1. Rappels de 6e : le sens d'une fraction

Ex. 1 ★☆☆ Lire une fraction

(a) On utilise $\frac{4}{9}$ du ruban : 9 parts égales, on en prend 4.

(b) Le week-end représente $\frac{2}{7}$ de la semaine : 2 jours sur 7.

(c) 20 minutes représentent $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ d'heure : une heure compte 60 minutes, et $3 \times 20 = 60$.

(d) $12 - 5 = 7$ œufs intacts, donc $\frac{7}{12}$ des œufs sont intacts.

Ex. 2 ★☆☆ Écriture décimale

(a) $\frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2{,}25$

(b) $\frac{13}{10} = 13 \div 10 = 1{,}3$

(c) $\frac{7}{2} = 7 \div 2 = 3{,}5$

(d) $\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0{,}6$

(e) $\frac{47}{100} = 47 \div 100 = 0{,}47$

Ex. 3 ★☆☆ Demi-droite graduée

(a) Abscisse $\frac{8}{3}$; $2 < \frac{8}{3} < 3$, car $6 < 8 < 9$ ($2 = \frac{6}{3}$ et $3 = \frac{9}{3}$).

(b) Abscisse $\frac{15}{4}$; $3 < \frac{15}{4} < 4$, car $12 < 15 < 16$ ($3 = \frac{12}{4}$ et $4 = \frac{16}{4}$).

(c) Abscisse $\frac{23}{10}$; $2 < \frac{23}{10} < 3$, car $20 < 23 < 30$ ($2 = \frac{20}{10}$ et $3 = \frac{30}{10}$).

(d) Abscisse $\frac{11}{2}$; $5 < \frac{11}{2} < 6$, car $10 < 11 < 12$ ($5 = \frac{10}{2}$ et $6 = \frac{12}{2}$).

Ex. 4 ★☆☆ Fraction d'une quantité

(a) $45 \div 5 = 9$.

(b) $27 \div 3 = 9$, puis $9 \times 2 = 18$.

(c) $32 \div 4 = 8$, puis $8 \times 3 = 24$.

(d) $40 \div 8 = 5$, puis $5 \times 5 = 25$ L.

(e) $90 \div 10 = 9$, puis $9 \times 7 = 63$ €.

(f) 1 h = 60 min ; $60 \div 5 = 12$, puis $12 \times 3 = 36$ min.

Ex. 5 ★☆☆ Fractions décimales

(a) $\frac{3}{10} + \frac{7}{100} = 0{,}3 + 0{,}07 = 0{,}37$

(b) $2 + \frac{9}{10} + \frac{4}{100} = 2 + 0{,}9 + 0{,}04 = 2{,}94$

(c) $\frac{5}{10} + \frac{25}{100} = 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}75$

(d) $\frac{6}{100} + \frac{3}{1\,000} = 0{,}06 + 0{,}003 = 0{,}063$

(e) $1 + \frac{8}{1\,000} = 1 + 0{,}008 = 1{,}008$

2. Représenter une fraction

Ex. 6 ★☆☆ Lire la fraction coloriée

(a) $\frac{7}{10}$: 7 parts coloriées sur 10 parts égales.

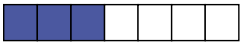
(b) $\frac{5}{12}$: 5 parts coloriées sur 12 parts égales.

(c) $\frac{4}{9}$: 4 parts coloriées sur 9 parts égales.

(d) $\frac{3}{5}$: 3 parts coloriées sur 5 parts égales.

Ex. 7 ★☆☆ Hachurer une fraction

(a) On hachure 3 parts sur les 7 parts égales.



(b) On hachure 7 parts sur les 8 parts égales.



(c) On hachure 2 parts sur les 5 parts égales.



Ex. 8 ★★☆ Une même fraction, plus de parts

(a) $\frac{3}{4} = \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$: on hachure 9 parts sur 12.



(b) $\frac{2}{5} = \frac{2\times2}{5\times2} = \frac{4}{10}$: on hachure 4 parts sur 10.



(c) $\frac{5}{6} = \frac{5\times2}{6\times2} = \frac{10}{12}$: on hachure 10 parts sur 12.



(d) 6 parts sur 10 : $\frac{6}{10} = \frac{6\div2}{10\div2} = \frac{3}{5}$.

Ex. 9 ★★☆ Lire une jauge

(a) La fraction pleine est $\frac{5}{8}$ et la fraction vide $\frac{3}{8}$ (et $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$).

(b) La fraction pleine est $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et la fraction vide $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (et $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$).

(c) La fraction pleine est $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ et la fraction vide $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (et $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$).

Ex. 10 ★★★ Une addition sur une barre

(a) $\frac{1}{12}$: 1 part ; $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$: 8 parts. En tout $1 + 8 = 9$ parts, donc $\frac{1}{12} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ de la barre est coloriée. Il reste $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ en blanc.



Ex. 10 (suite)

(b) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$: 5 parts, puis 3 parts. En tout 8 parts : $\frac{1}{2} + \frac{3}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.



(c) Il faut pouvoir prendre le sixième et le neuvième de la barre : son nombre de parts doit être un multiple de 6 et de 9, ce qui n'est pas le cas de 12 (12 n'est pas dans la table de 9). Le plus petit est 18 : $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{3}{18} + \frac{2}{18} = \frac{5}{18}$, soit 5 parts sur 18. Il faut donc au minimum 18 parts.

3. *La fraction comme quotient*

Ex. 11 ★☆☆ **Multiplications à trou**

(a) $\frac{9}{4}$, car $4 \times \frac{9}{4} = 9$.

(b) $\frac{2}{11}$, car $11 \times \frac{2}{11} = 2$.

(c) $5 : \frac{5}{8}$ est le nombre qui, multiplié par 8, donne 5.

(d) $10 : \frac{10}{3}$ multiplié par 3 redonne 10.

(e) 9, car $9 \times \frac{4}{9} = 4$.

Ex. 12 ★☆☆ **Un entier plus une fraction**

(a) $23 = 4 \times 5 + 3$, donc $\frac{23}{5} = 4 + \frac{3}{5}$.

(b) $37 = 4 \times 8 + 5$, donc $\frac{37}{8} = 4 + \frac{5}{8}$.

(c) $40 = 5 \times 7 + 5$, donc $\frac{40}{7} = 5 + \frac{5}{7}$.

(d) $31 = 5 \times 6 + 1$, donc $\frac{31}{6} = 5 + \frac{1}{6}$.

(e) $50 = 5 \times 9 + 5$, donc $\frac{50}{9} = 5 + \frac{5}{9}$.

Ex. 13 ★★☆ **Dans l'autre sens**

(a) $2 \times 7 + 3 = 17$, donc $\frac{17}{7} = 2 + \frac{3}{7}$.

(b) Il faut $29 = 4 \times \ldots + 1$, donc $4 \times \ldots = 28$ et le trou vaut 7 : $\frac{29}{7} = 4 + \frac{1}{7}$.

(c) Il faut $47 = 5 \times \ldots + 2$, donc $5 \times \ldots = 45$ et le trou vaut 9 : $\frac{47}{9} = 5 + \frac{2}{9}$.

(d) $4 \times 9 + 7 = 43$, donc $\frac{43}{9} = 4 + \frac{7}{9}$.

Ex. 14 ★★☆ **Encadrer et arrondir à l'unité**

(a) $\frac{26}{7} = 3 + \frac{5}{7}$, donc $3 < \frac{26}{7} < 4$. Comme $\frac{5}{7}$ est plus grand que $\frac{1}{2}$ $(10 > 7)$, l'entier le plus proche est 4.

(b) $\frac{47}{9} = 5 + \frac{2}{9}$, donc $5 < \frac{47}{9} < 6$. Comme $\frac{2}{9}$ est plus petit que $\frac{1}{2}$ $(4 < 9)$, l'entier le plus proche est 5.

(c) $\frac{33}{8} = 4 + \frac{1}{8}$, donc $4 < \frac{33}{8} < 5$. Comme $\frac{1}{8}$ est plus petit que $\frac{1}{2}$ $(2 < 8)$, l'entier le plus proche est 4.

Ex. 14 (suite)

(d) $\frac{52}{11} = 4 + \frac{8}{11}$, donc $4 < \frac{52}{11} < 5$. Comme $\frac{8}{11}$ est plus grand que $\frac{1}{2}$ $(16 > 11)$, l'entier le plus proche est 5.

Ex. 15 ★★★ **Le bon quotient**

(a) Le premier est $\frac{3}{8}$, car $8 \times \frac{3}{8} = 3$; le second est $\frac{8}{3}$, car $3 \times \frac{8}{3} = 8$. Comme $3 < 8$, $\frac{3}{8}$ est plus petit que 1, alors que $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$ est plus grand que 2. Le plus grand est donc $\frac{8}{3}$.

(b) On veut $\frac{24}{6} < \frac{n}{6} < \frac{30}{6}$, car $4 = \frac{24}{6}$ et $5 = \frac{30}{6}$. Les entiers qui conviennent sont 25, 26, 27, 28 et 29. Il y a donc 5 entiers qui conviennent.

(c) Le calcul $17 = 4 \times 4 + 1$ est juste, mais il donne $\frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4}$: le reste 1 représente un quart, pas un dixième. Or $\frac{1}{4} = 0{,}25$, donc $\frac{17}{4} = 4{,}25$.

