49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 5e : fractions égales, comparer, additionner*

À retenir : Pour simplifier, je divise le numérateur **et** le dénominateur par un diviseur commun. Pour comparer ou additionner, je réduis au plus petit dénominateur commun : $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{2}{12}+\frac{9}{12}=\frac{11}{12}$. On n'additionne jamais les dénominateurs.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : simplifier et compléter** — Simplifie jusqu'à la fraction irréductible, ou complète l'égalité.

a) Simplifie $\frac{28}{63}$.

b) Simplifie $\frac{26}{39}$.

c) Complète : $\frac{5}{6}=\frac{\dots}{42}$.

d) Complète : $\frac{7}{8}=\frac{63}{\dots}$.

e) Complète : $6=\frac{\dots}{5}$.

f) Complète : $0{,}75=\frac{\dots}{20}$.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : additionner, soustraire, multiplier par un entier** — Calcule et donne le résultat sous forme irréductible.

a) $\frac{3}{10}+\frac{4}{10}$ b) $\frac{1}{6}+\frac{7}{18}$ c) $\frac{7}{16}+\frac{1}{12}$

d) $3+\frac{2}{5}$ e) $\frac{11}{14}-\frac{2}{7}$ f) $7\times\frac{4}{21}$

g) $\frac{7}{9}-\frac{1}{6}$

Ex. 3 ★★☆ **Comparer, ranger, encadrer** — Justifie chaque réponse.

a) Compare $\frac{5}{9}$ et $\frac{5}{11}$ sans réduire au même dénominateur.

b) Compare $\frac{7}{15}$ et $\frac{9}{20}$ en cherchant le plus petit dénominateur commun.

c) Range dans l'ordre croissant : $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{6}$.

d) Vrai ou faux : $\frac{4}{7}<0{,}6$? Justifie.

e) Encadre $\frac{17}{6}$ entre deux nombres entiers consécutifs.

Ex. 4 ★★☆ **Repère l'erreur et corrige** — A-t-il ou a-t-elle raison ? Justifie, puis corrige. Donne chaque résultat de calcul sous forme irréductible.

a) Hugo écrit : $\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{3}{9}$.

b) Inès écrit : $\frac{3}{7}=\frac{3}{28}$, « car $7\times4=28$ ».

c) Malik écrit : $6\times\frac{7}{18}=\frac{42}{108}$.

Ex. 4 (suite)

d) Zoé écrit : $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}=\frac{6}{16}$.

e) Nathan dit : « Pour trouver les $\frac{3}{8}$ d'un réservoir de 56 L, je calcule $56\div3$, puis je multiplie par 8. »

Ex. 5 ★★★ **Pyramides de fractions** — Dans une pyramide, chaque brique est la somme des deux briques posées juste en dessous. Pyramide 1 : en bas, de gauche à droite, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{24}$ et $\frac{5}{6}$. Pyramide 2 : en bas, seule la brique du milieu est connue, $\frac{3}{20}$; au milieu, la brique de gauche vaut $\frac{2}{5}$; au sommet, $\frac{11}{10}$. Donne chaque résultat sous forme irréductible.

a) Pyramide 1 : calcule la brique du milieu à gauche.

b) Pyramide 1 : calcule la brique du milieu à droite.

c) Pyramide 1 : calcule la brique du sommet. Explique pourquoi le dénominateur 24 suffit, sans aller jusqu'à 96.

d) Pyramide 2 : calcule la brique du milieu à droite.

e) Pyramide 2 : retrouve les deux briques manquantes de la rangée du bas.

Ex. 6 ★★★ **Le jardin partagé** — Le jardin partagé d'un quartier de Rennes mesure 360 m². Les $\frac{2}{9}$ de sa surface sont plantés de légumes, les $\frac{5}{12}$ de fleurs, et le reste est en pelouse.

a) Calcule la surface plantée de légumes.

b) Calcule la surface plantée de fleurs.

c) Quelle fraction du jardin les légumes et les fleurs occupent-ils ensemble ? Vérifie avec tes deux réponses précédentes.

d) Quelle fraction du jardin est en pelouse ? Déduis-en la surface de la pelouse.

e) À Brest, Maëlle a un potager qui couvre les $\frac{5}{7}$ de son jardin, soit 105 m². Quelle est la surface de son jardin ?

