Troisième / Espace : boule, sections et sphère terrestre

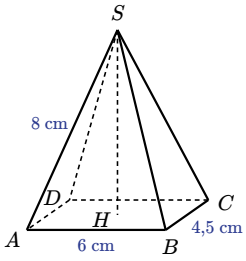
48 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 4e : volumes des solides usuels*

À retenir : Prisme droit, cylindre : $V = \mathcal{B} \times h$; pyramide, cône : $V = \mathcal{B} \times h \div 3$, avec h perpendiculaire à la base. C'est le rayon qui est au carré : $\pi \times 3^2$. 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³ et 1 m³ = 1 000 L.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : la bonne formule** — Automatismes. Pour chaque solide, demande-toi d'abord s'il est « droit » ou « pointu ».

(a) Calcule le volume de cette pyramide à base rectangulaire de 6 cm sur 4,5 cm et de hauteur 8 cm.



(b) Un cylindre de révolution a un diamètre de 14 cm et une hauteur de 3 cm. Donne la valeur exacte de son volume.

(c) Un prisme droit et une pyramide ont la même base, d'aire 18 cm², et la même hauteur, 10 cm. Donne le volume de chacun.

(d) Pour un cône de révolution de rayon 3 cm et de hauteur 7 cm, Zoé écrit $V = 2 \times \pi \times 3 \times 7 \div 3$. Corrige son calcul et donne la valeur exacte.

(e) Un cube a un volume de 1 331 cm³. Quelle est la longueur de son arête ?

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : volumes et contenances** — Automatismes. Rappel : 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³.

(a) Convertis 3,2 m³ en litres.

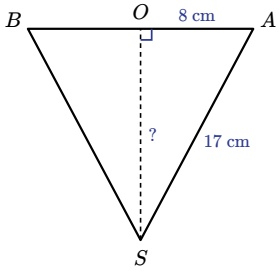
(b) Convertis 450 cm³ en centilitres.

(c) Convertis 12 500 cm³ en dm³.

(d) Un aquarium a un volume de 60 dm³. Combien de carafes de 1 500 cm³ faut-il pour le remplir ?

(e) Mattéo affirme que 1 m³ = 100 L. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 3 ★★☆ **L'entonnoir et sa génératrice** — Un entonnoir a la forme d'un cône de révolution de sommet S. Le rayon de son ouverture est OA = 8 cm et sa génératrice est SA = 17 cm. Voici sa vue en coupe. Arrondis au dixième.



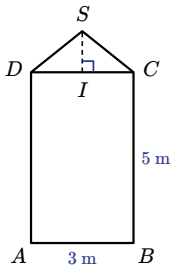
(a) Calcule la hauteur SO de l'entonnoir.

(b) Donne la valeur exacte du volume de l'entonnoir.

(c) Donne une valeur approchée de ce volume en cm³.

(d) Lou dit que l'entonnoir peut contenir plus d'un litre. A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 4 ★★☆ **Le silo à grain** — Un silo est formé d'un cylindre de révolution de diamètre AB = 3 m et de hauteur BC = 5 m, surmonté d'un cône de révolution de même base et de hauteur IS = 1,2 m. Arrondis au dixième.



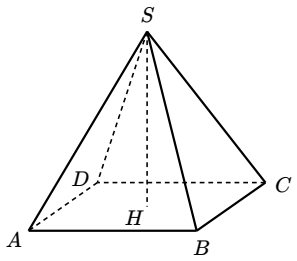
(a) Donne la valeur exacte du volume de la partie cylindrique.

(b) Donne la valeur exacte du volume de la partie conique.

(c) Donne la valeur exacte du volume du silo, puis une valeur approchée en m³.

(d) Combien de litres de grain le silo plein contient-il ?

Ex. 5 ★★☆ **La tente pyramidale** — Une tente a la forme d'une pyramide à base carrée de côté 240 cm. Son volume est de 4,8 m³. On cherche sa hauteur.

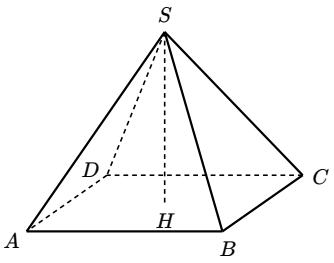


(a) Calcule l'aire $\mathcal{B}$ de la base, en m².

(b) Hugo trouve une hauteur d'environ 0,83 m. A-t-il raison ? Justifie et calcule la hauteur de la tente.

(c) Lina affirme qu'une tente de même hauteur, dont la base carrée a un côté trois fois plus long, a un volume trois fois plus grand. A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 6 ★★★ **La pyramide en verre du hall** — Le hall d'un musée est surmonté d'une pyramide en verre SABCD à base carrée. Sa base ABCD est un carré de côté 8 m et de centre H. Ses quatre arêtes latérales mesurent 9 m : SA = 9 m. La hauteur est [SH]. Arrondis au dixième.



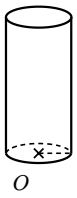
(a) Calcule AC^2, puis montre que $AH^2 = 32$.

(b) Calcule la hauteur SH de la pyramide.

(c) Calcule le volume de la pyramide : donne la valeur exacte, puis une valeur approchée.

(d) Noé a écrit : « $V = 8 \times 8 \times 9 = 576$ m³ ». Explique ses deux erreurs.

Ex. 7 ★★★ **La citerne d'eau de pluie** — Chez Maëlle, à Angers, une citerne a la forme d'un cylindre de révolution de diamètre 1,2 m et de hauteur 2,5 m. Elle est pleine d'eau de pluie. Arrondis au dixième.



(a) Calcule la valeur exacte du volume de la citerne, en m³.

(b) Calcule la contenance de la citerne, en litres.