Ex. 16 ★★★ **La corde à sauter**

(a) Un morceau mesure $17 \div 6 = \frac{17}{6}$ m.

(b) $17 = 2 \times 6 + 5$, donc $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6}$ m. Un morceau mesure entre 2 m et 3 m.

(c) 17 m = 1 700 cm et $1\,700 \div 6 \approx 283{,}33$. Un morceau mesure environ 283 cm, soit 2,83 m.

4. *Multiples, diviseurs et critères de divisibilité*

Ex. 17 ★☆☆ **Le tableau des critères**

(a)

Divisible par	378	845	1 260
2	oui	non	oui
3	oui	non	oui
5	non	oui	oui
9	oui	non	oui
10	non	non	oui

Sommes des chiffres : 378 : $3 + 7 + 8 = 18$; 845 : $8 + 4 + 5 = 17$; 1 260 : $1 + 2 + 6 + 0 = 9$.

(b)

Divisible par	2 097	4 512	735
2	non	oui	non
3	oui	oui	oui
5	non	non	oui
9	oui	non	non
10	non	non	non

Sommes des chiffres : 2 097 : $2 + 0 + 9 + 7 = 18$; 4 512 : $4 + 5 + 1 + 2 = 12$; 735 : $7 + 3 + 5 = 15$.

Ex. 18 ★☆☆ **La liste des diviseurs**

(a) $44 = 1 \times 44 = 2 \times 22 = 4 \times 11$, donc les diviseurs de 44 sont 1, 2, 4, 11, 22 et 44.

(b) $63 = 1 \times 63 = 3 \times 21 = 7 \times 9$, donc les diviseurs de 63 sont 1, 3, 7, 9, 21 et 63.

(c) $80 = 1 \times 80 = 2 \times 40 = 4 \times 20 = 5 \times 16 = 8 \times 10$, donc les diviseurs de 80 sont 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 et 80.

(d) $98 = 1 \times 98 = 2 \times 49 = 7 \times 14$, donc les diviseurs de 98 sont 1, 2, 7, 14, 49 et 98.

Ex. 19 ★☆☆ **Multiple ou pas**

(a) $161 = 7 \times 23$, donc 161 est un multiple de 7.

(b) $208 = 13 \times 16$, donc 13 est un diviseur de 208.

(c) $1 + 0 + 0 + 4 = 5$ et 5 n'est pas divisible par 3, donc 1 004 n'est pas un multiple de 3 ($1\,004 = 3 \times 334 + 2$).

(d) $216 = 4 \times 54 = 6 \times 36 = 9 \times 24$, donc 216 est à la fois un multiple de 4, de 6 et de 9.

Ex. 20 ★★☆ **Les diviseurs communs**

(a) Diviseurs de 24 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24. Diviseurs de 40 : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 et 40. Diviseurs communs : 1, 2, 4 et 8 ; le plus grand est 8.

(b) Diviseurs de 45 : 1, 3, 5, 9, 15 et 45. Diviseurs de 75 : 1, 3, 5, 15, 25 et 75. Diviseurs communs : 1, 3, 5 et 15 ; le plus grand est 15.

(c) Diviseurs de 54 : 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 et 54. Diviseurs de 72 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 et 72. Diviseurs communs : 1, 2, 3, 6, 9 et 18 ; le plus grand est 18.

(d) Diviseurs de 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36. Diviseurs de 60 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60. Diviseurs communs : 1, 2, 3, 4, 6 et 12 ; le plus grand est 12.

Ex. 21 ★★☆ **Le chiffre manquant**

(a) $4 + \square + 2 = 6 + \square$ doit être divisible par 3 : chiffres possibles : 0, 3, 6 et 9, ce qui donne 402, 432, 462 et 492.

(b) $\square + 3 + 5 = \square + 8$ doit être divisible par 9 et le premier chiffre ne peut pas être 0 : un seul chiffre possible : 1, ce qui donne 135.

(c) Divisible par 3 : $7 + 1 + \square = 8 + \square$ divisible par 3, donc 1, 4 ou 7 ; divisible par 2 : chiffre des unités pair, donc un seul chiffre possible : 4, ce qui donne 714.

(d) Le nombre se termine par 0, donc il est divisible par 10. Divisible par 9 : $5 + \square + 0$ doit être divisible par 9 : un seul chiffre possible : 4, ce qui donne 540.

Ex. 22 ★★★ **Les bouquets du fleuriste**

(a) $78 = 6 \times 13$ mais $117 = 6 \times 19 + 3$: 6 ne divise pas 117, donc 6 bouquets, c'est impossible. $78 = 13 \times 6$ et $117 = 13 \times 9$: 13 bouquets, c'est possible (6 roses et 9 tulipes chacun).

(b) Le nombre de bouquets doit diviser 78 et 117. Diviseurs de 78 : 1, 2, 3, 6, 13, 26, 39 et 78. Diviseurs de 117 : 1, 3, 9, 13, 39 et 117. Le plus grand diviseur commun est 39 : 39 bouquets de 2 roses et 3 tulipes.

(c) Il a $78 + 117 = 195$ fleurs. $\frac{78}{195} = \frac{2}{5}$, car $78 = 39 \times 2$ et $195 = 39 \times 5$.

Ex. 23 ★★★ **Les nombres mystères**

(a) Divisible par 2, 3 et 5 : c'est un multiple de 30 (il finit par 0 et la somme de ses chiffres est un multiple de 3). Entre 300 et 400 : 300, 330, 360, 390 ; sommes des chiffres 3, 6, 9, 12. C'est 390.

(b) $7 + \square + 5 = 12 + \square$ doit être un multiple de 9 : $12 + 6 = 18$, donc $\square = 6$. C'est 765 ($765 = 9 \times 85$).

(c) Multiples de 10 : 10, 20, 30, 40, 50, 60... Le premier qui est aussi multiple de 4 et de 6 est 60 ($60 = 4 \times 15 = 6 \times 10$).

5. *Égalités de fractions à compléter*

Ex. 24 ★☆☆ **Compléter une égalité**

(a) $9 \times 3 = 27$, donc $\frac{2}{9} = \frac{6}{27}$.

(b) $5 \times 7 = 35$, donc $\frac{5}{6} = \frac{35}{42}$.

(c) $8 \times 7 = 56$, donc $\frac{7}{8} = \frac{49}{56}$.

(d) $11 \times 3 = 33$, donc $\frac{4}{11} = \frac{12}{33}$.

(e) $9 \times 5 = 45$, donc $\frac{9}{4} = \frac{45}{20}$.

Ex. 25 ★☆☆ **Le bon multiplicateur**

(a) $3 \times 4 = 12$ et $5 \times 4 = 20$: on a multiplié par 4. L'égalité est juste.

(b) On a ajouté 3 en haut et en bas ($3 + 3 = 6$ et $8 + 3 = 11$), ce qui ne donne pas une fraction égale : $6 = 3 \times 2$, mais $8 \times 2 = 16$ et non 11. L'égalité est fausse.

(c) $4 \times 7 = 28$ et $9 \times 7 = 63$: on a multiplié par 7. L'égalité est juste.

Ex. 25 **(suite)**

(d) $5 \times 3 = 15$, mais $6 \times 3 = 18$ et non 16 : le numérateur et le dénominateur ne sont pas multipliés par le même nombre. L'égalité est fausse ($\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$).

(e) On a ajouté 2 en haut et en bas ($7 + 2 = 9$ et $4 + 2 = 6$). Or 9 n'est pas un multiple de 7 : aucun entier ne multiplie 7 pour donner 9. L'égalité est fausse.

Ex. 26 ★☆☆ **En divisant**

(a) $54 \div 6 = 9$, donc $\frac{5}{9} = \frac{30}{54}$.

(b) $36 \div 9 = 4$, donc $\frac{36}{81} = \frac{4}{9}$.

(c) $105 \div 15 = 7$, donc $\frac{3}{7} = \frac{45}{105}$.

(d) $64 \div 8 = 8$, donc $\frac{64}{88} = \frac{8}{11}$.

(e) $56 \div 7 = 8$, donc $\frac{56}{63} = \frac{8}{9}$.

Ex. 27 ★★☆ **Deux trous**

(a) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{14}{21}$
(on multiplie par 5, puis par 7).

(b) $\frac{5}{4} = \frac{30}{24} = \frac{45}{36}$
(on multiplie par 6, puis par 9).

(c) $\frac{7}{6} = \frac{21}{18} = \frac{35}{30}$: $\frac{21}{18}$ se simplifie par 3 en $\frac{7}{6}$, puis $7 \times 5 = 35$ et $6 \times 5 = 30$.

(d) $\frac{42}{70} = \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$: on divise par 14, puis on multiplie par 3.

Ex. 28 ★★☆ **Possible ou pas**

(a) Impossible : 30 n'est pas un multiple de 4 ($4 \times 7 = 28$, $4 \times 8 = 32$), il faudrait $3 \times 7{,}5 = 22{,}5$, qui n'est pas entier.

(b) 30 n'est pas un multiple de 48 : on simplifie d'abord par 16, $\frac{32}{48} = \frac{2}{3}$. Puis $3 \times 10 = 30$: $\frac{32}{48} = \frac{20}{30}$.