Ex. 7 ★★★ **Vrai ou faux : cinq affirmations** — Vrai ou faux ? Justifie. Quand c'est faux, donne le bon résultat sous forme irréductible.

a) $\frac{3}{10}+\frac{1}{4}+\frac{9}{20}=1$

b) Le triple de $\frac{4}{15}$ est $\frac{12}{45}$.

c) $\frac{3}{7}=\frac{8}{12}$, car on a ajouté 5 au numérateur et au dénominateur.

d) $\frac{6}{13}>\frac{3}{7}$

e) $4-\frac{5}{6}=\frac{19}{6}$

2. *Signe d'une fraction, écritures égales, simplifier par la décomposition*

À retenir : $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$. On multiplie ou on divise le haut ET le bas par un même nombre non nul, on n'ajoute jamais. Je décompose, puis je barre les facteurs premiers communs : $\frac{90}{84} = \frac{2\times3^2\times5}{2^2\times3\times7} = \frac{15}{14}$.

Ex. 8 ★☆☆ **Le signe devant, puis on simplifie** — Écris chaque nombre avec le signe devant la fraction. Donne le résultat sous forme irréductible, ou sous forme d'entier.

(a) $\frac{-7}{-9}$ (b) $\frac{14}{-21}$ (c) $-\frac{-15}{35}$

(d) $\frac{-48}{-36}$ (e) $\frac{-56}{8}$ (f) $\frac{0}{-13}$

Ex. 9 ★☆☆ **Le nombre qui manque** — Complète les pointillés pour que les deux écritures soient égales.

(a) $\frac{4}{9} = \frac{\dots}{63}$ (b) $\frac{-5}{6} = \frac{\dots}{-42}$

(c) $-8 = \frac{\dots}{3}$ (d) $\frac{32}{-56} = \frac{-4}{\dots}$

(e) $\frac{2{,}4}{1{,}5} = \frac{\dots}{5}$ (f) $\frac{-9}{-15} = \frac{\dots}{25}$

Ex. 10 ★★☆ **Décomposer pour simplifier** — Décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers. Barre les facteurs communs, puis donne la fraction irréductible avec le signe devant.

(a) $\frac{180}{378}$

(b) $\frac{-264}{616}$

(c) $\frac{490}{-693}$

(d) $\frac{-325}{-546}$

(e) $\frac{385}{624}$: cette fraction peut-elle se simplifier ? Justifie.

Ex. 11 ★★☆ **Les erreurs de la classe** — Chaque élève a fait un calcul au tableau. Dis si l'élève a raison et justifie. Corrige si besoin.

(a) Inès écrit : $\frac{-11}{-12} = -\frac{11}{12}$. A-t-elle raison ?

(b) Malik affirme : $-\frac{5}{9} = \frac{5}{-9} = \frac{-5}{-9}$. A-t-il raison ?

(c) Chloé ajoute 4 en haut et en bas et écrit : $\frac{3}{7} = \frac{7}{11}$. A-t-elle raison ?

(d) Yanis barre les deux 4 et écrit : $\frac{4+9}{4} = 9$. A-t-il raison ?

(e) Léa écrit $\frac{156}{240} = \frac{78}{120} = \frac{39}{60}$ et affirme que $\frac{39}{60}$ est irréductible. A-t-elle raison ?

Ex. 12 ★★★ **Qui est égal à qui ?** — Voici huit nombres : $A = \frac{-14}{21}$; $B = \frac{10}{-15}$; $C = \frac{-22}{-33}$; $D = -\frac{-4}{6}$; $E = \frac{-36}{6}$; $F = -6$; $G = \frac{24}{-36}$; $H = \frac{-12}{-2}$.

(a) Sans calculer, donne le signe de chacun des huit nombres. Justifie avec la règle des signes.

(b) Écris A, B, C et G avec le signe devant la fraction, sous forme irréductible.

(c) Range les huit nombres en groupes de nombres égaux. Justifie.

(d) Hugo affirme : « F est un entier, donc ce n'est pas un nombre rationnel. » A-t-il raison ? Justifie.

(e) Écris $-\frac{2}{3}$ sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur -45.

Ex. 13 ★★★ **Vrai ou faux sur les fractions** — Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie, et corrige si elle est fausse.

(a) « $-\frac{-5}{-8}$ est un nombre positif. »

(b) « Si on multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{4}{7}$ par -3, on obtient un nombre négatif. »

(c) « $\frac{8+20}{8\times5} = \frac{20}{5} = 4$, car on barre les 8. »

(d) « La décomposition de 126 en produit de facteurs premiers est $126 = 1 \times 2 \times 3^2 \times 7$. »

(e) « $\frac{-119}{187}$ est irréductible, car ni 119 ni 187 n'est divisible par 2, par 3 ou par 5. »

Ex. 14 ★★★ **Le tournoi d'échecs d'Annecy** — Lors d'un tournoi d'échecs à Annecy, l'équipe de Margaux a gagné 168 parties sur 392 jouées. L'équipe de Sofiane a gagné 150 parties sur 350 jouées.