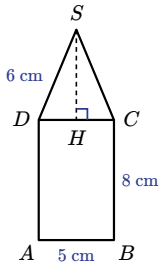
Ex. 7 (suite)

(c) Inès a écrit : « $V = 2 \times \pi \times 0{,}6 \times 2{,}5 \div 3$ ». Explique ses deux erreurs.

(d) On vide la citerne dans une cuve en forme de pavé droit dont le fond mesure 150 cm sur 120 cm. Calcule la hauteur d'eau, en cm.

(e) La cuve a une hauteur de 1,5 m. L'eau déborde-t-elle ? Justifie.

Ex. 8 ★★★ **Les bougies de Yanis** — Yanis, à Besançon, fabrique des bougies. Chacune est un pavé droit à base carrée de côté 5 cm et de hauteur 8 cm, surmonté d'une pyramide de même base et de hauteur 6 cm. Voici sa vue de face. Arrondis au dixième.



(a) Calcule le volume de la partie en forme de pavé droit.

(b) Calcule le volume de la partie en forme de pyramide.

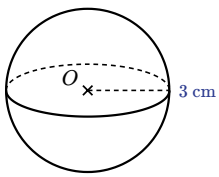
(c) Yanis dispose de 2,2 L de cire fondue. Combien de bougies entières peut-il fabriquer ? Justifie.

(d) Il veut aussi une bougie en forme de cône de révolution de diamètre 10 cm, de même volume qu'une bougie. Calcule sa hauteur.

2. *Sphère et boule : aire et volume*

À retenir : Je cherche d'abord R (diamètre ÷ 2). Sphère (surface) : $4\pi R^2$ en cm² ; boule (solide) : $\frac{4}{3}\pi R^3$ en cm³, seul R au cube ; demi-boule : $\frac{2}{3}\pi R^3$. 1 L = 1 000 cm³. Ex. : $R = 1$ cm, $V = \frac{4}{3}\pi \approx 4{,}2$ cm³.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : aires et volumes directs** — Donne la valeur exacte avec π, puis la valeur approchée. Arrondis au dixième.



(a) Calcule l'aire d'une sphère de rayon 4 cm.

(b) Calcule le volume de la boule de rayon 3 cm dessinée ci-contre.

Ex. 9 **(suite)**

(c) Une bille a un diamètre de 3 cm. Calcule son volume.

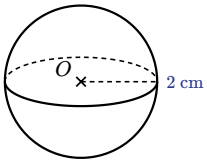
(d) Une boule de pétanque a un diamètre de 7,6 cm. Calcule l'aire de sa surface.

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : sphère ou boule, et erreurs de formule** — Réponds sans calculatrice. Donne les volumes et les aires en valeur exacte.

(a) Pour savoir quelle surface de cuir recouvre un ballon, que calcule-t-on ? Dans quelle unité ?

(b) Pour savoir combien d'air contient ce ballon, que calcule-t-on ? Dans quelle unité ?

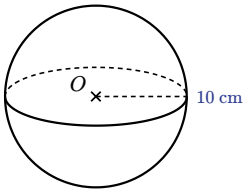
(c) Pour une boule de rayon 2 cm, Inès calcule $\left(\frac{4}{3} \times \pi \times 2\right)^3$. Explique son erreur et donne le volume exact.

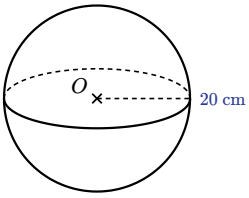


(d) Pour l'aire d'une sphère de rayon 3 cm, Tom écrit $4 \times \pi \times 2 \times 3 = 24\pi$ cm². Corrige-le.

(e) Convertis 3 500 cm³ en litres.

Ex. 11 ★★☆ **Deux lampes boules : on double le rayon** — Lucas compare deux lampes en verre en forme de boule : la petite a un rayon de 10 cm, la grande un rayon de 20 cm. Arrondis au dixième.





(a) Calcule le volume de chaque lampe, en valeur exacte puis approchée.

(b) Lucas affirme : « Le rayon est doublé, donc le volume est doublé. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 11 **(suite)**

(c) Calcule l'aire du verre de chaque lampe. Par combien l'aire est-elle multipliée ?

(d) Convertis en litres le volume de la grande lampe.

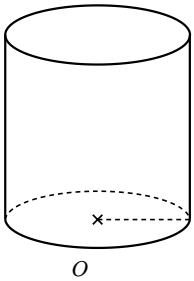
Ex. 12 ★★☆ **Le bol d'Emma** — Emma fabrique un bol en forme de demi-boule, de diamètre intérieur 16 cm. Le bol est ouvert sur le dessus. Arrondis au dixième.

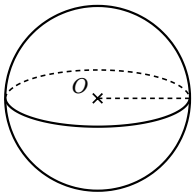
(a) Pour la contenance du bol, Emma écrit $V = \frac{2}{3} \times \pi \times 16^3$. Explique son erreur.

(b) Calcule la contenance du bol en valeur exacte, puis en cm³ et en L.

(c) Emma veut vernir l'intérieur du bol. Calcule l'aire à vernir.

Ex. 13 ★★☆ **La boule de Noé dans sa boîte (Archimède)** — Noé a une boule décorative en béton de volume $4\,500\pi$ cm³. Elle tient exactement dans une boîte cylindrique : le rayon de la boîte est celui de la boule, sa hauteur est le diamètre. Arrondis au dixième.





(a) Montre que $R^3 = 3\,375$, puis trouve le rayon R de la boule sachant que $\sqrt[3]{3\,375} = 15$.

(b) Calcule le volume de la boîte, en valeur exacte puis approchée.

(c) Quelle fraction du volume de la boîte la boule occupe-t-elle ?

(d) Calcule le volume vide dans la boîte, en cm³ puis en L.

Ex. 14 ★★★ **Le silo de la coopérative de Malik** — Le silo à blé de la coopérative de Malik est formé d'un cylindre de diamètre 9 m et de hauteur 11 m. Il est surmonté d'un toit en forme de demi-boule de même diamètre. Arrondis au dixième.