(c) $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$ (on divise par 7). Puis $3 \times 4 = 12$: $\frac{21}{35} = \frac{12}{20}$.

(d) Impossible : 9 n'est pas un multiple de 2 (c'est un nombre impair), il faudrait $7 \times 4{,}5 = 31{,}5$, qui n'est pas entier.

Ex. 29 ★★★ **Chercher la bonne fraction**

(a) Les dénominateurs possibles sont les multiples de 9 entre 40 et 70 : 45, 54 et 63.
Donc $\frac{20}{45}$, $\frac{24}{54}$ et $\frac{28}{63}$.

(b) 55 n'est pas un multiple de 22, alors on simplifie d'abord : $\frac{10}{22} = \frac{5}{11}$. Puis $11 \times 5 = 55$: $\frac{10}{22} = \frac{25}{55}$.

Ex. 29 **(suite)**

(c) Les fractions égales à $\frac{5}{6}$ ont pour numérateur 5, 10, 15 … Entre 30 et 50 : 35, 40, 45 ; seul 40 est un multiple de 4. C'est $\frac{40}{48}$.

6. *Fractions égales et simplification*

Ex. 30 ★☆☆ **Simplifier en une étape**

(a) $\frac{35}{56} = \frac{35 \div 7}{56 \div 7} = \frac{5}{8}$.

(b) $\frac{27}{45} = \frac{27 \div 9}{45 \div 9} = \frac{3}{5}$.

(c) $\frac{24}{32} = \frac{24 \div 8}{32 \div 8} = \frac{3}{4}$.

(d) $\frac{42}{48} = \frac{42 \div 6}{48 \div 6} = \frac{7}{8}$.

(e) $\frac{48}{18} = \frac{48 \div 6}{18 \div 6} = \frac{8}{3}$.

Ex. 31 ★☆☆ **Diviser par 4**

(a) $\frac{8}{36} = \frac{8 \div 4}{36 \div 4} = \frac{2}{9}$

(b) $\frac{24}{44} = \frac{24 \div 4}{44 \div 4} = \frac{6}{11}$

(c) $\frac{44}{52} = \frac{44 \div 4}{52 \div 4} = \frac{11}{13}$

(d) $\frac{32}{60} = \frac{32 \div 4}{60 \div 4} = \frac{8}{15}$

(e) $\frac{16}{100} = \frac{16 \div 4}{100 \div 4} = \frac{4}{25}$

Ex. 32 ★☆☆ **Trouver le diviseur commun**

(a) $\frac{14}{22} = \frac{14 \div 2}{22 \div 2} = \frac{7}{11}$

(b) $\frac{45}{70} = \frac{45 \div 5}{70 \div 5} = \frac{9}{14}$

(c) $\frac{40}{90} = \frac{40 \div 10}{90 \div 10} = \frac{4}{9}$

(d) $\frac{15}{27} = \frac{15 \div 3}{27 \div 3} = \frac{5}{9}$

(e) $\frac{16}{26} = \frac{16 \div 2}{26 \div 2} = \frac{8}{13}$

(f) $\frac{55}{65} = \frac{55 \div 5}{65 \div 5} = \frac{11}{13}$

Ex. 33 ★★☆ **Jusqu'à la fraction irréductible**

(a) $\frac{60}{84} = \frac{30}{42} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$ (divisions successives par 2, 2, 3). $\frac{5}{7}$ est irréductible : 5 et 7 n'ont plus de diviseur commun autre que 1.

(b) $\frac{135}{180} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$ (divisions successives par 5, 9). $\frac{3}{4}$ est irréductible : 3 et 4 n'ont plus de diviseur commun autre que 1.

(c) $\frac{72}{120} = \frac{36}{60} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ (divisions successives par 2, 4, 3). $\frac{3}{5}$ est irréductible : 3 et 5 n'ont plus de diviseur commun autre que 1.

(d) $\frac{210}{330} = \frac{21}{33} = \frac{7}{11}$ (divisions successives par 10, 3). $\frac{7}{11}$ est irréductible : 7 et 11 n'ont plus de diviseur commun autre que 1.

Ex. 34 ★★☆ **Trouver l'intrus**

(a) En simplifiant : $\frac{22}{33} = \frac{22 \div 11}{33 \div 11} = \frac{2}{3}$, $\frac{24}{36} = \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}$, $\frac{18}{27} = \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$. Ces trois fractions valent $\frac{2}{3}$. L'intrus est $\frac{25}{35}$: $\frac{25}{35} = \frac{25 \div 5}{35 \div 5} = \frac{5}{7}$, qui n'est pas égal à $\frac{2}{3}$.

Ex. 34 (suite)

(b) $\frac{3}{7}$ est déjà irréductible, et $\frac{21}{49} = \frac{21\div 7}{49\div 7} = \frac{3}{7}$, $\frac{30}{70} = \frac{30\div 10}{70\div 10} = \frac{3}{7}$. Ces trois fractions valent $\frac{3}{7}$. L'intrus est $\frac{21}{45}$: $\frac{21}{45} = \frac{21\div 3}{45\div 3} = \frac{7}{15}$, qui n'est pas égal à $\frac{3}{7}$.

(c) $\frac{5}{4}$ est déjà irréductible, et $\frac{20}{16} = \frac{20\div 4}{16\div 4} = \frac{5}{4}$, $\frac{35}{28} = \frac{35\div 7}{28\div 7} = \frac{5}{4}$. Ces trois fractions valent $\frac{5}{4}$. L'intrus est $\frac{25}{24}$: elle est irréductible et $\frac{5}{4} = \frac{30}{24}$, pas $\frac{25}{24}$.

Ex. 35 ★★☆ **Les chaînes de simplification**

(a) $\frac{180}{252} = \frac{90}{126} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}$: on divise par 2, puis par 3, puis par 6. La fraction $\frac{5}{7}$ est irréductible.

(b) $\frac{150}{375} = \frac{30}{75} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$: on divise par 5, puis par 5, puis par 3. La fraction $\frac{2}{5}$ est irréductible.

(c) $\frac{264}{360} = \frac{132}{180} = \frac{44}{60} = \frac{11}{15}$: on divise par 2, puis par 3, puis par 4. La fraction $\frac{11}{15}$ est irréductible.

(d) $\frac{336}{560} = \frac{168}{280} = \frac{42}{70} = \frac{3}{5}$: on divise par 2, puis par 4, puis par 14. La fraction $\frac{3}{5}$ est irréductible.

Ex. 36 ★★☆ **Simplifier au maximum**

(a) Le plus grand diviseur commun de 56 et 98 est 14 : $\frac{56}{98} = \frac{56\div 14}{98\div 14} = \frac{4}{7}$.

(b) Le plus grand diviseur commun de 81 et 108 est 27 : $\frac{81}{108} = \frac{81\div 27}{108\div 27} = \frac{3}{4}$.

(c) Le plus grand diviseur commun de 65 et 104 est 13 : $\frac{65}{104} = \frac{65\div 13}{104\div 13} = \frac{5}{8}$.

(d) Le plus grand diviseur commun de 96 et 144 est 48 : $\frac{96}{144} = \frac{96\div 48}{144\div 48} = \frac{2}{3}$.

(e) Le plus grand diviseur commun de 230 et 115 est 115 : $\frac{230}{115} = \frac{230\div 115}{115\div 115} = 2$.

(f) Le plus grand diviseur commun de 77 et 121 est 11 : $\frac{77}{121} = \frac{77\div 11}{121\div 11} = \frac{7}{11}$.

Ex. 37 ★★☆ **Irréductible ou pas**

(a) Irréductible : diviseurs de 14 : 1, 2, 7 et 14 ; de 27 : 1, 3, 9 et 27 ; seul 1 est commun.

(b) Pas irréductible : $21 = 7 \times 3$ et $35 = 7 \times 5$, donc $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$.

(c) Pas irréductible : $17 = 17 \times 1$ et $51 = 17 \times 3$, donc $\frac{17}{51} = \frac{1}{3}$.

(d) Irréductible : diviseurs de 25 : 1, 5 et 25 ; de 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36 ; seul 1 est commun.

(e) Pas irréductible : $39 = 13 \times 3$ et $65 = 13 \times 5$, donc $\frac{39}{65} = \frac{3}{5}$.

Ex. 37 (suite)

(f) Irréductible : diviseurs de 11 : 1 et 11 ; de 30 : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 et 30 ; seul 1 est commun.

Ex. 38 ★★☆ **Simplifier puis comparer**

(a) $\frac{60}{80} = \frac{3}{4}$ et $\frac{35}{45} = \frac{7}{9}$. $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$ et $\frac{7}{9} = \frac{28}{36}$, donc $\frac{60}{80} < \frac{35}{45}$.

(b) $\frac{26}{39} = \frac{2}{3}$ et $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$. Les deux fractions sont égales : $\frac{26}{39} = \frac{40}{60}$.

(c) $\frac{45}{72} = \frac{5}{8}$ et $\frac{44}{66} = \frac{2}{3}$. $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ et $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$, donc $\frac{45}{72} < \frac{44}{66}$.

(d) $\frac{70}{98} = \frac{5}{7}$ et $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$. $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ et $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$, donc $\frac{70}{98} < \frac{36}{48}$.