(a) Noé écrit $\frac{168}{392} = \frac{84}{196}$ et s'arrête. Explique pourquoi sa simplification n'est pas terminée.

(b) Décompose 168 et 392 en produits de facteurs premiers, puis donne la fraction irréductible des parties gagnées par Margaux.

(c) Fais de même pour l'équipe de Sofiane avec 150 et 350.

(d) Les deux équipes ont-elles gagné la même proportion de parties ? Justifie.

(e) Une troisième équipe a joué 91 parties et a gagné la même proportion de parties. Combien en a-t-elle gagné ? Justifie.

3. *Comparer et ranger des nombres rationnels*

À retenir : Les signes d'abord : un négatif est plus petit qu'un positif. Avec un même dénominateur positif, je compare les numérateurs. Entre deux négatifs, le plus petit est le plus loin de zéro : $-\frac{7}{6} < -\frac{8}{9}$.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : comparer deux nombres** — Compare avec $<$, $>$ ou $=$.

(a) $-\frac{3}{7} \dots \frac{1}{9}$ (b) $-\frac{8}{11} \dots -\frac{5}{11}$ (c) $-\frac{1}{5} \dots -\frac{1}{6}$

(d) $\frac{5}{6} \dots \frac{7}{9}$ (e) $-\frac{9}{8} \dots -1$ (f) $\frac{-12}{-13} \dots 1$

(g) $\frac{4}{-10} \dots -\frac{2}{5}$

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : encadrer entre deux entiers** — Encadre chaque nombre entre deux entiers consécutifs.

(a) $\frac{23}{6}$ (b) $-\frac{11}{4}$ (c) $-\frac{6}{7}$

(d) $\frac{-29}{7}$ (e) $\frac{31}{-10}$ (f) $-\frac{50}{8}$

Ex. 17 ★★☆ **Ranger et intercaler** — Écris d'abord les nombres avec un même dénominateur positif.

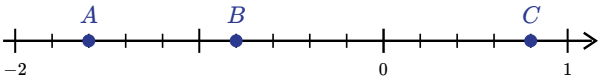
(a) Range dans l'ordre croissant : $-0{,}35$; $-\frac{2}{5}$; $\frac{1}{20}$; $-\frac{3}{10}$; $-\frac{9}{20}$.

(b) Range dans l'ordre décroissant : $\frac{5}{-6}$; $-\frac{7}{9}$; $-\frac{13}{18}$; -1.

(c) Donne un nombre rationnel compris entre $-\frac{5}{6}$ et $-\frac{4}{5}$.

(d) À Marseille, trois plongeurs sont à $-2{,}3$ m, $-\frac{9}{4}$ m et $-\frac{12}{5}$ m par rapport à la surface. Lequel est le plus profond ?

Ex. 18 ★★☆ **Sur une droite graduée en cinquièmes** — On utilise la droite graduée ci-dessous.



(a) Donne les abscisses des points A, B et C sous forme de fractions irréductibles.

(b) Le point D est trois graduations à droite de B. Donne son abscisse.

(c) Hugo affirme : « Le point d'abscisse $\frac{9}{-5}$ est à droite de A. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Vrai ou faux ? Justifie. Le point d'abscisse $-\frac{9}{10}$ est situé entre A et B.

Ex. 19 ★★★ **Vrai ou faux : les pièges des signes** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse par un calcul.

(a) $-\frac{4}{7} > -\frac{5}{9}$

(b) Inès écrit : « $\frac{-11}{12} > \frac{-7}{12}$, car $11 > 7$. »

(c) Le nombre $\frac{13}{-12}$ est plus grand que -1.

(d) Tom affirme : « $-\frac{1}{40} > \frac{1}{900}$, car $\frac{1}{40} > \frac{1}{900}$. »

(e) Le nombre $\frac{-20}{-24}$ est compris entre $\frac{4}{5}$ et 1.

Ex. 20 ★★★ **Températures dans le massif de Briançon** — Un matin d'hiver, on relève la température (en °C) dans cinq stations : A : $-0{,}6$; B : $-\frac{2}{3}$; C : $-\frac{5}{8}$; D : $\frac{3}{20}$; E : $-\frac{7}{10}$.

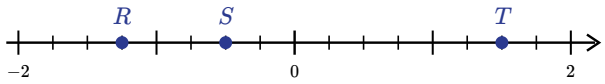
(a) Noé affirme : « La station B est plus chaude que la station C, car $\frac{2}{3} > \frac{5}{8}$. » A-t-il raison ? Justifie.