(a) Calcule le volume de la partie cylindrique du silo, en valeur exacte puis approchée.

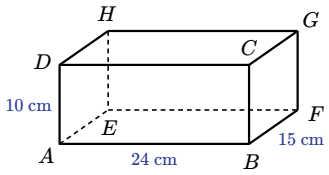
Ex. 14 (suite)

(b) Pour le volume du toit, Yanis écrit $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 4{,}5^3$. Explique son erreur, puis calcule le volume du toit.

(c) Le silo peut-il contenir 900 000 L de blé ? Justifie.

(d) On peint l'extérieur du toit. Un litre de peinture couvre 6 m², et la peinture est vendue en pots de 5 L. Combien de pots faut-il acheter ? Justifie.

Ex. 15 ★★★ **Le bac de glace de Léonie** — Léonie tient un stand de glaces. Sa cuillère forme des boules de glace de diamètre 5 cm. La glace est livrée dans un bac en forme de pavé droit de 24 cm sur 15 cm sur 10 cm, rempli à ras bord. Arrondis au dixième.



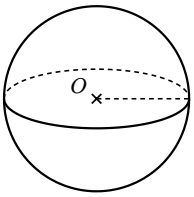
(a) Calcule le volume d'une boule de glace, en valeur exacte puis approchée.

(b) Calcule la contenance du bac en litres. Combien de boules Léonie peut-elle servir au plus avec un bac ? (On néglige les pertes.)

(c) Léonie veut maintenant des boules de 100 cm³. Calcule le volume d'une boule de rayon 2,8 cm, puis de rayon 2,9 cm. Quel rayon au dixième convient le mieux ?

(d) Sacha pose une boule de diamètre 5 cm dans un gobelet en forme de cube d'arête 5 cm. Il affirme : « La boule occupe plus de la moitié du gobelet. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 16 ★★★ **Le globe terrestre d'Amandine** — Le globe terrestre d'Amandine est une sphère de diamètre 32 cm. La Terre est assimilée à une boule de rayon 6 371 km. Arrondis au dixième, et au million de km² pour la Terre.



(a) Pour l'aire du globe, Zoé écrit $(4 \times \pi \times 16)^2$. Explique son erreur, puis calcule l'aire correcte.

(b) Si le globe était une boule pleine, quel serait son volume ? Donne-le en cm³, puis en litres.

(c) Calcule l'aire de la surface de l'hémisphère Nord de la Terre.

Ex. 16 (suite)

(d) Un autre globe a une sphère d'aire $1\,764\pi$ cm². Calcule son diamètre. Le volume de sa boule est-il plus du double de celui du globe d'Amandine ? Justifie.

3. *Sections d'un pavé, d'un cylindre, d'une sphère*

À retenir : Pavé coupé parallèlement à une face : rectangle de cette face ; à une arête : un côté est l'arête. Cylindre : perpendiculaire à l'axe → disque, parallèle → rectangle. Sphère → cercle, boule → disque : $r^2 = R^2 - d^2$ (d au centre) ; $d = R$: un point ; $d > R$: rien.

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : nommer une section** — Pour chaque solide, donne la nature de la section et ses dimensions.

(a) Un cube d'arête 7 cm est coupé par un plan parallèle à une face.

(b) Un cylindre de rayon 4 cm et de hauteur 9 cm est coupé par un plan perpendiculaire à son axe.

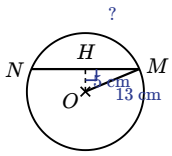
(c) Le même cylindre est coupé par un plan qui contient son axe.

(d) Une sphère de rayon 4,5 cm est coupée par un plan qui passe par son centre.

(e) Une boule de rayon 3 cm est coupée par un plan situé à 3 cm de son centre, puis par un plan situé à 3,5 cm de son centre. Que peux-tu dire de chaque section ?

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes : rayon d'une section de sphère** — Une sphère de centre O et de rayon R est coupée par un plan. On note H le pied de la perpendiculaire au plan menée de O et M un point de la section. Calcule le rayon $r = HM$ du cercle de section.

(a) $R = 13$ cm et $OH = 5$ cm.

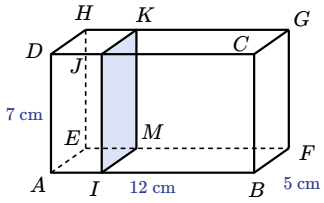


(b) $R = 6{,}1$ cm et $OH = 1{,}1$ cm.

(c) $R = 41$ cm et le plan passe à 1 cm de la surface de la sphère.

(d) Pour $R = 37$ cm et $OH = 12$ cm, Tom écrit $r^2 = 37^2 + 12^2$. Corrige son erreur, puis calcule r.

Ex. 19 ★★☆ **Deux coupes dans un pavé droit** — $ABCDEFGH$ est un pavé droit avec $AB = 12$ cm, $BF = 5$ cm et $BC = 7$ cm. Les points I, J, K, M sont tels que $AI = DJ = HK = EM = 3$ cm.



(a) Le plan qui passe par I, J, K, M est parallèle à la face $BCGF$. Donne la nature et les dimensions de la section $IJKM$.

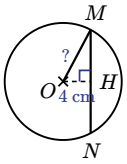
(b) On coupe maintenant le pavé par le plan qui contient les arêtes $[AD]$ et $[FG]$. Donne la nature de la section $AFGD$, puis calcule AF.

(c) Calcule l'aire de la section $AFGD$.

Ex. 20 ★★☆ **La bûche sciée** — Une bûche a la forme d'un cylindre de diamètre 17 cm et de longueur 40 cm. Arrondis à l'unité.

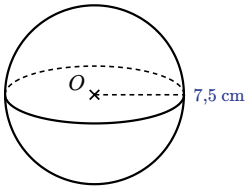
(a) Lina scie la bûche perpendiculairement à son axe. Donne la nature de la section, puis son aire exacte et son aire arrondie.

