Forme canonique d'un trinôme – exercices

Mathématiques – Première spécialité

Second degré · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- Dans $a(x-\alpha)^2+\beta$, on lit $x-\alpha$: dans $5(x+4)^2-1$, $\alpha=-4$ et non 4.
- En complétant le carré, on retranche le carré de la moitié de b : $x^2+10x=(x+5)^2-25$.
- Si $a\neq 1$, on met a en facteur dans les termes en x^2 et en x seulement, puis on redistribue a sur le nombre retranché.
- $\beta=f(\alpha)$ se calcule avec des parenthèses : $-(-2)^2=-4$, pas 4.
- $a>0$: minimum (parabole tournée vers le haut) ; $a<0$: maximum. L'extremum vaut β, atteint en α.
- Le coefficient a est le même dans les trois formes : on ne l'oublie jamais devant la parenthèse.

Exercice 1 – Reconnaître les trois formes ★

Dis sous quelle forme la fonction est écrite (développée, canonique ou factorisée), puis donne le coefficient a et ce que cette forme permet de lire directement : le sommet, les racines ou l'image de 0.

a) $f(x)=3(x-2)^2+5$

b) $g(x)=-(x+4)^2+7$

c) $h(x)=2(x-1)(x+5)$

d) $k(x)=-x^2+6x-2$

e) $u(x)=0{,}5(x+1)^2-3$

f) $v(x)=x(4-x)$

g) $w(x)=-3(x-5)^2$

h) $r(x)=(x-1)^2-9$

Exercice 2 – Compléter le carré ★

Écris sous forme canonique en complétant le carré : $x^2+2kx=(x+k)^2-k^2$.

a) x^2-8x+3

b) x^2+4x+7

c) x^2-2x-8

d) x^2+12x

e) x^2-5x+1

f) x^2+x

g) $x^2-14x+49$

h) t^2+3t-1

Exercice 3 – Le sommet par les formules ★

Calcule $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$, puis $\beta = f(\alpha)$, et écris $f(x)$ sous forme canonique.

a) $f(x) = 2x^2 - 12x + 11$

b) $f(x) = -x^2 + 4x + 1$

c) $f(x) = 3x^2 + 6x - 2$

d) $f(x) = -2x^2 - 8x + 3$

e) $f(x) = x^2 - 3x + 2$

f) $f(x) = 4x^2 - 4x - 3$

g) $f(x) = -3x^2 + 12x$

Exercice 4 – Compléter le carré quand $a \neq 1$ ★★

Écris sous forme canonique : mets a en facteur dans les deux premiers termes, complète le carré, puis redistribue a.

a) $2x^2 + 8x + 5$

b) $-x^2 + 6x - 4$

c) $3x^2 - 9x + 1$

d) $-2x^2 - 6x + 1$

e) $\dfrac{1}{2}x^2 - x + 3$

f) $5x^2 + 20x + 20$

Exercice 5 – Variations et extremum ★★

Donne l'axe de symétrie de la parabole, dresse le tableau de variations de la fonction et donne son extremum.

a) $f(x) = x^2 - 10x + 21$

b) $f(x) = -2x^2 + 6x + 8$

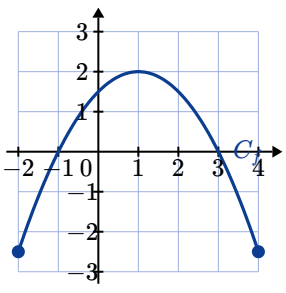
c) $f(x) = -(x + 3)(x - 1)$

d) $f(x) = \dfrac{1}{4}x^2 + x$

e) $f(x) = x^2 - 4x + 1$, sur l'intervalle $[-1\,;\,5]$ seulement

Exercice 6 – Lire une parabole ★★

On a tracé ci-contre la courbe d'une fonction du second degré f, sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.



1. Lis les coordonnées du sommet S de la parabole et donne l'équation de son axe de symétrie.
2. Lis les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
3. Justifie que $f(x) = a(x - 1)^2 + 2$, puis calcule a à l'aide d'un point de la courbe.
4. Développe $f(x)$, puis vérifie sur le graphique la valeur de $f(0)$.
5. Dresse le tableau de variations de f sur $[-2\,;\,4]$.

Exercice 7 – Retrouver l'expression d'une parabole ★★★

Détermine l'expression de la fonction du second degré f, sous forme canonique puis développée.

a) La parabole a pour sommet $S(2\,;\,-3)$ et passe par le point $A(4\,;\,5)$.

b) La parabole a pour sommet $S(-1\,;\,4)$ et passe par l'origine du repère.

c) La parabole coupe l'axe des abscisses en -2 et en 6, et son sommet a pour ordonnée -8.

d) $f(x) = x^2 + bx + c$ et la parabole a pour sommet $S(3\,;\,-1)$. Détermine b et c.

Exercice 8 – Choisir la bonne forme ★★★

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$.

1. Démontre que, pour tout réel x, $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$ et $f(x) = 2(x+1)(x-3)$.
2. Avec la forme la mieux adaptée, calcule $f(1+\sqrt{3})$.
3. Résous $f(x) = 0$.
4. Résous $f(x) = -6$.
5. Résous $f(x) = 10$, puis donne le minimum de f.

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque calcul d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis écris le bon résultat.

a) $x^2 + 8x + 1 = (x+4)^2 + 1$

b) Pour $f(x) = 3x^2 + 12x - 1$: $\alpha = \dfrac{b}{2a} = \dfrac{12}{6} = 2$.

c) $2x^2 + 12x + 1 = 2\,(x+3)^2 - 8$

d) $-x^2 + 2x + 5 = -\,(x-1)^2 + 4$

e) Pour $f(x) = -x^2 - 6x + 2$, calcul de $\beta = f(-3)$: $-\,(-3)^2 - 6 \times (-3) + 2 = 29$

f) « $f(x) = -2(x-1)^2 + 3$ admet un minimum égal à 3, atteint en 1. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. La forme canonique de $x^2 - 6x + 4$ est :
   A $(x-3)^2 + 4$ **B** $(x+3)^2 - 5$ **C** $(x-3)^2 - 5$ **D** $(x-3)^2 + 13$
2. Le sommet de la parabole d'équation $y = 4(x+1)^2 - 7$ est :
   A $(-1\,;\,-7)$ **B** $(1\,;\,-7)$ **C** $(-1\,;\,7)$ **D** $(4\,;\,-7)$
3. La fonction $f(x) = -4x^2 + 8x - 5$:
   A admet un minimum en 1 **B** admet un maximum en -1 **C** admet un minimum en -1
   D admet un maximum en 1
4. Pour quelle question la forme $f(x) = 2(x-1)(x+4)$ est-elle la plus utile ?
   A lire le sommet **B** résoudre $f(x) = 0$ **C** dresser le tableau de variations
   D lire le coefficient de x
5. La parabole de sommet $S(2\,;\,1)$ passant par $A(3\,;\,4)$ a pour équation :
   A $y = 4(x-2)^2 + 1$ **B** $y = 3(x+2)^2 + 1$ **C** $y = (x-2)^2 + 1$ **D** $y = 3(x-2)^2 + 1$
6. L'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = 2x^2 + 10x - 1$ est la droite d'équation :
   A $x = -\dfrac{5}{2}$ **B** $x = \dfrac{5}{2}$ **C** $x = -5$ **D** $y = -\dfrac{5}{2}$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).