(b) Écris les cinq températures sous forme de fractions de dénominateur 120.

(c) Range les cinq stations de la plus froide à la plus chaude.

(d) Une station F a une température strictement comprise entre celles de C et de A. Propose une écriture fractionnaire possible pour cette température.

Ex. 21 ★★★ **Droite graduée en quarts et points cachés** — On utilise la droite graduée ci-dessous.



(a) Lis les abscisses de R, S et T (fractions irréductibles), puis range-les dans l'ordre croissant avec le nombre $\frac{7}{5}$.

(b) Le point V a pour abscisse $-\frac{11}{9}$. Sans le placer, dis entre quels points de la figure il se trouve et s'il est à gauche ou à droite de -1. Justifie.

(c) Le point M a pour abscisse $\frac{-3}{-4}$. Lucas le place entre R et S. A-t-il raison ? Justifie.

(d) Léa veut placer le point W d'abscisse $-\frac{13}{5}$. Elle dit qu'il est entre -2 et -1. Encadre $-\frac{13}{5}$ entre deux entiers consécutifs, puis corrige Léa.

4. *Additionner et soustraire des fractions relatives*

À retenir : Signe moins au numérateur, dénominateur commun positif (le plus petit), numérateurs calculés comme des relatifs : $-\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{-9+2}{12} = -\frac{7}{12}$. Soustraire, c'est ajouter l'opposé ; $-5 = \frac{-15}{3}$.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : même dénominateur** — Calcule et donne le résultat sous forme irréductible, avec le signe devant la fraction.

(a) $-\frac{4}{9} + \frac{7}{9}$ (b) $\frac{2}{11} - \frac{9}{11}$

(c) $-\frac{5}{13} - \frac{6}{13}$ (d) $\frac{3}{8} - \left(-\frac{7}{8}\right)$

(e) $-\left(-\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{11}{12}\right)$ (f) $\frac{7}{-10} + \frac{3}{10}$

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : dénominateurs différents** — Calcule avec le plus petit dénominateur commun possible et donne le résultat sous forme irréductible.

(a) $-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{6}-\left(-\frac{4}{9}\right)$ (c) $-3+\frac{5}{7}$

(d) $0{,}6-\frac{7}{4}$ (e) $-\frac{7}{15}-\frac{1}{6}$ (f) $\frac{5}{-8}+2$

Ex. 24 ★★☆ **Repère l'erreur et corrige** — Chaque élève a fait une erreur. Explique-la, puis donne le bon résultat sous forme irréductible.

(a) Léa écrit $-\frac{3}{5}+\frac{1}{2}=-\frac{2}{7}$.

(b) Hugo écrit $\frac{5}{12}-\left(-\frac{2}{9}\right)=\frac{15}{36}-\frac{8}{36}=\frac{7}{36}$.

(c) Inès écrit $-2+\frac{4}{9}=\frac{-2}{9}+\frac{4}{9}=\frac{2}{9}$.

(d) Malo écrit $\frac{7}{12}-\frac{3}{4}=\frac{7}{12}-\frac{9}{12}=\frac{1}{6}$.

Ex. 25 ★★☆ **Le niveau de l'étang** — Ben relève chaque semaine la variation du niveau d'un étang près de Vierzon, en mètres : $-\frac{3}{10}$ la semaine 1, $\frac{1}{4}$ la semaine 2, puis $-0{,}15$ la semaine 3. Une variation négative signifie que le niveau a baissé.

(a) Écris 0,15 sous forme de fraction irréductible, puis calcule la variation totale sur les trois semaines. Le niveau a-t-il monté ou baissé ?

(b) Quel nombre faut-il ajouter à la variation de la semaine 1 pour obtenir celle de la semaine 2 ?

(c) Après la semaine 4, la variation totale sur les quatre semaines vaut $\frac{1}{12}$ m. Quelle a été la variation de la semaine 4 ?

Ex. 26 ★★★ **Le carré magique relatif** — Dans ce tableau, la somme des trois nombres de chaque ligne et de chaque colonne est la même : on l'appelle S. Donne chaque résultat sous forme irréductible.

Carré	Col. 1	Col. 2	Col. 3
Ligne 1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	
Ligne 2	0,25	$-\frac{1}{12}$	$\frac{5}{-12}$
Ligne 3			$\frac{1}{6}$

(a) Écris 0,25 en fraction et $\frac{5}{-12}$ avec un dénominateur positif, puis calcule la somme de la ligne 2 pour trouver S.

(b) Calcule le nombre qui manque dans la ligne 1.

(c) Calcule le nombre qui manque dans la colonne 1, puis celui qui reste dans la ligne 3.

