les faces dessinées mesurent 1,5 cm et 2 cm de large : ce sont RTWU et RSVU. Il manque STWV, un rectangle de ST = 2,5 cm sur 3 cm. On l'accroche le long de [CF] (ou de [AH]).

(b) [AB] mesure 1,5 cm : on y accroche le côté [RT] du triangle. Le point B est commun aux faces de 1,5 cm et de 2 cm, donc il correspond à R : l'angle droit est en B. L'autre côté de l'angle droit, RS = 2 cm, part de B vers le bas. Ce triangle est sous le rectangle et GFK au-dessus : les deux bases ne se superposent pas au pliage.

(c) La longueur totale est $1{,}5 + 2 + 2{,}5 = 6$ cm. C'est exactement le périmètre du triangle RST : la longueur du rectangle latéral est le périmètre de la base.

Ex. 38 ★★★ **La toile d'une tente**

(a) Non. Le prisme est couché : ses bases sont les triangles ABC et DEF. Sa hauteur est la longueur d'une arête latérale, soit 3,5 m. Les 2,4 m, c'est la hauteur de la tente au-dessus du sol, pas celle du prisme.

(b) La longueur du rectangle est le périmètre de la base : $2{,}6 + 2{,}6 + 2 = 7{,}2$ m. Sa largeur est la hauteur du prisme : 3,5 m.

(c) On trace un rectangle par face latérale. Sa largeur est le côté de la base correspondant et sa longueur est 3,5 m. Cela donne deux rectangles de 2,6 m sur 3,5 m (les pans de toile) et un rectangle de 2 m sur 3,5 m, qui est le sol ABED.

(d) Les deux. Dans le triangle ABC, chaque côté touche les deux autres : les trois faces latérales sont voisines deux à deux. Dans les deux ordres, la bande fait donc le tour du triangle en se refermant. Il reste à accrocher chaque triangle sur un bord de même longueur, l'un en haut et l'autre en bas.

Ex. 39 ★★★ **L'étui à crayons hexagonal**

(a) La base a 6 côtés, donc l'étui a 6 faces latérales. On trace un rectangle par face latérale, de largeur le côté de base correspondant. Les six côtés ont la même longueur, donc les six rectangles sont identiques.

(b) La largeur du grand rectangle est la longueur des arêtes latérales, c'est-à-dire la hauteur du prisme : l'étui mesure 12 cm de haut.

(c) Lucas a divisé la largeur du rectangle, qui est la hauteur du prisme. C'est la longueur du rectangle qui est le périmètre de la base, soit 21 cm. Un côté mesure donc $21 \div 6 = 3{,}5$ cm.

Ex. 39 **(suite)**

(d) La deuxième base doit aller de l'autre côté du rectangle, en bas. En haut, elle se superposerait à la première base au pliage. Elle peut toucher n'importe lequel des 6 bords du bas, qui mesurent tous 3,5 cm : elle a donc 6 positions au choix.

(e) La base ne change pas, donc la longueur reste le périmètre : $6 \times 3{,}5 = 21$ cm. La largeur devient la nouvelle hauteur : 15 cm. Le rectangle mesure 21 cm sur 15 cm.

Ex. 40 ★★★ **La boîte d'une part de gâteau**

(a) Oui. La longueur doit être le périmètre de la base : $6 + 8 + 10 = 24$ cm, et c'est bien la somme des trois découpes. La largeur doit être la hauteur de la boîte, soit 5 cm, et c'est bien le cas.

(b) Ses côtés libres mesurent 6 cm et 10 cm : il est donc accroché par son côté de 8 cm. Or il touche le haut du rectangle de 6 cm de large. Le côté de 8 cm est trop long pour ce bord de 6 cm : au pliage, le triangle dépasse et ne ferme pas la boîte.

(c) On accroche le triangle en haut du rectangle de 8 cm, par son côté de 8 cm. On peut aussi le laisser sur le rectangle de 6 cm, mais en l'accrochant par son côté de 6 cm. Il reste en haut, de l'autre côté du triangle du bas.

(d) Non. Ce bord mesure 5 cm : c'est la hauteur de la boîte. Les côtés du triangle mesurent 6 cm, 8 cm et 10 cm : aucun n'a la même longueur que ce bord, donc le triangle ne peut pas s'y coller au pliage.

6. *Patron du cylindre*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : la longueur du rectangle**

(a) La longueur du rectangle est la longueur du cercle de base : $2 \times 3{,}14 \times 6 \approx 37{,}68$ cm.

(b) On a le diamètre, donc on calcule $\pi \times d$: $3{,}14 \times 11 \approx 34{,}54$ cm
(ou $2 \times 3{,}14 \times 5{,}5$, avec le rayon 5,5 cm).

(c) D'abord on convertit : 45 mm = 4,5 cm. Ensuite : $2 \times 3{,}14 \times 4{,}5 \approx 28{,}26$ cm.

(d) Longueur : $2 \times 3{,}14 \times 7{,}5 \approx 47{,}1$ cm. La largeur est la hauteur du cylindre : 20 cm.

Ex. 42 ★★☆ **Automatismes : lire un patron de cylindre**

(a) Vrai : la largeur BC du rectangle est la hauteur du cylindre, donc la hauteur est 3 cm.

(b) Faux : AB est la longueur du cercle de base, donc $2 \times 3{,}14 \times 1 \approx 6{,}28$ cm. Avec 3,14 cm, on a oublié le « 2 ».

(c) Faux : chaque disque doit toucher une des deux longueurs du rectangle, l'un en haut sur [DC], l'autre en bas sur [AB]. Sinon le cylindre ne se ferme pas en bas.