Ex. 39 ★★☆ **Des unités en fractions**

(a) 45 minutes sur 60 : $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$.

(b) 40 minutes sur 60 : $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$.

(c) 35 cm sur 100 : $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$.

(d) 250 g sur 1 000 : $\frac{250}{1\,000} = \frac{1}{4}$.

(e) 18 heures sur 24 : $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$.

Ex. 40 ★★★ **Fractions égales sous condition**

(a) Les fractions égales à $\frac{3}{8}$ s'écrivent $\frac{3\times k}{8\times k}$. La somme vaut $3k + 8k = 11k$, et $11k = 66$ donne $k = 6$. La fraction cherchée est $\frac{18}{48}$ ($18 + 48 = 66$).

(b) Avec $\frac{5\times k}{9\times k}$, l'écart vaut $9k - 5k = 4k$, et $4k = 28$ donne $k = 7$. La fraction cherchée est $\frac{35}{63}$ ($63 - 35 = 28$).

(c) $\frac{56}{72} = \frac{56\div 8}{72\div 8} = \frac{7}{9}$ et $\frac{77}{99} = \frac{77\div 11}{99\div 11} = \frac{7}{9}$. Les deux fractions sont égales à $\frac{7}{9}$: Nina a raison.

Ex. 41 ★★★ **Les réservations du cinéma**

(a) La fraction est $\frac{168}{252}$. On divise par 84 (ou par 2, puis 2, puis 3, puis 7) : $\frac{168}{252} = \frac{2}{3}$.

(b) Au guichet : $252 - 168 = 84$ places, soit $\frac{84}{252} = \frac{84\div 84}{252\div 84} = \frac{1}{3}$.

(c) $\frac{220}{330} = \frac{220\div 110}{330\div 110} = \frac{2}{3}$. On retrouve $\frac{2}{3}$: la proportion est la même, le directeur a raison.

Ex. 42 ★★★ **Les élèves du collège**

(a) $\frac{396}{594} = \frac{198}{297} = \frac{66}{99} = \frac{22}{33} = \frac{2}{3}$ (divisions par 2, 3, 3 et 11, ou directement par 198).

(b) $\frac{132}{594} = \frac{66}{297} = \frac{22}{99} = \frac{2}{9}$ (divisions par 2, 3 et 11, ou directement par 66).

(c) $594 - 396 - 132 = 66$ internes. $\frac{66}{594} = \frac{1}{9}$ car $594 = 66 \times 9$.

Ex. 42 **(suite)**

(d) $\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\frac{6}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\frac{9}{9}=1$. On pouvait le prévoir : demi-pensionnaires, externes et internes forment, ensemble, tous les élèves du collège, c'est-à-dire le tout.

Ex. 43 ★★★ **La méthode de Tom**

(a) $\frac{16}{64}=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$ ($64=16\times4$). Tom trouve le bon résultat, mais par hasard : barrer des chiffres n'est pas une règle de calcul.

(b) La méthode de Tom donne $\frac{1}{2}=\frac{16}{32}$. Or $\frac{13}{32}$ est irréductible (13 n'a que 1 et 13 pour diviseurs, et 13 ne divise pas 32) et $13\neq16$. La fraction obtenue n'est pas égale à $\frac{13}{32}$: la méthode de Tom est fausse.

(c) $\frac{26}{65}=\frac{26\div13}{65\div13}=\frac{2}{5}$: en barrant les 6, on trouve aussi $\frac{2}{5}$. $\frac{49}{98}=\frac{49\div49}{98\div49}=\frac{1}{2}$: en barrant les 9, on trouve $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$. Mais $\frac{24}{42}=\frac{24\div6}{42\div6}=\frac{4}{7}$, alors qu'en barrant les 4 on trouve $\frac{2}{2}=1$. Seules $\frac{26}{65}$ et $\frac{49}{98}$ donnent le bon résultat, par hasard.

7. *Écrire un quotient ou un décimal sous forme de fraction simplifiée*

Ex. 44 ★☆☆ **Du quotient à la fraction**

(a) $14\div21=\frac{14}{21}=\frac{14\div7}{21\div7}=\frac{2}{3}$

(b) $36\div8=\frac{36}{8}=\frac{36\div4}{8\div4}=\frac{9}{2}$

(c) $45\div75=\frac{45}{75}=\frac{45\div15}{75\div15}=\frac{3}{5}$

(d) $50\div35=\frac{50}{35}=\frac{50\div5}{35\div5}=\frac{10}{7}$

(e) $27\div81=\frac{27}{81}=\frac{27\div27}{81\div27}=\frac{1}{3}$

Ex. 45 ★☆☆ **Écrire une fraction décimale**

(a) $0{,}7=\frac{7}{10}$ (b) $1{,}9=\frac{19}{10}$

(c) $0{,}43=\frac{43}{100}$ (d) $2{,}05=\frac{205}{100}$

(e) $0{,}009=\frac{9}{1\,000}$

Ex. 46 ★★☆ **Du décimal à la fraction irréductible**

(a) $0{,}6=\frac{6}{10}=\frac{6\div2}{10\div2}=\frac{3}{5}$

(b) $0{,}25=\frac{25}{100}=\frac{25\div25}{100\div25}=\frac{1}{4}$

(c) $0{,}85=\frac{85}{100}=\frac{85\div5}{100\div5}=\frac{17}{20}$

(d) $1{,}2=\frac{12}{10}=\frac{12\div2}{10\div2}=\frac{6}{5}$

(e) $0{,}125=\frac{125}{1\,000}=\frac{125\div125}{1\,000\div125}=\frac{1}{8}$

Ex. 46 **(suite)**

(f) $2{,}75=\frac{275}{100}=\frac{275\div25}{100\div25}=\frac{11}{4}$

Ex. 47 ★★☆ **La division s'arrête-t-elle**

(a) La division s'arrête : $\frac{7}{8}=0{,}875$.

(b) La division ne s'arrête pas (les mêmes restes reviennent) : $\frac{5}{12}\approx0{,}42$ au centième.

(c) La division s'arrête : $\frac{9}{20}=0{,}45$.

(d) La division ne s'arrête pas (les mêmes restes reviennent) : $\frac{2}{3}\approx0{,}67$ au centième.

(e) On simplifie d'abord par 11 : $\frac{33}{44}=\frac{3}{4}$, et la division s'arrête : $\frac{33}{44}=0{,}75$.

(f) La division ne s'arrête pas (les mêmes restes reviennent) : $\frac{6}{7}\approx0{,}86$ au centième.

Ex. 48 ★★★ **Tous égaux à 0,4**

(a) $0{,}4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

(b) $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ (par 3), $\frac{14}{35}=\frac{2}{5}$ (par 7), $\frac{22}{55}=\frac{2}{5}$ (par 11) : ces trois quotients valent 0,4. Mais $\frac{15}{6}=\frac{5}{2}=2{,}5$ (le quotient est inversé) et $\frac{9}{25}=\frac{36}{100}=0{,}36$.

(c) $45=5\times9$, donc $\frac{2}{5}=\frac{18}{45}$: c'est $18\div45$.

Ex. 49 ★★★ **Des quotients de décimaux**

(a) Un verre contient $1{,}5\div6$ L. Or $1{,}5\div6=\frac{1{,}5}{6}=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$ L (on multiplie par 10 en haut et en bas, puis on divise par 15). $\frac{1}{4}=0{,}25$ L, soit 25 cL : un verre contient 25 cL.

(b) $2{,}4\div9=\frac{2{,}4}{9}=\frac{24}{90}=\frac{4}{15}$ m (on multiplie par 10 en haut et en bas, puis on divise par 6). La division de 4 par 15 ne s'arrête pas : $\frac{4}{15}\approx0{,}27$ m, soit environ 27 cm : un morceau mesure environ 27 cm.

8. *Mettre deux fractions au même dénominateur*

Ex. 50 ★☆☆ **Le plus petit dénominateur commun**

(a) Multiples de 8 : 8, 16, 24 ; le premier qui est aussi un multiple de 6 est 24.

(b) Multiples de 12 : 12, 24, 36 ; le premier qui est aussi un multiple de 9 est 36.

(c) Multiples de 10 : 10, 20, 30, 40 ; le premier qui est aussi un multiple de 8 est 40.

(d) Multiples de 7 : 7, 14, 21 ; le premier qui est aussi un multiple de 3 est 21.

(e) Multiples de 15 : 15, 30 ; le premier qui est aussi un multiple de 6 est 30.

Ex. 51 ★☆☆ **Avec le dénominateur indiqué**

(a) $\frac{2}{3} = \frac{2\times 4}{3\times 4} = \frac{8}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{3\times 3}{4\times 3} = \frac{9}{12}$.

(b) $\frac{2}{3} = \frac{2\times 5}{3\times 5} = \frac{10}{15}$ et $\frac{3}{5} = \frac{3\times 3}{5\times 3} = \frac{9}{15}$.

(c) $\frac{1}{10} = \frac{1\times 2}{10\times 2} = \frac{2}{20}$ et $\frac{1}{4} = \frac{1\times 5}{4\times 5} = \frac{5}{20}$.