(d) Calcule la somme de chaque diagonale. Les diagonales ont-elles aussi la somme S ? Le tableau est-il un carré magique ? Justifie.

Ex. 27 ★★★ **Vrai ou faux sur les signes** — Vrai ou faux ? Justifie par un calcul. Si l'affirmation est fausse, donne le bon résultat sous forme irréductible.

(a) $\frac{2}{7}-\left(-\frac{4}{21}\right)=-\frac{2}{21}$

(b) $\frac{3}{-8}-4=-\frac{7}{8}$

(c) Le nombre $\frac{7}{10}+\left(-\frac{11}{15}\right)$ est négatif.

(d) $-\left(-\frac{5}{14}\right)-\frac{3}{7}=-\frac{11}{14}$

(e) $0{,}35-\frac{9}{10}-\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{10}$

Ex. 28 ★★★ **Le relais de Lille** — À Lille, Maëlle note l'écart en minutes entre le temps de chacun de ses quatre relayeurs et le temps prévu. Un écart négatif veut dire que le coureur est en avance. Écarts des trois premiers : $-\frac{5}{4}$, $\frac{2}{3}$ et $-1{,}2$. Donne les résultats sous forme irréductible.

(a) Calcule l'écart total des trois premiers relayeurs. L'équipe est-elle alors en avance ou en retard ?

(b) Maëlle vise un écart total de -2 minutes pour les quatre relayeurs. Quel écart doit faire le 4e relayeur ?

(c) En fait, le 4e relayeur a un écart de $\frac{1}{4}$. Calcule l'écart total réel de l'équipe.

(d) L'objectif de -2 minutes est-il atteint ? Calcule la différence « écart réel − objectif » et justifie.

5. *Multiplier, inverse, diviser par une fraction*

À retenir : Produit : numérateurs entre eux, dénominateurs entre eux, sans dénominateur commun : $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{10}{21}$. L'inverse de $-\frac{4}{9}$ est $-\frac{9}{4}$; 0 n'a pas d'inverse. Diviser, c'est multiplier par l'inverse du diviseur seulement.

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : multiplier des fractions** — Calcule et donne le résultat sous forme irréductible. Simplifie avant de multiplier.

(a) $\frac{3}{7}\times\frac{2}{7}$ (b) $-\frac{5}{6}\times\frac{9}{10}$

(c) $\left(-\frac{14}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)$ (d) $4\times\frac{5}{12}$

(e) $\frac{6}{25}\times\frac{-15}{4}$ (f) $\frac{8}{-21}\times\frac{7}{12}$

(g) Calcule les $\frac{3}{5}$ de $\frac{10}{9}$. (h) $-3\times\frac{2}{11}\times\left(-\frac{11}{6}\right)$

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : inverse ou opposé ?** — Deux nombres sont inverses l'un de l'autre quand leur produit vaut 1. Donne les résultats sous forme irréductible.

(a) Complète le tableau.

Nombre	$\frac{9}{4}$	$-\frac{2}{11}$	-8	0,6
Inverse				
Opposé				

(b) Leïla affirme : « L'inverse de $-\frac{3}{7}$ est $\frac{7}{3}$. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Hugo cherche l'inverse de 0. Que peux-tu lui répondre ? Justifie.

(d) Calcule $-\frac{5}{4} \times (-0{,}8)$. Que peux-tu en déduire pour ces deux nombres ?

Ex. 31 ★★☆ **Quotients sous toutes les formes** — Calcule et donne le résultat sous forme irréductible.

(a) $\frac{14}{15} \div \left(-\frac{21}{20}\right)$

(b) $-\frac{12}{7} \div 18$

(c) $\dfrac{\frac{-20}{27}}{\frac{-8}{45}}$

(d) $-0{,}75 \div \frac{9}{16}$

(e) Sans calculer, dis si $\frac{7}{3} \div \frac{2}{9}$ est plus grand ou plus petit que $\frac{7}{3}$. Vérifie ensuite par le calcul.

Ex. 32 ★★☆ **Erreurs, fraction manquante et ruban** — Rédige chaque réponse et donne les résultats sous forme irréductible.

(a) Noé écrit : $\frac{6}{35} \div \frac{9}{14} = \frac{35}{6} \times \frac{9}{14}$. Explique son erreur, puis calcule le bon quotient.

(b) Inès écrit : $\frac{4}{9} \times \frac{6}{7} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{2}{21}$. Trouve son erreur et corrige le calcul.

(c) Trouve la fraction manquante : $\ldots \times \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{10}{21}$.