(b) Lina scie une deuxième bûche identique parallèlement à son axe, à 4 cm de lui. Sam affirme : « La section est un rectangle de 17 cm sur 40 cm. » A-t-il raison ? Justifie en calculant la corde $[MN]$ (vue de la base, H milieu de $[MN]$).



(c) Calcule l'aire de cette section rectangulaire.

Ex. 21 ★★☆ **Le fromage en boule** — Ben coupe un fromage en forme de boule de centre O et de rayon 7,5 cm par un plan situé à 4,5 cm de O. Arrondis au dixième.



(a) Sur un dessin en perspective, la section est tracée comme un ovale. Hugo en conclut que ce n'est pas un disque. A-t-il raison ? Justifie.

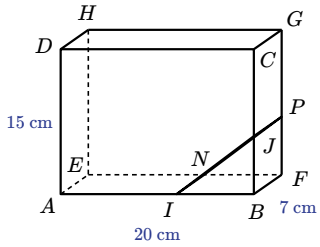
(b) Calcule le rayon de la section.

(c) Calcule l'aire de la section : valeur exacte, puis valeur arrondie.

Ex. 21 (suite)

(d) Une deuxième coupe, parallèle à la première, donne une section d'aire $20{,}25\pi$ cm². À quelle distance de O se trouve ce plan ?

Ex. 22 ★★★ **Le bloc de mousse du tapissier** — Un tapissier découpe un bloc de mousse en forme de pavé droit $ABCDEFGH$ avec $AB = 20$ cm, $BC = 15$ cm et $AE = 7$ cm. Le point I est sur [AB] avec $AI = 12$ cm et le point J est sur [BC] avec $BJ = 6$ cm.



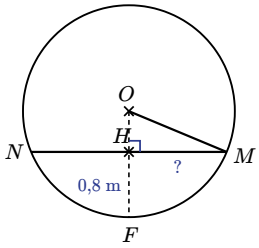
(a) Il coupe le bloc par un plan qui passe par I et qui est parallèle à la face $ADHE$. Donne la nature de la section et ses dimensions.

(b) Il coupe ensuite un autre bloc par le plan qui contient les arêtes [AE] et [CG]. Yanis affirme : « La section est un rectangle de 20 cm sur 7 cm. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) La section $IJPN$ coloriée est obtenue avec un plan parallèle à l'arête [AE] qui passe par I et J. Donne sa nature et calcule son aire.

(d) Le tapissier voudrait une section d'aire 140 cm² avec un plan parallèle à [AE] qui passe par I et par un point K de [BC]. Est-ce possible ? Justifie.

Ex. 23 ★★★ **La citerne couchée** — Une citerne a la forme d'un cylindre de diamètre 2,6 m et de longueur 4 m. Elle est couchée : son axe est horizontal. Le liquide monte à 0,8 m au-dessus du point le plus bas F. La figure montre la coupe par un plan perpendiculaire à l'axe : O est sur l'axe, [NM] est la surface du liquide. Arrondis au centième.



(a) Quand la citerne est vide, on la coupe par la pensée avec un plan perpendiculaire à son axe. Donne la nature de la section et son aire.

(b) La surface du liquide est une section de la citerne par un plan horizontal. Quelle est sa nature ? Justifie.

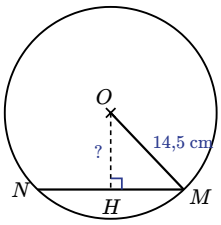
(c) Calcule la distance OH entre l'axe et la surface du liquide, puis montre que la largeur NM de cette surface vaut 2,4 m.

(d) Calcule l'aire de la surface du liquide.

Ex. 23 **(suite)**

(e) Inès affirme : « Quand la citerne est à moitié pleine, la surface du liquide est un rectangle de 1,3 m sur 4 m. » A-t-elle raison ? Justifie et donne l'aire exacte de cette surface.

Ex. 24 ★★★ **La boule posée sur le vase** — Maëlle pose une boule décorative de centre O et de rayon 14,5 cm sur un vase dont l'ouverture est un cercle de diamètre 20 cm. La boule touche le bord de l'ouverture tout autour. La figure est une vue en coupe : [NM] représente l'ouverture et H son centre. Arrondis au dixième.



(a) Sur une photo prise de biais, le bord de l'ouverture paraît ovale. Quelle est la vraie nature de la section de la boule par le plan de l'ouverture ? Calcule son aire.

(b) Calcule la distance OH entre le centre de la boule et le plan de l'ouverture.

(c) De combien de centimètres la boule descend-elle sous le plan de l'ouverture ?

(d) Maëlle place une étagère horizontale à 25 cm au-dessus du plan de l'ouverture. L'étagère touche-t-elle la boule ? Justifie.

(e) Sami affirme : « Sur un vase dont l'ouverture a un diamètre de 32 cm, cette boule tiendrait aussi, simplement plus enfoncée. » A-t-il raison ? Justifie.

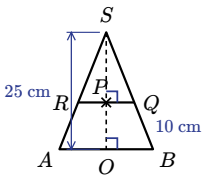
4. *Section d'une pyramide ou d'un cône parallèle à la base*

À retenir : k = petite hauteur ÷ grande hauteur, mesurées depuis le sommet ($0 < k < 1$) ; longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$; tronc $= V - V \times k^3$. Ex. : hauteur 10 cm, coupe à 3 cm de la base : $k = \frac{7}{10} = 0{,}7$.

Ex. 25 ★☆☆ **Le rapport k et la nature de la section** — Chaque solide est coupé par un plan parallèle à sa base.

(a) Une pyramide de hauteur $SO = 12$ cm est coupée à 9 cm du sommet. Donne k en fraction irréductible, puis en écriture décimale.