(d) $\frac{5}{9} = \frac{5\times 2}{9\times 2} = \frac{10}{18}$ et $\frac{5}{6} = \frac{5\times 3}{6\times 3} = \frac{15}{18}$.

Ex. 52 ★★☆ **Dénominateurs quelconques**

(a) Ni 9 ni 6 n'est multiple de l'autre. Les multiples de 9 sont 9, 18 : le premier divisible par 6 est 18.
Donc $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$ et $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$.

(b) Ni 10 ni 4 n'est multiple de l'autre. Les multiples de 10 sont 10, 20 : le premier divisible par 4 est 20.
Donc $\frac{9}{10} = \frac{18}{20}$ et $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$.

(c) Ni 15 ni 10 n'est multiple de l'autre. Les multiples de 15 sont 15, 30 : le premier divisible par 10 est 30.
Donc $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ et $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$.

(d) Ni 12 ni 8 n'est multiple de l'autre. Les multiples de 12 sont 12, 24 : le premier divisible par 8 est 24.
Donc $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$ et $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$.

Ex. 53 ★★☆ **Trois fractions à la fois**

(a) Le plus petit multiple commun de 8, 6 et 2 est 24 : $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$; $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$; $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$.

(b) Le plus petit multiple commun de 4, 9 et 12 est 36 : $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$; $\frac{1}{9} = \frac{4}{36}$; $\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$.

(c) Le plus petit multiple commun de 5, 6 et 10 est 30 : $\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$; $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$; $\frac{9}{10} = \frac{27}{30}$.

Ex. 54 ★★★ **Le dénominateur caché**

(a) n doit être un diviseur de 20 : 1, 2, 4, 5, 10 ou 20. Avec 1, 2 ou 4, le plus petit dénominateur commun serait 4. Avec 5, 10 ou 20, c'est bien 20 (multiples de 4 : 4, 8, 12, 16, 20).
Donc $n = 5$, $n = 10$ ou $n = 20$.

(b) Par exemple $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$: 5 n'est pas multiple de 3, et les multiples de 5 sont 5, 10, 15 ; le premier divisible par 3 est 15. Leur plus petit dénominateur commun vaut bien 15.

(c) Le produit des deux dénominateurs est dans la table de chacun d'eux (par exemple, $6 \times 8 = 48$ est à la fois un multiple de 6 et un multiple de 8) : c'est donc toujours un dénominateur commun. Mais ce n'est pas toujours le plus petit : pour $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{8}$, 48 convient, et 24 convient aussi ($24 = 6 \times 4 = 8 \times 3$), alors que $24 < 48$.

9. *Comparer et ranger des fractions*

Ex. 55 ★☆☆ **Comparer sans calcul**

(a) $\frac{6}{17} < \frac{11}{17}$ (même dénominateur : $6 < 11$).

(b) $\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$
(même numérateur : les septièmes sont plus grands que les neuvièmes).

(c) $\frac{16}{15} > \frac{14}{15}$ (même dénominateur : $16 > 14$).

(d) $\frac{4}{19} < \frac{4}{11}$
(même numérateur : $19 > 11$, donc les dix-neuvièmes sont plus petits que les onzièmes).

(e) $\frac{9}{8} > \frac{7}{9}$
(comparaison à 1 : $\frac{9}{8} > 1$ et $\frac{7}{9} < 1$).

Ex. 56 ★☆☆ **Situer par rapport à 1/2 et à 1**

(a) Inférieure à $\frac{1}{2}$: $2 \times 3 = 6 < 8$.

(b) Entre $\frac{1}{2}$ et 1 : $2 \times 7 = 14 > 12$ et $7 < 12$.

(c) Supérieure à 1 : $14 > 11$.

(d) Inférieure à $\frac{1}{2}$: $2 \times 4 = 8 < 9$.

(e) Entre $\frac{1}{2}$ et 1 : $2 \times 17 = 34 > 18$ et $17 < 18$.

Ex. 57 ★★☆ **Comparer avec un dénominateur commun**

(a) Avec le dénominateur 24 : $\frac{11}{12} = \frac{22}{24}$ et $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$. Comme $22 > 21$, on a $\frac{11}{12} > \frac{7}{8}$.

(b) Avec le dénominateur 36 : $\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$ et $\frac{4}{9} = \frac{16}{36}$. Comme $15 < 16$, on a $\frac{5}{12} < \frac{4}{9}$.

(c) Avec le dénominateur 40 : $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$ et $\frac{9}{10} = \frac{36}{40}$. Comme $35 < 36$, on a $\frac{7}{8} < \frac{9}{10}$.

(d) Avec le dénominateur 30 : $\frac{13}{15} = \frac{26}{30}$ et $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$. Comme $26 > 25$, on a $\frac{13}{15} > \frac{5}{6}$.

Ex. 58 ★★☆ **Ranger des fractions**

(a) Avec le dénominateur 20 : $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$; $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$; $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$.
Donc $\frac{7}{10} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{17}{20}$.

(b) Avec le dénominateur 18 : $\frac{5}{9} = \frac{10}{18}$; $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$; $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$.
Donc $\frac{7}{18} < \frac{4}{9} < \frac{1}{2} < \frac{5}{9}$.

(c) Avec le dénominateur 12 : $\frac{9}{4} = \frac{27}{12}$; $\frac{13}{6} = \frac{26}{12}$; $2 = \frac{24}{12}$.
Donc $\frac{9}{4} > \frac{13}{6} > \frac{25}{12} > 2$.

Ex. 59 ★★★ **Intercaler**

(a) Il n'y a pas d'entier entre 3 et 4 : on change de dénominateur. $\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$ et $\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$, donc $\frac{7}{14}$ (c'est-à-dire $\frac{1}{2}$) convient.

Ex. 59 **(suite)**

(b) $\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$ et $\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$. Les numérateurs strictement entre 6 et 10 sont 7, 8 et 9 : ce sont $\frac{7}{30}$, $\frac{8}{30}$ et $\frac{9}{30}$.

(c) Il manque $1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ à la première et $1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$ à la seconde. Même numérateur : $\frac{1}{12} < \frac{1}{9}$. L'écart est le plus petit pour $\frac{11}{12}$, qui est la plus proche de 1.

Ex. 60 ★★★ **Les lancers francs**

(a) Yanis : $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$. Maëlle : $\frac{17}{25}$ (déjà irréductible). Sacha : $\frac{27}{40}$
(déjà irréductible).

(b) Le plus petit dénominateur commun à 10, 25 et 40 est 200 : $\frac{7}{10} = \frac{140}{200}$, $\frac{17}{25} = \frac{136}{200}$ et $\frac{27}{40} = \frac{135}{200}$. Comme $140 > 136 > 135$, le classement est : Yanis, puis Maëlle, puis Sacha.

(c) On compare $\frac{n}{30}$ à $\frac{17}{25}$ avec le dénominateur 150 : $\frac{17}{25} = \frac{102}{150}$ et $\frac{n}{30} = \frac{5\times n}{150}$. Il faut $5 \times n > 102$. Avec 20 réussites, $5 \times 20 = 100 < 102$; avec 21, $5 \times 21 = 105 > 102$. Sacha doit réussir au minimum 21 lancers sur 30.

10. *Additionner et soustraire : même dénominateur ou dénominateur multiple*

Ex. 61 ★☆☆ **Même dénominateur**

(a) $\frac{3}{13} + \frac{8}{13} = \frac{11}{13}$

(b) $\frac{17}{20} - \frac{9}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

(c) $\frac{5}{9} + \frac{8}{9} = \frac{13}{9}$

(d) $\frac{11}{16} - \frac{3}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

(e) $\frac{2}{21} + \frac{5}{21} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

Ex. 62 ★☆☆ **Un dénominateur multiple de l'autre**

(a) $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$

(b) $\frac{7}{12} - \frac{1}{6} = \frac{7}{12} - \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$

(c) $\frac{2}{5} + \frac{9}{20} = \frac{8}{20} + \frac{9}{20} = \frac{17}{20}$

(d) $\frac{11}{14} - \frac{2}{7} = \frac{11}{14} - \frac{4}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

(e) $\frac{1}{8} + \frac{5}{24} = \frac{3}{24} + \frac{5}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

Ex. 63 ★★☆ **Trois fractions, dénominateurs multiples**

(a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{11}{16}$

(b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{10}{12} - \frac{4}{12} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$

(c) $\frac{1}{10} + \frac{13}{20} - \frac{2}{5} = \frac{2}{20} + \frac{13}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$

(d) $\frac{4}{9} + \frac{1}{3} + \frac{5}{18} = \frac{8}{18} + \frac{6}{18} + \frac{5}{18} = \frac{19}{18}$

Ex. 64 ★★☆ **Compléter l'égalité**

(a) $\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, donc $\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{7}{10}$.

(b) $\frac{5}{16} - \frac{1}{8} = \frac{5}{16} - \frac{2}{16} = \frac{3}{16}$, donc $\frac{3}{16} + \frac{1}{8} = \frac{5}{16}$.

(c) $\frac{9}{14} - \frac{2}{7} = \frac{9}{14} - \frac{4}{14} = \frac{5}{14}$, donc $\frac{9}{14} - \frac{5}{14} = \frac{2}{7}$.

(d) $\frac{3}{20} + \frac{3}{5} = \frac{3}{20} + \frac{12}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$, donc $\frac{3}{4} - \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$.