(d) Maël a déjà utilisé les $\frac{2}{7}$ d'un ruban, soit $\frac{4}{5}$ m. Quelle est la longueur du ruban entier ?

Ex. 33 ★★★ **Les gourdes de Lina** — Avant une randonnée près de Gap, Lina remplit des gourdes de $\frac{3}{8}$ L avec un bidon qui contient $\frac{15}{4}$ L d'eau. Rédige chaque réponse et donne les résultats sous forme irréductible.

(a) Combien de gourdes Lina peut-elle remplir avec le bidon plein ?

(b) Son frère propose de calculer $\frac{4}{15} \times \frac{3}{8}$. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Le lendemain, le bidon n'est rempli qu'aux $\frac{5}{9}$. Quelle quantité d'eau contient-il ?

Ex. 33 (suite)

(d) Avec cette quantité, combien de gourdes pleines Lina remplit-elle ? Quelle quantité d'eau reste-t-il dans le bidon ?

Ex. 34 ★★★ **Vrai ou faux : inverses et quotients** — Pour chaque affirmation, réponds « vrai » ou « faux » et justifie par un calcul ou un contre-exemple. Donne les résultats sous forme irréductible.

(a) « L'inverse de l'opposé de $\frac{5}{-12}$ est égal à l'opposé de l'inverse de $\frac{5}{-12}$. »

(b) « Diviser un nombre par $\frac{2}{3}$, puis diviser le résultat par $\frac{3}{2}$, ne change pas ce nombre. »

(c) « $-\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{27}{4}$. »

(d) « Le produit $\frac{-2}{3} \times \frac{9}{-4} \times \left(-\frac{10}{3}\right)$ est positif. »

(e) « $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{9}{2}\right)$ est positif, car un carré est positif. »

Ex. 35 ★★★ **Le terrain de Figeac** — La mairie de Figeac possède un terrain de $\frac{9}{4}$ ha. Elle consacre $\frac{2}{3}$ du terrain à des jardins partagés et le reste à un parking. Les jardins sont découpés en 16 parcelles de même aire. Rédige chaque réponse et donne les résultats sous forme irréductible.

(a) Calcule l'aire des jardins partagés.

(b) Calcule l'aire du parking.

(c) Calcule l'aire d'une parcelle.

(d) Les $\frac{5}{8}$ des parcelles sont confiées à des écoles. Combien de parcelles et quelle aire totale cela représente-t-il ?

(e) Par quel nombre faut-il multiplier l'aire du parking pour obtenir celle des jardins ? Écris ce calcul sous forme d'un quotient en étage.

6. *Priorités, calculs enchaînés et carré d'une fraction*

À retenir : Ordre des calculs : parenthèses, puis puissances, puis $\times$ et $\div$ de gauche à droite, puis $+$ et $-$. Une grande barre de fraction joue le rôle de parenthèses. $\left(-\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$ mais $-\left(\frac{3}{7}\right)^2 = -\frac{9}{49}$; $a^0 = 1$ si $a \neq 0$.

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : les priorités en ligne** — Calcule en respectant les priorités. Donne le résultat sous forme irréductible.

(a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \times 3$ (b) $\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right) \times 3$ (c) $\frac{5}{6} \div 5 \div \frac{1}{3}$

(d) $\frac{3}{7} - \frac{4}{7} \div 2$ (e) $2 - \frac{9}{4} \times \frac{2}{3}$ (f) $\frac{1}{3} - \frac{5}{6} \times \frac{4}{5}$

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : carrés, cubes et puissance 0** — Calcule. Donne le résultat sous forme irréductible (ou entier).

(a) $\left(\frac{2}{7}\right)^2$ (b) $\left(-\frac{4}{5}\right)^2$ (c) $-\left(\frac{4}{5}\right)^2$

(d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ (e) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (f) $\left(-\frac{5}{9}\right)^0$

(g) $\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

Ex. 38 ★★☆ **Repère l'erreur et corrige** — Chaque élève s'est trompé. Explique l'erreur, puis écris le calcul correct. Donne le résultat sous forme irréductible.

(a) Inès écrit : $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{2}{9}=1\times\frac{2}{9}=\frac{2}{9}$.

(b) Hugo écrit : $\frac{8}{9}\div\frac{2}{3}\div 2=\frac{8}{9}\div\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$.

(c) Lina écrit : $\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

(d) Malo écrit : $\left(-\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$, car « une puissance est toujours positive ».

Ex. 39 ★★☆ **Calculs enchaînés pas à pas** — Calcule chaque expression en écrivant une étape par ligne. Donne le résultat sous forme irréductible.