(b) Un cône de hauteur $SO = 25$ cm est coupé à $OP = 10$ cm de sa base. Calcule k.



Ex. 25 **(suite)**

(c) Pour une pyramide de hauteur 16 cm coupée à 4 cm du sommet, Tom écrit $k = 16 \div 4 = 4$. Explique son erreur et corrige-la.

(d) Une pyramide à base carrée de côté 9 cm est coupée avec $k = \frac{2}{3}$. Donne la nature de la section et sa dimension.

(e) Un cône de révolution de rayon 4,5 cm est coupé avec $k = 0{,}4$. Donne la nature de la section et sa dimension.

Ex. 26 ★☆☆ **Aires, volumes et rapport retrouvé** — Chaque solide est coupé par un plan parallèle à sa base ; k est le rapport de réduction.

(a) La base d'une pyramide a une aire de 50 cm² et $k = 0{,}3$. Calcule l'aire de la section.

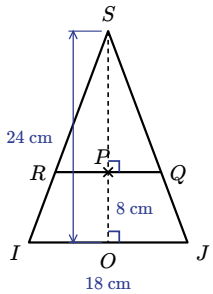
(b) Un cône de 640 cm³ est coupé à mi-hauteur. Nina affirme : « Le petit cône fait 320 cm³. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Une pyramide de 540 cm³ est coupée avec $k = \frac{1}{3}$. Hugo calcule le volume du tronc : $540 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 360$ cm³. Corrige son calcul.

(d) La section d'un cône a une aire de 12 cm² et sa base une aire de 75 cm². Retrouve k.

(e) Une petite pyramide de 2 cm³ est découpée dans une pyramide de 128 cm³. Retrouve k.

Ex. 27 ★★☆ **Le pied de lampe de Malik** — Le pied de la lampe de Malik est un tronc de pyramide. Il vient d'une pyramide à base carrée de sommet S, de côté 18 cm et de hauteur $SO = 24$ cm, coupée par un plan parallèle à la base à $OP = 8$ cm de la base. Voici une vue en coupe passant par S et par les milieux I et J de deux côtés opposés de la base.



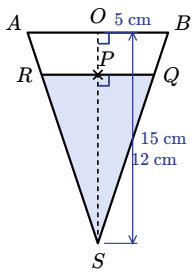
(a) Calcule SP, puis le rapport k en fraction irréductible.

(b) Donne la nature de la section, son côté et son aire.

(c) Calcule le volume de la grande pyramide, puis celui de la petite pyramide.

(d) Calcule le volume du pied de lampe en cm³, puis en litres.

Ex. 28 ★★☆ **Le verre à pied de Lucas** — Le récipient du verre à pied de Lucas est un cône de révolution, pointe en bas, de rayon $OB = 5$ cm et de hauteur $SO = 15$ cm. Lucas y verse du jus jusqu'à une hauteur $SP = 12$ cm. Arrondis au dixième.



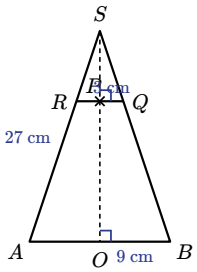
(a) Quelle est la nature de la surface du jus ? Calcule le rapport k.

(b) Calcule le rayon PQ de la surface du jus.

(c) Calcule le volume du verre puis le volume de jus, en valeur exacte puis approchée. Convertis le volume de jus en cL.

(d) Lucas affirme : « Le jus monte aux $\frac{4}{5}$ de la hauteur, donc le verre est rempli aux $\frac{4}{5}$ de son volume. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 29 ★★☆ **Le plot de sport d'Amina** — Le plot de sport d'Amina est un tronc de cône plein. Il vient d'un cône de révolution de sommet S, de hauteur $SO = 27$ cm et de rayon $OB = 9$ cm, coupé par un plan parallèle à la base : la section est un disque de rayon $PQ = 3$ cm. Arrondis au dixième de litre.



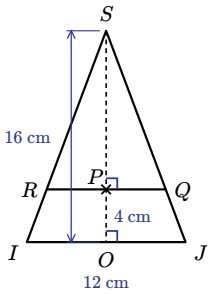
(a) Calcule le rapport k à l'aide des rayons, puis la hauteur SP du petit cône et la hauteur OP du plot.

(b) Calcule les volumes exacts du grand cône et du petit cône.

(c) Calcule le volume du plot en valeur exacte, puis en litres.

(d) Quelle fraction du volume du grand cône le plot représente-t-il ?

Ex. 30 ★★★ **Les affirmations de Malo sur le presse-papier** — Le presse-papier de Clara est une pyramide en verre à base carrée de côté 12 cm et de hauteur SO = 16 cm. Un plan parallèle à la base, situé à 4 cm de la base, la coupe en une petite pyramide et un tronc de pyramide. La figure est une vue en coupe passant par S et par les milieux I et J de deux côtés opposés de la base. Pour chaque affirmation de Malo, dis si elle est vraie ou fausse, et justifie.



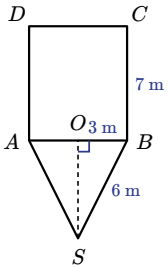
(a) « Le rapport de réduction est $k = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$. »

(b) « La section est un carré d'aire 108 cm^2. »

(c) « Le volume de la petite pyramide est 576 cm^3. »

(d) « Le tronc de pyramide occupe plus de la moitié du volume de la pyramide entière. »

Ex. 31 ★★★ **Le silo à grain de Nathan** — Le silo de la ferme de Nathan est formé d'un cylindre de rayon 3 m et de hauteur 7 m posé sur un cône de révolution, pointe S en bas, de même rayon OB = 3 m et de hauteur SO = 6 m (vue en coupe ci-dessous). Arrondis au dixième.



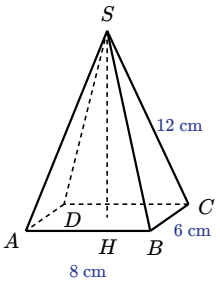
(a) Calcule le volume total du silo, en valeur exacte puis en valeur approchée.