(e) $\frac{9}{10} - \frac{2}{5} = \frac{9}{10} - \frac{4}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, donc $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$.

11. *Additionner et soustraire : dénominateurs quelconques*

Ex. 65 ★☆☆ **Avec le dénominateur commun donné**

(a) $\frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \frac{13}{12}$

(b) $\frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{3}{10}$

(c) $\frac{15}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$

(d) $\frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$

(e) $\frac{5}{30} + \frac{3}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

Ex. 66 ★☆☆ **Le produit des dénominateurs**

(a) $\frac{7}{21} + \frac{3}{21} = \frac{10}{21}$ (b) $\frac{21}{28} - \frac{8}{28} = \frac{13}{28}$ (c) $\frac{14}{35} + \frac{5}{35} = \frac{19}{35}$

(d) $\frac{10}{14} - \frac{7}{14} = \frac{3}{14}$ (e) $\frac{9}{18} + \frac{4}{18} = \frac{13}{18}$

Ex. 67 ★★☆ **Deux méthodes**

(a) Produit des dénominateurs, $8 \times 12 = 96$: $\frac{5}{8} + \frac{1}{12} = \frac{60}{96} + \frac{8}{96} = \frac{68}{96} = \frac{17}{24}$ (simplification par 4). Plus petit dénominateur commun, 24 : $\frac{5}{8} + \frac{1}{12} = \frac{15}{24} + \frac{2}{24} = \frac{17}{24}$. Les deux méthodes donnent $\frac{17}{24}$, mais la seconde évite de simplifier de grands nombres.

(b) Produit des dénominateurs, $10 \times 15 = 150$: $\frac{9}{10} - \frac{4}{15} = \frac{135}{150} - \frac{40}{150} = \frac{95}{150} = \frac{19}{30}$ (simplification par 5). Plus petit dénominateur commun, 30 : $\frac{9}{10} - \frac{4}{15} = \frac{27}{30} - \frac{8}{30} = \frac{19}{30}$. Les deux méthodes donnent $\frac{19}{30}$, mais la seconde évite de simplifier de grands nombres.

(c) Produit des dénominateurs, $4 \times 14 = 56$: $\frac{3}{4} - \frac{3}{14} = \frac{42}{56} - \frac{12}{56} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$ (simplification par 2). Plus petit dénominateur commun, 28 : $\frac{3}{4} - \frac{3}{14} = \frac{21}{28} - \frac{6}{28} = \frac{15}{28}$. Les deux méthodes donnent $\frac{15}{28}$, mais la seconde évite de simplifier de grands nombres.

Ex. 68 ★★☆ **La pyramide de fractions**

(a) Le plus petit dénominateur commun à 6 et 9 est 18. $\frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{4}{18} + \frac{3}{18} = \frac{7}{18}$. La brique vaut $\frac{7}{18}$.

(b) Le plus petit dénominateur commun à 6 et 12 est 12. $\frac{1}{6} + \frac{5}{12} = \frac{2}{12} + \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$. La brique vaut $\frac{7}{12}$.

(c) Le sommet est la somme des deux briques du milieu. Le plus petit dénominateur commun à 12 et 18 est 36. $\frac{7}{18} + \frac{7}{12} = \frac{14}{36} + \frac{21}{36} = \frac{35}{36}$. Le sommet vaut $\frac{35}{36}$.

Ex. 69 ★★☆ **Le bon signe**

(a) Le plus petit dénominateur commun à 6 et 8 est 24. $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} = \frac{20}{24} - \frac{9}{24} = \frac{11}{24}$. Le signe qui convient est $-$.

(b) Le plus petit dénominateur commun à 9 et 12 est 36. $\frac{1}{9} + \frac{5}{12} = \frac{4}{36} + \frac{15}{36} = \frac{19}{36}$. Le signe qui convient est $+$.

(c) Le plus petit dénominateur commun à 3 et 10 est 30. $\frac{2}{3} - \frac{3}{10} = \frac{20}{30} - \frac{9}{30} = \frac{11}{30}$. Le signe qui convient est $-$.

(d) Le plus petit dénominateur commun à 10 et 12 est 60. $\frac{1}{12} + \frac{3}{10} = \frac{5}{60} + \frac{18}{60} = \frac{23}{60}$. Le signe qui convient est $+$.

Ex. 70 ★★☆ **Un résultat à simplifier**

(a) Plus petit dénominateur commun à 10 et 6 : 30. $\frac{3}{10} + \frac{1}{6} = \frac{9}{30} + \frac{5}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$.

(b) Plus petit dénominateur commun à 10 et 15 : 30. $\frac{7}{10} + \frac{2}{15} = \frac{21}{30} + \frac{4}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$.

(c) Plus petit dénominateur commun à 12 et 20 : 60. $\frac{7}{12} - \frac{1}{20} = \frac{35}{60} - \frac{3}{60} = \frac{32}{60} = \frac{8}{15}$.

(d) Plus petit dénominateur commun à 12 et 20 : 60. $\frac{5}{12} + \frac{3}{20} = \frac{25}{60} + \frac{9}{60} = \frac{34}{60} = \frac{17}{30}$.

(e) Plus petit dénominateur commun à 6 et 10 : 30. $\frac{5}{6} - \frac{3}{10} = \frac{25}{30} - \frac{9}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.

Ex. 71 ★★☆ **Trois termes, dénominateurs quelconques**

(a) Le plus petit dénominateur commun à 3, 6 et 7 est 42. $\frac{2}{3} + \frac{1}{7} - \frac{1}{6} = \frac{28}{42} + \frac{6}{42} - \frac{7}{42} = \frac{27}{42} = \frac{9}{14}$ (simplification par 3).

(b) Le plus petit dénominateur commun à 4, 9 et 12 est 36. $\frac{5}{9} - \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = \frac{20}{36} - \frac{3}{36} - \frac{9}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ (simplification par 4).

(c) Le plus petit dénominateur commun à 3, 10 et 15 est 30. $\frac{2}{3} + \frac{1}{10} - \frac{4}{15} = \frac{20}{30} + \frac{3}{30} - \frac{8}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ (simplification par 15).

(d) Le plus petit dénominateur commun à 3, 8 et 12 est 24. $\frac{7}{12} - \frac{1}{8} + \frac{2}{3} = \frac{14}{24} - \frac{3}{24} + \frac{16}{24} = \frac{27}{24} = \frac{9}{8}$ (simplification par 3).

Ex. 72 ★★☆ **Juste ou faux**

(a) Faux : $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$, et non $\frac{4}{9}$. On n'ajoute jamais les dénominateurs.

(b) Juste : $\frac{1}{3} + \frac{3}{7} = \frac{7}{21} + \frac{9}{21} = \frac{16}{21}$.

(c) Faux : $\frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$, et non 1. On ne soustrait jamais les dénominateurs.

(d) Juste : $\frac{7}{9} - \frac{1}{12} = \frac{28}{36} - \frac{3}{36} = \frac{25}{36}$.

Ex. 73 ★★★ **Les fractions manquantes**

(a) D'abord le membre de droite : $\frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$. La fraction manquante vaut $\frac{5}{12} + \frac{3}{8} = \frac{10}{24} + \frac{9}{24} = \frac{19}{24}$. Vérification : $\frac{19}{24} - \frac{9}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$. La fraction manquante est $\frac{19}{24}$.

(b) D'abord le membre de droite : $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{7}{24}$. La fraction manquante vaut $\frac{7}{8} - \frac{7}{24} = \frac{21}{24} - \frac{7}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$. La fraction manquante est $\frac{7}{12}$.

(c) Les deux fractions connues font $\frac{5}{6} + \frac{1}{10} = \frac{25}{30} + \frac{3}{30} = \frac{28}{30}$. Il manque $1 - \frac{28}{30} = \frac{30}{30} - \frac{28}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$. La fraction manquante est $\frac{1}{15}$.

(d) On cherche $\frac{a}{4} + \frac{b}{6} = \frac{3\times a}{12} + \frac{2\times b}{12} = \frac{17}{12}$, donc $3 \times a + 2 \times b = 17$, avec a égal à 1, 2 ou 3 et b entre 1 et 5 (fractions inférieures à 1). $a = 1$ donne $2 \times b = 14$, soit $b = 7$: trop grand. $a = 2$ donne $2 \times b = 11$: impossible. $a = 3$ donne $2 \times b = 8$, soit $b = 4$. La seule possibilité est $\frac{3}{4} + \frac{4}{6} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12}$: il n'y en a pas d'autre.

Ex. 74 ★★★ **Le carré magique**

(a) $\frac{1}{6} + \frac{7}{12} + \frac{1}{2} = \frac{2}{12} + \frac{7}{12} + \frac{6}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$. Chaque ligne, colonne et diagonale vaut donc $\frac{5}{4}$.

(b) $\frac{5}{4} - \frac{3}{4} - \frac{5}{12} = \frac{15}{12} - \frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \frac{1}{12}$.