(a) $A=\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)\times\frac{6}{5}$ (b) $B=\dfrac{\frac{1}{2}-2}{\frac{3}{4}+1}$

(c) $C=\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\div\left(-\frac{3}{4}\right)$ (d) $D=\left(\frac{1}{3}-1\right)^2\times\frac{9}{8}$

Ex. 40 ★★★ **Le grand défi des priorités** — Calcule chaque expression en écrivant une étape par ligne. Avant de calculer, indique ce que tu fais en premier et pourquoi. Donne le résultat sous forme irréductible.

(a) $A=0{,}6+\frac{7}{10}\div\frac{7}{-5}\div 2$

(b) $B=\dfrac{\frac{3}{4}-2}{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}}$

(c) $C=\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right)^2-\left(\frac{2}{5}\right)^2\times\frac{15}{8}$

(d) $D=-\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{1}{3}\right)^3\times\left(\frac{7}{5}\right)^0$

Ex. 41 ★★★ **Le terrain partagé d'Annecy** — À Annecy, la mairie partage un terrain carré de $\frac{5}{6}$ hm de côté. Elle réserve $\frac{2}{5}$ du terrain au potager, puis les $\frac{3}{4}$ du reste à une aire de jeux. Le reste est une pelouse. Donne les résultats sous forme irréductible.

(a) Calcule l'aire du terrain, en hm².

(b) Quelle fraction du terrain occupe l'aire de jeux ?

(c) Quelle fraction du terrain occupe la pelouse ?

(d) Calcule l'aire de la pelouse, en hm².

Ex. 41 (suite)

(e) Pour la pelouse, Timéo écrit $1-\frac{2}{5}-\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}$ et calcule de gauche à droite. Quel nombre trouve-t-il ? Pourquoi est-ce absurde ?

Ex. 42 ★★★ **Une expression, plusieurs parenthèses** — On pose $E=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\times\frac{4}{9}-\frac{1}{3}$. Justifie chaque réponse par un calcul. Donne les résultats sous forme irréductible.

(a) Calcule E en respectant les priorités.

(b) Zoé calcule E de gauche à droite, sans regarder les priorités. Quel résultat trouve-t-elle ? Quelles parenthèses a-t-elle ajoutées sans le voir ?

(c) Place une seule paire de parenthèses dans l'écriture de E pour obtenir $\frac{2}{3}$.

(d) Par quelle fraction faut-il remplacer $\frac{4}{9}$ dans l'écriture de E (sans parenthèses) pour obtenir 0 ?

(e) Vrai ou faux ? Justifie. « $(-E)^2$ et $-E^2$ sont égaux. »

7. *Problèmes avec des fractions*

À retenir : Les $\frac{a}{b}$ d'une quantité : je multiplie. « Du reste » : je calcule d'abord le reste. Part restante = 1− somme des parts. Retrouver le total : part ÷ fraction, par exemple $15\div\frac{3}{4}=20$.

Ex. 43 ★☆☆ **Prendre une fraction d'une quantité** — Calcule. Donne le résultat sous forme irréductible ou entière, dans l'unité demandée.

(a) Les $\frac{3}{7}$ de 84 kg.

(b) Les $\frac{5}{6}$ de $\frac{9}{10}$.

(c) Les $\frac{3}{4}$ d'une heure, exprimés en minutes.

(d) $\frac{3}{5}\times 0{,}8$, en écrivant d'abord 0,8 sous forme de fraction.

(e) Les $\frac{4}{9}$ de 4,5 km, exprimés en mètres.

(f) Maëlle prépare les $\frac{3}{5}$ d'une recette qui demande $\frac{5}{6}$ de litre de lait. Quelle quantité de lait utilise-t-elle, en centilitres ?

(g) Dans un collège, les $\frac{3}{10}$ des élèves sont en 4e, et les $\frac{2}{9}$ de ces élèves de 4e font du latin. Quelle fraction des élèves du collège est en 4e et fait du latin ?

Ex. 44 ★☆☆ **Calculer la part restante** — Donne chaque résultat sous forme irréductible.

(a) Inès dépense $\frac{1}{3}$ de son argent de poche en livres et $\frac{1}{4}$ au cinéma. Quelle fraction de son argent lui reste-t-il ?

(b) Une affiche est peinte aux $\frac{2}{5}$ en rouge, aux $\frac{3}{10}$ en bleu et le reste en blanc. Quelle fraction de l'affiche est blanche ?

(c) Sacha passe $\frac{5}{8}$ de son temps d'écran en jeux, 0,25 de ce temps en vidéos et le reste en messages. Quelle fraction va aux messages ?

Ex. 44 **(suite)**

(d) Trois amis mangent $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ d'une pizza. Lou écrit : $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{3}{13}$, donc il reste $\frac{10}{13}$. Corrige son calcul.