(b) Le grain remplit le cône jusqu'à 3 m au-dessus de la pointe S. Calcule le volume de grain, puis le volume de grain qu'il faut ajouter pour remplir le cône.

(c) Un autre jour, le grain occupe $\frac{8}{27}$ du volume du cône. Retrouve le rapport k, puis la hauteur de grain au-dessus de S.

(d) Ce jour-là, quelle est la nature de la surface du grain ? Calcule son aire.

Ex. 32 ★★★ **La bougie pyramidale de Sofia** — Sofia moule une bougie à partir d'une pyramide SABCD à base rectangulaire, de hauteur [SH] où H est le centre du rectangle ABCD, avec AB = 8 cm, BC = 6 cm et l'arête SA = 13 cm. Elle coupe la pointe par un plan parallèle à la base passant par le point H' de [SH] tel que SH' = 3 cm. La bougie est le tronc de pyramide restant.



(a) Montre que la hauteur SH mesure 12 cm.

(b) Calcule le rapport k de la réduction, en fraction irréductible puis en écriture décimale.

(c) Quelle est la nature de la section ? Donne ses dimensions et son aire.

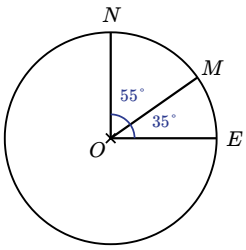
(d) Calcule le volume de la pyramide SABCD, puis celui de la petite pyramide.

(e) Sofia dispose de 0,2 L de cire fondue. Est-ce suffisant pour remplir le moule de la bougie ? Justifie.

5. *Latitude et longitude*

À retenir : Latitude (N/S, de 0° à 90°) d'abord, puis longitude (E/O, de 0° à 180°). Écart : de part et d'autre, on ajoute (10° S et 25° N → 35°) ; du même côté, on soustrait. Arc = angle ÷ 360 × $2\pi r$, avec $r = R$ sur l'équateur ou un méridien, et $r = R\cos\varphi$ sur un parallèle.

Ex. 33 ★☆☆ **Lire et écrire des coordonnées** — La figure montre la Terre en coupe dans le plan du méridien de M : O est le centre, $[OE]$ est dans le plan de l'équateur et N est le pôle Nord.



(a) Lis sur la figure la latitude du point M.

(b) M est sur le méridien 140° E. Inès écrit les coordonnées de M en commençant par la longitude. Explique son erreur, puis écris les coordonnées de M.

(c) Le point B est sur le même parallèle que M et sur le méridien de Greenwich. Donne les coordonnées de B.

Ex. 33 (suite)

(d) Le point C est sur le même méridien que M et sur l'équateur. Donne les coordonnées de C.

(e) Explique pourquoi un point noté (97° N; 20° E) ne peut pas exister.

Ex. 34 ★★☆ **Écarts angulaires et antipode** — Réponds à chaque question en degrés.

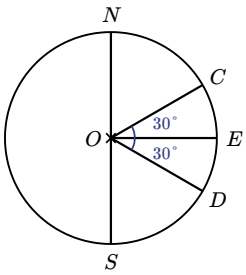
(a) Calcule l'écart angulaire entre A (18° N; 27° E) et B (27° S; 27° E), situés sur le même méridien.

(b) Calcule l'écart angulaire entre les points C (0°; 74° O) et D (0°; 12° O) de l'équateur.

(c) F est sur l'équateur, à 86° à l'est de E (0°; 34° O). Donne la longitude de F.

(d) L'antipode de P (24° N; 110° E) est le point P' tel que $[PP']$ est un diamètre de la Terre. Donne les coordonnées de P'.

Ex. 35 ★★☆ **Du Caire à Durban le long d'un méridien** — Le Caire (30° N; 31° E) et Durban (30° S; 31° E) sont sur le même méridien (coordonnées approchées). La Terre est une sphère de centre O et de rayon 6 371 km. Arrondis les longueurs au km et les angles au dixième.

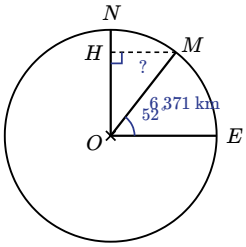


(a) Calcule l'écart angulaire entre Le Caire (C) et Durban (D).

(b) Calcule la longueur de l'arc de méridien qui va du Caire à Durban : valeur exacte, puis valeur approchée.

(c) Un avion part du Caire et parcourt 2 000 km vers le nord, le long de ce méridien. Calcule la latitude du point d'arrivée.

Ex. 36 ★★☆ **D'Amsterdam à Saskatoon le long du parallèle** — Amsterdam (52° N; 5° E) et Saskatoon, au Canada, (52° N; 107° O) sont sur le même parallèle. La Terre est une sphère de centre O et de rayon $OM = 6\,371$ km. Arrondis au km, à la fin seulement.



(a) Explique pourquoi $\widehat{OMH} = 52°$, puis calcule HM, le rayon du parallèle 52° N.

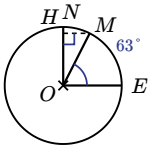
(b) Calcule l'écart entre les longitudes des deux villes.

(c) Calcule la longueur de l'arc de parallèle qui relie Amsterdam à Saskatoon.

Ex. 37 ★★☆ **Vrai ou faux sur les distances terrestres** — La Terre est une sphère de rayon 6 371 km. Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie par un calcul. Arrondis au km.