(d) Vrai : un diamètre de 2 cm donne un rayon de $2 \div 2 = 1$ cm, c'est bien le rayon des disques du patron.

(e) Vrai : un cylindre de révolution a deux bases (les disques) et une surface latérale (le rectangle), rien d'autre.

Ex. 43 ★★☆ **L'étiquette de la boîte de conserve**

(a) L'étiquette est le rectangle latéral : sa largeur est la hauteur de la boîte. 110 mm = 11 cm.

(b) La longueur de l'étiquette fait le tour de la base : 314 mm = 31,4 cm $= 2 \times 3{,}14 \times r$.
Donc $r = 31{,}4 \div (2 \times 3{,}14) = 31{,}4 \div 6{,}28 \approx 5$ cm.

(c) Non : le diamètre de la base est $2 \times 5 = 10$ cm, pas 12 cm. Ce disque est trop grand.

Ex. 44 ★★☆ **L'erreur de Noah**

(a) Il a mis le diamètre (50 mm) à la place du rayon dans $2 \times \pi \times r$. Le rayon est $50 \div 2 = 25$ mm, donc son rectangle est deux fois trop long : le patron ne se referme pas.

(b) 25 mm = 2,5 cm, donc la longueur est $2 \times 3{,}14 \times 2{,}5 \approx 15{,}7$ cm.

(c) Oui. Les disques ont 5 cm de diamètre, l'un en haut, l'autre en bas : le patron fait $5 + 12 + 5 = 22$ cm de haut et environ 15,7 cm de large. Comme $22 < 29{,}7$ et $15{,}7 < 21$, il tient si on place la hauteur du patron dans le sens des 29,7 cm.

Ex. 45 ★★☆ **Les tours de la maquette**

(a) Non : la longueur du rectangle doit être la longueur du cercle de base, soit $2 \times 3{,}14 \times 2 \approx 12{,}56$ cm. Un rectangle de 10 cm ne fait pas le tour d'un disque : il est trop court.

(b) La longueur doit être environ 12,56 cm. Son rectangle est trop court de $12{,}56 - 10 = 2{,}56$ cm : elle doit l'allonger de 2,56 cm.

Ex. 45 (suite)

(c) Non : la longueur est juste ($2 \times 3{,}14 \times 1{,}5 \approx 9{,}42$ cm), mais les deux disques doivent toucher les deux longueurs du rectangle, l'un sur [DC], l'autre sur [AB]. Ici, aucun disque ne ferme le bas du cylindre.

Ex. 46 ★★★ **La boîte à gâteau d'Inès**

(a) 180 mm = 18 cm. Le rayon est la moitié du diamètre : $18 \div 2 = 9$ cm.

(b) La longueur du rectangle est la longueur du cercle de base : $2 \times \pi \times 9 \approx 2 \times 3{,}14 \times 9 = 56{,}52$ cm. La largeur est la hauteur de la boîte : 7 cm.

(c) Contre les deux longueurs du rectangle (les côtés d'environ 56,52 cm) : un disque en haut, l'autre en bas, pour fermer les deux bases. Hauteur totale : diamètre + hauteur + diamètre $= 18 + 7 + 18 = 43$ cm.

(d) Non. Le patron fait environ 56,52 cm sur 43 cm. La longueur passe ($56{,}52 < 60$), mais pas la hauteur : $43 > 40$. Si on tourne la feuille, $56{,}52 > 40$ ne passe pas non plus. Le patron ne tient pas sur la feuille.

Ex. 47 ★★★ **Le tube à affiches de Léo**

(a) La largeur du rectangle est la hauteur du tube : 320 mm = 32 cm.

(b) La longueur du rectangle vaut $2 \times \pi \times r$, donc $r \approx 50 \div (2 \times 3{,}14) = 50 \div 6{,}28 \approx 8{,}0$ cm.

(c) Non. $50 \div 3{,}14 \approx 15{,}9$ cm : c'est le diamètre, pas le rayon (puisque $50 \approx 3{,}14 \times d$). Avec des disques de 15,9 cm de rayon, le tour ferait deux fois plus que 50 cm : le patron ne se refermerait pas.

(d) Avec un rayon de 7 cm, la longueur doit être $2 \times \pi \times 7 \approx 2 \times 3{,}14 \times 7 = 43{,}96$ cm. Il doit raccourcir la bande de $50 - 43{,}96 = 6{,}04$ cm, soit environ 6,0 cm.

Ex. 48 ★★★ **Un rectangle, deux porte-crayons**

(a) La longueur qui fait le tour vaut $2 \times \pi \times r$, donc $r \approx 25{,}12 \div (2 \times 3{,}14) = 25{,}12 \div 6{,}28 = 4$ cm. La hauteur est l'autre côté : 15 cm.

(b) $r \approx 15 \div 6{,}28 \approx 2{,}4$ cm. La hauteur est alors 25,12 cm.

(c) Non. Le cercle d'un disque de 3,5 cm de rayon mesure $2 \times \pi \times 3{,}5 \approx 2 \times 3{,}14 \times 3{,}5 = 21{,}98$ cm. Ce n'est ni 25,12 cm ni 15 cm : le rectangle ne s'enroule exactement autour de ce disque dans aucun des deux sens.

Ex. 48 **(suite)**

ⓓ Il faut un seul disque (le fond), de 4 cm de rayon, car il n'y a pas de couvercle. Elle le place contre un côté de 25,12 cm, puisque c'est ce côté qui fait le tour de la base.