Fraction irréductible, problèmes – exercices

Mathématiques – Troisième

Arithmétique · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- On ne supprime un facteur que s'il est **en haut et en bas** : $\dfrac{2^2\times 5}{2\times 3}=\dfrac{2\times 5}{3}$.
- Un facteur commun se supprime autant de fois qu'il est des deux côtés, pas plus : $\dfrac{3^4}{3^2\times 2}=\dfrac{3^2}{2}$.
- On ne simplifie jamais une somme : $\dfrac{2+9}{2+13}$ n'est pas égal à $\dfrac{9}{13}$.
- Une fraction est irréductible quand il ne reste **aucun** facteur premier commun : $\dfrac{15}{21}$ se simplifie encore par 3.
- Partager en lots identiques : diviseur commun. Se retrouver en même temps : multiple commun.
- Le plus grand diviseur commun prend les facteurs communs avec le **plus petit** exposant.

Exercice 1 – Diviseurs communs ★

Écris la liste des diviseurs communs aux deux nombres, puis donne le plus grand.

a) 12 et 18

b) 20 et 30

c) 14 et 21

d) 16 et 40

e) 9 et 25

f) 24 et 36

g) 35 et 49

h) 45 et 60

Exercice 2 – Simplifier par un diviseur commun ★

Rends la fraction irréductible : cherche le plus grand diviseur commun au numérateur et au dénominateur.

a) $\dfrac{36}{48}$

b) $\dfrac{45}{75}$

c) $\dfrac{28}{42}$

d) $\dfrac{64}{80}$

e) $-\dfrac{42}{56}$

f) $\dfrac{121}{143}$

g) $\dfrac{35}{48}$

h) $\dfrac{150}{175}$

Exercice 3 – Avec les décompositions ★

Décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers, puis rends la fraction irréductible.

a) $\dfrac{72}{120}$
b) $\dfrac{84}{220}$
c) $\dfrac{180}{264}$
d) $\dfrac{225}{350}$
e) $\dfrac{48}{162}$
f) $\dfrac{490}{1\,050}$
g) $\dfrac{156}{234}$
h) $\dfrac{1\,001}{1\,430}$

Exercice 4 – Le plus grand diviseur commun ★★

Décompose chaque nombre, puis trouve leur plus grand diviseur commun.

a) 90 et 150

b) 126 et 210

c) 168 et 252

d) 240 et 360

e) 36, 60 et 84

Exercice 5 – Fractions plus grandes ★★

Rends la fraction irréductible. *Un facteur qui n'est pas premier doit d'abord être décomposé.*

a) $\dfrac{2\,310}{3\,465}$
b) $\dfrac{3\,528}{5\,040}$
c) $\dfrac{4\,875}{6\,500}$
d) $\dfrac{2\,700}{4\,410}$
e) $\dfrac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^2 \times 3^3 \times 7}$
f) $\dfrac{6^2 \times 35}{14 \times 15^2}$

Exercice 6 – Égales ou pas ? ★★

Rends chaque fraction irréductible, puis dis si les deux fractions sont égales.

a) $\dfrac{42}{54}$ et $\dfrac{63}{81}$

b) $\dfrac{45}{63}$ et $\dfrac{35}{42}$

c) $\dfrac{52}{78}$ et $\dfrac{70}{105}$

d) $\dfrac{66}{88}$ et $\dfrac{84}{108}$

Exercice 7 – Les bouquets ★★★

Un fleuriste a 252 roses et 196 tulipes. Il veut faire des bouquets **identiques** (même nombre de roses et même nombre de tulipes dans chaque bouquet), en utilisant toutes ses fleurs.

1. Peut-il faire 14 bouquets ? Justifie.
2. Décompose 252 et 196 en produits de facteurs premiers.
3. Quel est le plus grand nombre de bouquets qu'il peut faire ?
4. Combien de roses et de tulipes y a-t-il alors dans chaque bouquet ?

Exercice 8 – Le carreleur ★★★

Le sol d'une pièce est un rectangle de 4,20 m sur 3,36 m. On veut le couvrir avec des carreaux carrés identiques, sans en couper aucun. Le côté d'un carreau est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible.

1. Explique pourquoi le côté d'un carreau, en cm, doit diviser 420 et 336.
2. Calcule le côté d'un carreau.
3. Combien de carreaux faut-il ?

Exercice 9 – Les deux lampes ★★★

Deux lampes s'allument ensemble à 20 h 00. Ensuite, la première s'allume toutes les 45 secondes et la seconde toutes les 60 secondes.

1. À quelle heure s'allumeront-elles de nouveau ensemble pour la première fois ?
2. Combien de fois s'allument-elles ensemble entre 20 h 00 et 20 h 30, ces deux instants compris ?

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis écris la bonne réponse.

a) $\dfrac{3+5}{3+7} = \dfrac{5}{7}$

b) $\dfrac{2^3 \times 5}{2^2 \times 3} = \dfrac{5}{3}$

c) « $\dfrac{30}{42} = \dfrac{10}{14}$, et c'est irréductible. »

d) $\dfrac{2^2 \times 7}{3 \times 7^2} = \dfrac{4}{3}$

e) « Avec 24 stylos et 40 cahiers, on fait au plus $24 \times 40 = 960$ lots identiques. »

f) « Deux bus partent ensemble ; ils repassent toutes les 12 min et toutes les 20 min. Ils se retrouvent dans 4 min. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. $\dfrac{4+8}{4+12}$ est égal à :
   A $\dfrac{2}{3}$ **B** $\dfrac{1}{3}$ **C** $\dfrac{3}{4}$ **D** $\dfrac{4}{3}$

2. La forme irréductible de $\dfrac{105}{135}$ est :
   A $\dfrac{7}{9}$ **B** $\dfrac{21}{27}$ **C** $\dfrac{35}{45}$ **D** $\dfrac{7}{27}$

3. Le plus grand diviseur commun de $2^3 \times 3^2 \times 5$ et $2^2 \times 3^3 \times 7$ est :
   A $2^3 \times 3^3$ **B** $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ **C** 2×3 **D** $2^2 \times 3^2$

4. Avec 48 billes rouges et 72 billes bleues, on fait le plus grand nombre possible de sachets identiques. Combien de sachets ?
   A 12 **B** 24 **C** 120 **D** 144

5. Deux sonneries retentissent ensemble à 9 h 00, puis toutes les 6 min pour l'une et toutes les 8 min pour l'autre. Elles retentissent de nouveau ensemble à :
   A 9 h 48 **B** 9 h 02 **C** 9 h 14 **D** 9 h 24

6. Laquelle de ces fractions est irréductible ?
   A $\dfrac{91}{120}$ **B** $\dfrac{51}{85}$ **C** $\dfrac{57}{76}$ **D** $\dfrac{39}{91}$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).