(c) La première colonne contient $\frac{1}{6}$ et $\frac{3}{4}$: $\frac{15}{12} - \frac{2}{12} - \frac{9}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

(d) La diagonale contient $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{12}$: $\frac{15}{12} - \frac{2}{12} - \frac{5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

(e) La case vaut $\frac{5}{4} - \frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{15}{12} - \frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. En douzièmes, les lignes font $2 + 7 + 6$, $9 + 5 + 1$ et $4 + 3 + 8$; les colonnes $2 + 9 + 4$, $7 + 5 + 3$ et $6 + 1 + 8$; les diagonales $2 + 5 + 8$ et $6 + 5 + 4$. Chaque somme vaut 15 douzièmes, soit $\frac{5}{4}$: le carré est bien magique.

$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$

Ex. 75 ★★★ **La somme la plus proche de 1**

(a) $\frac{2}{7} + \frac{2}{3} = \frac{6}{21} + \frac{14}{21} = \frac{20}{21}$; $\frac{4}{15} + \frac{3}{4} = \frac{16}{60} + \frac{45}{60} = \frac{61}{60}$; $\frac{7}{9} + \frac{1}{4} = \frac{28}{36} + \frac{9}{36} = \frac{37}{36}$.

(b) $1 - \frac{20}{21} = \frac{1}{21}$; $\frac{61}{60} - 1 = \frac{1}{60}$; $\frac{37}{36} - 1 = \frac{1}{36}$.

(c) Les trois écarts ont le même numérateur 1 : le plus petit est celui qui a le plus grand dénominateur, $\frac{1}{60}$. C'est donc $\frac{4}{15} + \frac{3}{4}$ qui est la plus proche de 1, alors qu'elle dépasse 1 : son écart se calcule $\frac{61}{60} - 1$.

Ex. 76 ★★★ **Assez de lait ?**

(a) $\frac{3}{10}+\frac{5}{12}=\frac{18}{60}+\frac{25}{60}=\frac{43}{60}$ L. Elle a $\frac{43}{60}$ L de lait en tout.

(b) Avec le dénominateur 60 : $\frac{3}{4}=\frac{45}{60}$. Comme $\frac{43}{60}<\frac{45}{60}$, elle n'en a pas assez pour la recette, de très peu.

(c) $\frac{45}{60}-\frac{43}{60}=\frac{2}{60}=\frac{1}{30}$ L. Or 1 L = 1 000 mL et $1\,000\div 30\approx 33{,}3$: l'écart est d'environ 33 mL.

12. *Calculer avec des entiers et des fractions*

Ex. 77 ★☆☆ **Un entier et une fraction**

(a) $\frac{9}{9}-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$ (b) $\frac{15}{5}+\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$ (c) $\frac{14}{7}-\frac{4}{7}=\frac{10}{7}$

(d) $\frac{12}{3}+\frac{2}{3}=\frac{14}{3}$ (e) $\frac{10}{10}-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$

Ex. 78 ★☆☆ **Compléter à 1**

(a) $1=\frac{8}{8}$, donc il manque $\frac{3}{8}$.

(b) $1=\frac{11}{11}$, donc il manque $\frac{7}{11}$.

(c) $1=\frac{25}{25}$, donc il manque $\frac{11}{25}$.

(d) $1=\frac{6}{6}$, donc il manque $\frac{5}{6}$.

(e) $1=\frac{16}{16}$, donc il manque $\frac{3}{16}$.

Ex. 79 ★★☆ **Enchaîner les calculs**

(a) Le plus petit dénominateur commun à 2 et 4 est 4. $3-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=\frac{12}{4}-\frac{2}{4}-\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$.

(b) Le plus petit dénominateur commun à 9 et 12 est 36. $1+\frac{7}{12}-\frac{4}{9}=\frac{36}{36}+\frac{21}{36}-\frac{16}{36}=\frac{41}{36}$.

(c) On calcule d'abord la parenthèse, avec le dénominateur 42 : $\frac{5}{6}+\frac{2}{7}=\frac{35}{42}+\frac{12}{42}=\frac{47}{42}$. Puis $2-\frac{47}{42}=\frac{84}{42}-\frac{47}{42}=\frac{37}{42}$.

(d) Le plus petit dénominateur commun à 4 et 6 est 12. $\frac{5}{4}+\frac{7}{6}-2=\frac{15}{12}+\frac{14}{12}-\frac{24}{12}=\frac{5}{12}$.

Ex. 80 ★★☆ **Plus grand que 1**

(a) Le plus petit dénominateur commun à 3 et 6 est 6. $\frac{7}{3}+\frac{5}{6}=\frac{14}{6}+\frac{5}{6}=\frac{19}{6}=3+\frac{1}{6}$.

(b) Le plus petit dénominateur commun à 4 et 10 est 20. $\frac{11}{4}+\frac{9}{10}=\frac{55}{20}+\frac{18}{20}=\frac{73}{20}=3+\frac{13}{20}$.

(c) Le plus petit dénominateur commun à 3 et 8 est 24. $4+\frac{5}{8}-\frac{1}{3}=\frac{96}{24}+\frac{15}{24}-\frac{8}{24}=\frac{103}{24}=4+\frac{7}{24}$.

(d) Le plus petit dénominateur commun à 5 et 6 est 30. $\frac{17}{5}-\frac{7}{6}=\frac{102}{30}-\frac{35}{30}=\frac{67}{30}=2+\frac{7}{30}$.

Ex. 81 ★★☆ **Un entier, deux fractions**

(a) $1-\frac{1}{3}-\frac{2}{7}=\frac{21}{21}-\frac{7}{21}-\frac{6}{21}=\frac{8}{21}$.

(b) $3-\frac{4}{9}+\frac{1}{12}=\frac{108}{36}-\frac{16}{36}+\frac{3}{36}=\frac{95}{36}$.

(c) $\frac{7}{9}+\frac{5}{12}-1=\frac{28}{36}+\frac{15}{36}-\frac{36}{36}=\frac{7}{36}$.

(d) $2-\frac{7}{10}-\frac{8}{15}=\frac{60}{30}-\frac{21}{30}-\frac{16}{30}=\frac{23}{30}$.

Ex. 82 ★★★ **Le programme de calcul**

(a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$, puis $2-\frac{2}{3}=\frac{6}{3}-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$. Le programme donne $\frac{4}{3}$.

(b) $\frac{2}{5}+\frac{1}{6}=\frac{12}{30}+\frac{5}{30}=\frac{17}{30}$, puis $2-\frac{17}{30}=\frac{60}{30}-\frac{17}{30}=\frac{43}{30}$. Le programme donne $\frac{43}{30}$.

(c) Pour obtenir 1, le nombre que l'on soustrait de 2 doit valoir 1 : la fraction plus $\frac{1}{6}$ doit valoir 1. Il faut choisir $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$.

(d) Le résultat vaut 0 quand la fraction plus $\frac{1}{6}$ vaut 2, c'est-à-dire pour $2-\frac{1}{6}=\frac{12}{6}-\frac{1}{6}=\frac{11}{6}$. Au-delà, on soustrait de 2 un nombre plus grand que 2. La plus grande fraction de départ possible est $\frac{11}{6}$.

13. *Fractions et pourcentages*

Ex. 83 ★☆☆ **Fraction, décimal, pourcentage**

Fraction	Sur 100	Écriture décimale	Pourcentage
$\frac{3}{4}$	$\frac{75}{100}$	0,75	75 %
$\frac{2}{5}$	$\frac{40}{100}$	0,4	40 %
$\frac{17}{20}$	$\frac{85}{100}$	0,85	85 %
$\frac{13}{25}$	$\frac{52}{100}$	0,52	52 %
$\frac{9}{5}$	$\frac{180}{100}$	1,8	180 %

Ex. 84 ★☆☆ **1 %, 10 %, 25 %, 50 %**

(a) $340\div 10=34$.

(b) La moitié : $86\div 2=43$.

(c) $2\,500\div 100=25$.

(d) Le quart : $64\div 4=16$.

(e) $7{,}5\div 10=0{,}75$.

Ex. 85 ★★☆ **Combiner des pourcentages simples**

(a) 10 % de 140 vaut 14, donc 30 % vaut $3\times 14=42$.

(b) 10 % de 260 vaut 26, donc 5 % vaut la moitié : 13.

(c) 10 % de 80 vaut 8 et 5 % vaut 4, donc 15 % vaut $8+4=12$.

Ex. 85 **(suite)**

(d) 50 % de 36 vaut 18 et 25 % vaut 9, donc 75 % vaut $18 + 9 = 27$.

(e) 1 % de 650 vaut 6,5, donc 4 % vaut $4 \times 6{,}5 = 26$.

Ex. 86 ★★☆ **Une proportion en pourcentage**

(a) $\dfrac{9}{25} = \dfrac{9 \times 4}{25 \times 4} = \dfrac{36}{100} = 36\,\%$.

(b) $\dfrac{12}{50} = \dfrac{12 \times 2}{50 \times 2} = \dfrac{24}{100} = 24\,\%$.

(c) $\dfrac{11}{20} = \dfrac{11 \times 5}{20 \times 5} = \dfrac{55}{100} = 55\,\%$.

(d) $\dfrac{33}{300} = \dfrac{33 \div 3}{300 \div 3} = \dfrac{11}{100} = 11\,\%$.

Ex. 87 ★★★ **Les prêts de la médiathèque**

(a) 35 % de 400 : 1 % de 400 vaut 4, donc $35 \times 4 = 140$ bandes dessinées.