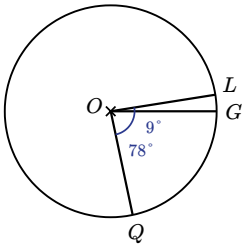
(a) « Sur l'équateur, les points (0°; 15° O) et (0°; 85° O) sont à environ 11 120 km l'un de l'autre. »

(b) « Sur le parallèle 63° N, deux points de longitudes 10° E et 40° E sont à environ 3 336 km l'un de l'autre, le long du parallèle. »



(c) « Les points A (12° S; 20° E) et B (12° N; 20° E) sont sur le même méridien, à environ 2 669 km l'un de l'autre. »

Ex. 38 ★★★ **La copie de Malo sur l'équateur** — Quito Q (0°; 78° O) et Libreville L (0°; 9° E) sont sur l'équateur (coordonnées approchées). La Terre est une sphère de centre O et de rayon 6 371 km. La figure montre l'équateur vu depuis le pôle Nord ; G est sur le méridien de Greenwich. Arrondis les distances au km et les angles au degré.



(a) Malo écrit : « Libreville est à 9° de latitude Est. » Corrige sa phrase et explique son erreur.

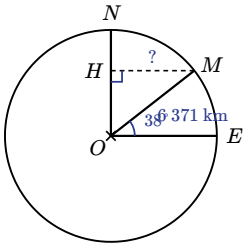
(b) Malo calcule l'écart angulaire $\widehat{QOL} = 78° - 9° = 69°$. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 38 (suite)

(c) Calcule la distance de Quito à Libreville le long de l'équateur.

(d) Un navire part de Libreville, suit l'équateur vers l'ouest et parcourt 3 000 km. Donne les coordonnées de son point d'arrivée.

Ex. 39 ★★★ **De Lisbonne à Athènes le long du parallèle 38° N** — Lisbonne (38° N; 9° O) et Athènes (38° N; 24° E) sont sur le parallèle 38° N (coordonnées approchées). La Terre est une sphère de centre O et de rayon 6 371 km. Sur la coupe ci-dessous, M est un point du parallèle 38° N et H le centre de ce parallèle. Le segment $[OE]$ est dans le plan de l'équateur. Arrondis au km.



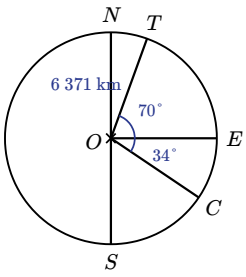
(a) Sofiane écrit : $HM = 6\,371 \times \sin 38° \approx 3\,922$ km. Explique son erreur, puis calcule le rayon HM du parallèle 38° N.

(b) Calcule la longueur du parallèle 38° N.

(c) Calcule l'écart angulaire entre Lisbonne et Athènes, puis la distance qui les sépare le long du parallèle.

(d) Jade trouve 3 669 km pour la distance Lisbonne-Athènes, car elle a pris 6 371 km comme rayon. Explique son erreur et pourquoi son résultat est trop grand.

Ex. 40 ★★★ **Un vol plein sud depuis Tromsø** — Un avion de recherche part de Tromsø, en Norvège, T (70° N; 19° E). Il vole plein sud le long de son méridien jusqu'au point C (34° S; 19° E), près du Cap. La Terre est une sphère de centre O et de rayon 6 371 km. La figure est une coupe par le grand cercle qui contient ce méridien ; N et S sont les pôles. Arrondis au km et au degré.



(a) Léo affirme : « Pendant tout le vol, la latitude de l'avion reste égale à 19°. » Corrige son affirmation et justifie.

(b) Calcule l'angle $\widehat{TOC}$, puis la longueur du trajet de T à C.

Ex. 40 **(suite)**

(c) Calcule la latitude de l'avion après 9 000 km de vol depuis T, puis donne ses coordonnées.

(d) Un second avion va de C au pôle Sud par ce méridien, puis remonte par le méridien opposé jusqu'à l'antipode C' de C. Donne les coordonnées de C' et la longueur de ce trajet.

6. *Exercices type brevet*

À retenir : k = petite hauteur ÷ grande hauteur, mesurées depuis le sommet : à 3 cm de la base d'un cône de 10 cm, $k = \frac{7}{10}$. Longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$; le tronc se calcule par différence.

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : le rapport de réduction** — Chaque solide est coupé par un plan parallèle à sa base. Justifie chaque réponse.

(a) Une pyramide de hauteur $SO = 14$ cm est coupée à 3,5 cm de son sommet. Calcule le rapport k de la réduction.

(b) Un cône de révolution de hauteur 20 cm est coupé à 4 cm de sa base. Calcule le rapport k de la réduction.

(c) La base d'une pyramide a une aire de 72 cm². La pyramide est coupée avec un rapport $k = 0{,}5$. Calcule l'aire de la section.

(d) Une pyramide de 405 cm³ est coupée avec un rapport $k = \frac{1}{3}$. Léo écrit : « petite pyramide : $405 \times \frac{1}{3} = 135$ cm³ ». A-t-il raison ? Justifie.

(e) On découpe un petit cône de 54 cm³ dans un cône de 2 000 cm³. Retrouve le rapport k de la réduction.

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : boule, sphère et section** — Donne la valeur exacte, puis une valeur approchée si elle est utile. Arrondis au dixième.

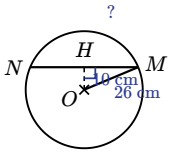
(a) Calcule le volume d'une bille de diamètre 10 cm.

(b) Calcule l'aire d'une sphère de rayon 3,5 cm.

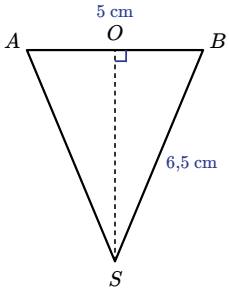
(c) Un bol a la forme d'une demi-boule de rayon 12 cm. Calcule sa contenance en litres.

(d) Une boule a pour volume $\frac{2\,048\pi}{3}$ cm³. Retrouve son rayon. On donne $\sqrt[3]{512} = 8$.

(e) Une sphère de centre O et de rayon 26 cm est coupée par un plan situé à 10 cm de O. Calcule le rayon HM de la section.