(e) Un club annonce : $\frac{1}{2}$ de juniors, $\frac{1}{3}$ de seniors et $\frac{1}{5}$ de vétérans. Est-ce possible ? Justifie.

(f) Une somme est partagée en trois parts. La première vaut $\frac{7}{15}$ de la somme et la troisième $\frac{2}{9}$. Quelle fraction de la somme vaut la deuxième part ?

Ex. 45 ★★☆ **Retrouver le total à partir d'une part** — Rédige chaque calcul et termine par une phrase de conclusion.

(a) Lucas a lu 72 pages, soit les $\frac{3}{8}$ de son roman. Tom calcule $72\times\frac{3}{8}=27$ pages. Corrige son erreur et donne le nombre de pages du roman.

(b) Un aquarium contient 18 L d'eau ; il est alors rempli aux $\frac{2}{7}$. Combien de litres faut-il ajouter pour le remplir ?

(c) Après avoir dépensé les $\frac{5}{12}$ de ses économies, Lina a encore 49 €. Combien avait-elle d'économies ?

(d) Zoé a roulé 40 minutes, soit les $\frac{4}{7}$ de son trajet. Donne la durée totale du trajet en heures et minutes.

Ex. 46 ★★☆ **Du reste ou du total ?** — Hugo plante des pommiers sur les $\frac{2}{5}$ de son verger, puis des poiriers sur les $\frac{3}{4}$ du reste. Le reste du verger est en pelouse. Le verger mesure 800 m². Donne les fractions sous forme irréductible.

(a) Quelle fraction du verger reste-t-il après la plantation des pommiers ?

(b) Romain affirme que les poiriers occupent $\frac{3}{4}$ du verger. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Les pommiers occupent-ils une plus grande partie du verger que les poiriers ? Justifie.

(d) Calcule l'aire de la pelouse, en m², puis vérifie que la somme des trois parts vaut 1.

Ex. 47 ★★★ **Le réservoir de Nadia** — Le réservoir de la voiture de Nadia contient 48 L quand il est plein. Au départ de Rennes, il est rempli aux $\frac{5}{6}$. Pendant le trajet, Nadia consomme les $\frac{3}{8}$ du carburant présent au départ. Donne les fractions sous forme irréductible et termine chaque réponse par une phrase.

(a) Quelle fraction du réservoir plein Nadia a-t-elle consommée pendant le trajet ?

(b) Nadia affirme : « J'ai consommé les $\frac{3}{8}$ de 48 L, soit 18 L. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Quelle fraction du réservoir plein reste-t-il à l'arrivée ?

(d) Combien de litres reste-t-il dans le réservoir à l'arrivée ? Combien de litres faut-il ajouter pour refaire le plein ?

Ex. 48 ★★★ **Deux terrains près d'Angers** — Élodie cultive un terrain de 1 200 m² : $\frac{3}{8}$ en tournesols, $\frac{1}{3}$ en légumes, $\frac{7}{24}$ en prairie. Karim cultive un terrain de 720 m² : $\frac{5}{9}$ en tournesols, $\frac{1}{6}$ en fraises, $\frac{1}{4}$ en vigne, le reste en allée. Donne les fractions irréductibles et les aires en m².

(a) Vérifie que les trois parts d'Élodie couvrent bien tout son terrain.

(b) Quelle fraction du terrain de Karim l'allée occupe-t-elle ? Calcule son aire.

(c) Karim affirme : « $\frac{5}{9}>\frac{3}{8}$, donc j'ai plus de tournesols qu'Élodie. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Quelle fraction de son terrain Karim devrait-il planter en tournesols pour en avoir la même aire qu'Élodie ?

Ex. 49 ★★★ **La randonnée de Yanis** — Yanis fait une randonnée de trois jours dans les Pyrénées. Le premier jour, il parcourt les $\frac{2}{7}$ du trajet. Le deuxième jour, il parcourt les $\frac{3}{5}$ du reste. Le troisième jour, il termine avec les 12 km restants. Rédige chaque calcul et termine par une phrase.

(a) Quelle fraction du trajet total Yanis parcourt-il le deuxième jour ?

(b) Pour les deux premiers jours, Clara écrit : $\frac{2}{7}+\frac{3}{5}=\frac{5}{12}$ du trajet. Repère ses deux erreurs, puis corrige.

(c) Quelle fraction du trajet total reste-t-il pour le troisième jour ?

(d) Calcule la longueur totale du trajet, en km.

(e) Calcule la distance parcourue chaque jour, puis vérifie que leur somme redonne le trajet total.