(b) Romans : $400 \div 5 = 80$. Documentaires : $400 \div 20 = 20$, puis $20 \times 3 = 60$.

(c) Mangas : $400 - 140 - 80 - 60 = 120$. Cela représente $\frac{120}{400} = \frac{120 \div 40}{400 \div 40} = \frac{3}{10}$ des prêts.

(d) Bandes dessinées : 35 % ; romans : $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\,\%$; documentaires : $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\,\%$; mangas : $\frac{3}{10} = 30\,\%$. Total : $35 + 20 + 15 + 30 = 100$, soit 100 %.

14. *Problèmes avec des fractions*

Ex. 88 ★☆☆ **Fraction d'une quantité en situation**

(a) $28 \div 4 = 7$, puis $7 \times 3 = 21$ élèves.

(b) $54 \div 9 = 6$, puis $6 \times 2 = 12$ km.

(c) $300 \div 6 = 50$, puis $50 \times 5 = 250$ g.

(d) $24 \div 8 = 3$, puis $3 \times 3 = 9$ h.

Ex. 89 ★☆☆ **La part qui reste**

(a) $1 - \dfrac{2}{7} = \dfrac{7}{7} - \dfrac{2}{7} = \dfrac{5}{7}$.

(b) $1 - \dfrac{5}{12} = \dfrac{12}{12} - \dfrac{5}{12} = \dfrac{7}{12}$.

(c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, donc il reste $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

(d) $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6}$, donc il reste $\frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Ex. 90 ★☆☆ **Le cross du collège**

(a) $2\,400 \div 8 = 300$, puis $300 \times 5 = 1\,500$ m.

(b) $1 - \dfrac{5}{8} = \dfrac{8}{8} - \dfrac{5}{8} = \dfrac{3}{8}$ du parcours.

(c) $300 \times 3 = 900$ m. Vérification : $1\,500 + 900 = 2\,400$ m.

Ex. 91 ★☆☆ **La fresque du préau**

(a) 3 huitièmes font 18 m², donc un huitième fait $18 \div 3 = 6$ m².

(b) La fresque compte 8 huitièmes : $8 \times 6 = 48$ m². L'aire totale est 48 m².

(c) $48 \div 6 = 8$: la partie jaune mesure 8 m².

Ex. 92 ★★☆ **Remplir l'aquarium**

(a) Remplie : $\frac{1}{5} + \frac{3}{8} = \frac{8}{40} + \frac{15}{40} = \frac{23}{40}$ de l'aquarium.

(b) Vide : $1 - \frac{23}{40} = \frac{40}{40} - \frac{23}{40} = \frac{17}{40}$ de l'aquarium.

(c) Les $\frac{17}{40}$ de 120 L : $120 \div 40 = 3$, puis $3 \times 17 = 51$ L. Il faut encore verser 51 L.

(d) Matin : $120 \div 5 = 24$ L. Après-midi : $120 \div 8 = 15$, puis $15 \times 3 = 45$ L. Total versé : $24 + 45 = 69$ L, et $120 - 69 = 51$ L : on retrouve le résultat.

Ex. 93 ★★☆ **Le vote de la sortie**

(a) $1 - \frac{5}{12} - \frac{1}{8} = \frac{24}{24} - \frac{10}{24} - \frac{3}{24} = \frac{11}{24}$ de la classe choisit le cinéma.

(b) Musée : $24 \div 12 \times 5 = 10$ élèves. Parc : $24 \div 8 = 3$ élèves. Cinéma : $24 - 10 - 3 = 11$ élèves (on retrouve bien $\frac{11}{24}$).

(c) La moitié de la classe, c'est $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$. Comme $\frac{11}{24} < \frac{12}{24}$, le cinéma n'obtient pas plus de la moitié des voix. Attention : 12 voix sur 24 feraient exactement la moitié, pas plus. Il lui aurait fallu au moins 13 voix, soit 2 de plus.

Ex. 94 ★★☆ **La playlist du trajet**

(a) Le jazz occupe $1 - \frac{4}{9} - \frac{3}{10} = \frac{90}{90} - \frac{40}{90} - \frac{27}{90} = \frac{23}{90}$ de la durée.

(b) Rap : $90 \div 9 = 10$, puis $10 \times 4 = 40$ min. Pop : $90 \div 10 = 9$, puis $9 \times 3 = 27$ min. Jazz : $90 \div 90 = 1$, puis $1 \times 23 = 23$ min. Vérification : $40 + 27 + 23 = 90$ min.

(c) $\frac{3}{10} = \frac{3 \times 10}{10 \times 10} = \frac{30}{100}$, donc la pop représente 30 % de la durée. Avec les minutes : 27 min sur 90, c'est $\frac{27}{90} = \frac{3}{10}$.

Ex. 95 ★★☆ **Les économies**

(a) Avec le dénominateur 60 : $\frac{3}{5} = \frac{36}{60}$ et $\frac{7}{12} = \frac{35}{60}$. Comme $\frac{36}{60} > \frac{35}{60}$, c'est Maya qui a déjà économisé la plus grande fraction du prix.

(b) Maya : $240 \div 5 = 48$, puis $48 \times 3 = 144$ €. Ilan : $300 \div 12 = 25$, puis $25 \times 7 = 175$ €.

(c) Maya : $240 - 144 = 96$ €. Ilan : $300 - 175 = 125$ €.

Ex. 95 **(suite)**

(d) C'est Maya qui a la plus grande fraction du prix, mais c'est Ilan qui a le plus d'euros (175 € contre 144 €) : sa console coûte plus cher que la guitare. Une fraction compare la somme économisée au prix de l'objet : Ilan est moins avancé que Maya dans ses économies, même s'il a plus d'euros.

Ex. 96 ★★★ **La collection de cartes**

(a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{8}=\frac{8}{24}+\frac{3}{24}=\frac{11}{24}$ de ses cartes.

(b) $1-\frac{11}{24}=\frac{13}{24}$ de ses cartes.

(c) Les 39 cartes qui restent forment 13 parts sur 24. Une part (un vingt-quatrième) vaut $39\div 13=3$ cartes, donc la collection complète vaut $24\times 3=72$ cartes. Lina avait 72 cartes au départ.

(d) Sœur : $72\div 3=24$ cartes. Cousin : $72\div 8=9$ cartes. Il reste $72-24-9=39$ cartes : c'est bien l'énoncé.

Ex. 97 ★★★ **Le club de judo**

(a) $1-\frac{7}{12}-\frac{2}{9}=\frac{36}{36}-\frac{21}{36}-\frac{8}{36}=\frac{7}{36}$ des licenciés sont des adultes.

(b) Avec le dénominateur 36 : moins de 12 ans $\frac{21}{36}$, de 12 à 18 ans $\frac{8}{36}$, adultes $\frac{7}{36}$. Comme $7<8<21$, du moins nombreux au plus nombreux : les adultes, puis les 12 à 18 ans, puis les moins de 12 ans.

(c) Les 28 adultes forment 7 parts sur 36. Une part vaut $28\div 7=4$ licenciés, donc le club en compte $36\times 4=144$.

(d) Moins de 12 ans : $144\div 12\times 7=84$. De 12 à 18 ans : $144\div 9\times 2=32$. Vérification : $84+32+28=144$.

Ex. 98 ★★★ **Le vide-grenier**

(a) Jeu vidéo : $60\div 4=15$ €. Il reste ensuite $60-15=45$ €.

(b) Les $\frac{2}{9}$ de ce qui reste, ce sont les $\frac{2}{9}$ de 45 € (et non de 60 €) : $45\div 9=5$, puis $5\times 2=10$ €. La raquette coûte 10 €.

(c) Timéo garde $45-10=35$ €, c'est-à-dire $\frac{35}{60}=\frac{35\div 5}{60\div 5}=\frac{7}{12}$ de ses 60 €.

(d) Les $\frac{2}{9}$ ne portent pas sur les 60 € de départ mais sur les 45 € qui restaient : on ne peut donc pas additionner $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{9}$, qui ne sont pas des fractions du même tout. Il a dépensé $15+10=25$ €, soit $\frac{25}{60}=\frac{5}{12}$ de ses 60 € (on retrouve $1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$). Comme $\frac{5}{12}=\frac{15}{36}<\frac{17}{36}$, il croit avoir dépensé plus qu'en réalité.

Ex. 99 ★★★ **La ferme pédagogique**

(a) $15\,\%=\frac{15}{100}=\frac{15\div 5}{100\div 5}=\frac{3}{20}$.

(b) Avec le dénominateur 20 : $\frac{1}{5}=\frac{4}{20}$, donc poules, lapins et chèvres font $\frac{7}{20}+\frac{4}{20}+\frac{3}{20}=\frac{14}{20}$. Les canards forment $1-\frac{14}{20}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$ des animaux.

(c) Les 42 canards forment 3 parts sur 10. Une part (un dixième) vaut $42\div 3=14$ animaux, donc la ferme en compte $10\times 14=140$.

(d) Poules : $140\div 20=7$, puis $7\times 7=49$. Lapins : $140\div 5=28$. Chèvres : $15\,\%$ de 140, c'est $140\div 20\times 3=21$. Vérification : $49+28+21+42=140$ animaux.