Ex. 43 ★★☆ **Le cornet de glace** — Chez un glacier de Nice, un cornet est un cône de révolution de diamètre 5 cm et de génératrice 6,5 cm. Il est rempli de glace, et surmonté d'une demi-boule de glace de même rayon. Arrondis au dixième.



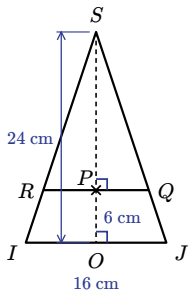
(a) Montre que la hauteur SO du cône mesure 6 cm.

(b) Calcule le volume total de glace d'un cornet : la valeur exacte, puis la valeur approchée.

(c) Le bac de glace est un pavé droit de 25 cm sur 18 cm, rempli sur 10 cm de hauteur. Donne son volume en litres, puis le nombre de cornets complets qu'il permet de servir.

(d) Après 40 cornets servis, à quelle hauteur la glace arrive-t-elle encore dans le bac ?

Ex. 44 ★★☆ **La lampe en verre** — Ben fabrique une lampe à partir d'une pyramide en verre à base carrée de côté 16 cm et de hauteur $SO = 24$ cm. Il la coupe par un plan parallèle à la base, à 6 cm de la base. Le socle est le tronc de pyramide. La vue en coupe passe par S et par les milieux I et J de deux côtés opposés de la base. Arrondis le pourcentage au dixième.



(a) Calcule SP, puis le rapport k de la réduction.

(b) Dans la coupe, calcule PQ. Déduis-en le côté et l'aire de la section carrée.

(c) Calcule le volume de la pyramide entière, puis celui de la petite pyramide.

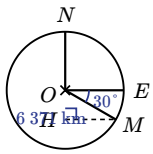
(d) Déduis-en le volume du socle en litres, puis le pourcentage qu'il représente par rapport au volume de la pyramide.

Ex. 45 ★★☆ **De Saint-Pétersbourg à Durban** — La Terre est une sphère de centre O et de rayon 6 371 km. Saint-Pétersbourg est à 60° au nord de l'équateur et à 30° à l'est du méridien de Greenwich. Durban est à 30° au sud de l'équateur, sur le même méridien (valeurs approchées). Arrondis au dixième.

(a) Mila écrit les coordonnées de Saint-Pétersbourg : (30° N; 60° E). A-t-elle raison ? Justifie.

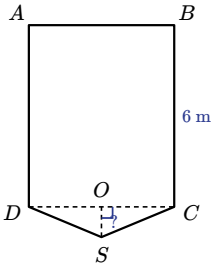
(b) Un avion va de Saint-Pétersbourg à Durban en suivant le méridien. Calcule l'écart angulaire entre les deux villes, puis la longueur de ce trajet.

(c) Sur la figure, M représente Durban. Dans le triangle OHM rectangle en H, calcule le rayon HM du parallèle de Durban.



(d) Calcule la longueur de ce parallèle. Ensuite, calcule de quel pourcentage il est plus court que l'équateur.

Ex. 46 ★★★ **Le silo à grains** — Un silo à grains est formé d'un cylindre de révolution de diamètre 4,8 m, posé sur un cône de révolution de même base, pointe en bas. Le cylindre mesure 6 m de haut. La génératrice [SC] du cône mesure 2,6 m (voir la coupe). Arrondis au dixième.



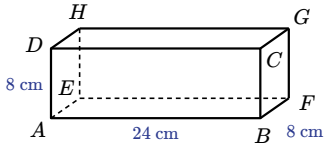
(a) Montre que la hauteur SO du cône mesure 1 m.

(b) Calcule le volume du silo, en valeur exacte, puis en valeur approchée.

(c) Quel pourcentage du volume du silo le cône représente-t-il ?

(d) L'agricultrice Manon verse 100 000 L de blé dans le silo vide. Le blé déborde-t-il ? Si ce n'est pas le cas, à quelle hauteur au-dessus de [DC] arrive-t-il ?

Ex. 47 ★★★ **Le coffret de boules de pétanque** — Inès range des boules de pétanque dans un coffret en forme de pavé droit ABCDEFGH. Ses dimensions intérieures sont 24 cm, 8 cm et 8 cm. Une boule a un volume d'environ 195,4 cm³. On donne $\sqrt[3]{46{,}65} \approx 3{,}6$. Arrondis au dixième.



(a) Montre que le rayon d'une boule mesure environ 3,6 cm.

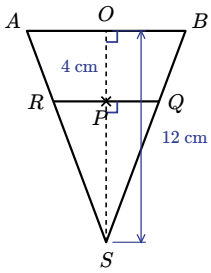
Ex. 47 (suite)

(b) Combien de boules Inès peut-elle ranger au maximum dans le coffret ? Justifie.

(c) Inès comble l'espace vide du coffret, autour des boules rangées, avec de la mousse. Quel volume de mousse lui faut-il, en litres ?

(d) Inès repeint les boules rangées. Un flacon de peinture couvre 400 cm². Un seul flacon suffit-il ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Le verre à pied** — Le récipient d'un verre à pied est un cône de révolution de sommet S et de hauteur SO = 12 cm. Son bord est un cercle de diamètre 9 cm. Zoé verse du jus jusqu'à 4 cm sous le bord : la surface du jus est un disque de centre P (voir la coupe). On donne $\sqrt[3]{0{,}5} \approx 0{,}794$. Arrondis au dixième.



(a) Calcule la contenance du verre, en valeur exacte en cm³, puis en centilitres.

(b) À l'aide du théorème de Thalès, calcule le rayon PQ de la surface du jus.

(c) Tom affirme : « Le jus atteint les deux tiers de la hauteur, donc le verre est rempli aux deux tiers. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) À quelle hauteur, mesurée depuis le sommet S, faut-il arrêter le jus pour remplir exactement la moitié du verre ?