49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 4e : une grandeur en fonction d'une autre, image, antécédent*

À retenir : Formule : je calcule avec un nombre simple, puis je mets la lettre. Question inverse : je défais à l'envers, en commençant par la dernière opération. Si $4 \longmapsto 11$: 11 est l'image de 4, 4 un antécédent de 11. Proportionnel $\iff$ points alignés avec l'origine.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : image, antécédent et vocabulaire** — Un programme de calcul transforme le nombre choisi x en le résultat $R = 3x - 7$.

a. Calcule le résultat obtenu quand on choisit -2.

b. Calcule le résultat obtenu quand on choisit $\frac{2}{3}$.

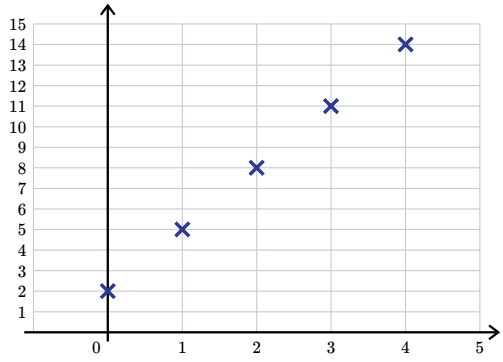
c. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 8 ?

d. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir $-8{,}5$?

e. On a $3 \times 6 - 7 = 11$. Complète : « 11 est … de 6 » et « 6 est … de 11 ».

f. Léa calcule $3 \times 0 - 7 = -7$ et écrit : « 0 est l'image de -7 ». Corrige sa phrase.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : lire un nuage de points** — Un robinet remplit un bac. On relève la hauteur d'eau h (en cm) à chaque minute ; t est le temps écoulé (en min). La courbe qui relie ces deux grandeurs passe par ces points.



a. Quelle grandeur se lit en abscisse ? Quelle grandeur dépend de l'autre ?

b. Quelle est la hauteur d'eau au bout de 3 min ?

c. Au bout de combien de minutes la hauteur d'eau est-elle de 5 cm ?

d. Nina dit : « Le point $(2\,;8)$ signifie qu'au bout de 8 min, l'eau monte à 2 cm. » Corrige sa phrase.

e. Vrai ou faux : « La hauteur d'eau est proportionnelle au temps. » Justifie.

Ex. 3 ★★☆ **Du programme de calcul à la formule** — Programme : « Choisir un nombre ; lui ajouter 3 ; multiplier le résultat par 2 ; soustraire 5. »

a. Applique le programme au nombre 4.

b. Applique le programme au nombre -7.

c. On note x le nombre choisi. Écris le résultat R en fonction de x, puis réduis cette expression.

d. Contrôle ta formule réduite : calcule le résultat pour $x = 0{,}5$ avec le programme, puis avec la formule.

e. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 20 ? Vérifie ta réponse.

Ex. 4 ★★☆ **Location de paddle** — Pour louer un paddle, on paie 5 € de frais de dossier, puis 6 € par heure. On note d la durée (en heures) et P le prix (en €).

a. Calcule le prix d'une location de 3 h.

b. Malo écrit $P = 6(d + 5)$. Calcule avec sa formule le prix pour 3 h, explique son erreur et donne la bonne formule.

c. Combien d'heures peut-on louer le paddle avec 50 € ? Vérifie ta réponse.

d. Lina a 40 €. Peut-elle louer le paddle pendant 6 h ? Justifie par un calcul.

Ex. 5 ★★★ **Deux tarifs pour la salle d'escalade** — Une salle d'escalade propose deux tarifs. Tarif A : 7 € par séance. Tarif B : une carte annuelle à 24 €, puis 4 € par séance. On note n le nombre de séances, P_A et P_B les prix payés (en €) avec chaque tarif.

a. Calcule le prix de 5 séances avec chaque tarif, puis écris P_A et P_B en fonction de n.

b. Au tableur, la cellule A2 contient un nombre de séances. Quelle formule saisir en B2 pour obtenir P_B ? Qu'affiche B2 si A2 contient 12 ?

c. Avec le tarif B, Inès a payé 88 €. Combien de séances a-t-elle faites ? Vérifie ta réponse.

d. On place dans un repère les points $(n\,;P_A)$ et $(n\,;P_B)$. Le point $(9\,;60)$ fait-il partie des points du tarif A ? Et de ceux du tarif B ? Justifie par des calculs.

e. Pour combien de séances les deux tarifs coûtent-ils le même prix ? Quel est alors ce prix ?

Ex. 6 ★★★ **Un programme de calcul surprenant** — Programme : « Choisir un nombre ; lui ajouter 6 ; multiplier le résultat par le nombre choisi ; soustraire le carré du nombre choisi. » On note x le nombre choisi et R le résultat.

a. Applique le programme au nombre 3, puis au nombre -2.

Ex. 6 **(suite)**

(b) Tom affirme : « Par ce programme, 18 est un antécédent de 3. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Écris R en fonction de x, puis développe et réduis cette expression.

(d) Quel nombre faut-il choisir pour obtenir -15 ? Et pour obtenir $\frac{2}{3}$?

(e) Le résultat est-il proportionnel au nombre choisi ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **La cuve qui se vide** — On vide une cuve à débit constant : chaque minute, il s'écoule toujours la même quantité d'eau. Le tableau donne le volume V (en L) restant dans la cuve en fonction du temps t (en min).

t	0	5	10	20
V	450	390	330	210

(a) Nora place dans un repère le point $(390\,;5)$ pour la deuxième colonne. Explique son erreur et donne le bon point.

(b) Combien de litres s'écoulent par minute ? Écris V en fonction de t, puis contrôle avec la dernière colonne.

(c) Yanis propose la formule $V = 450 - 2t^2$. Montre avec une seule colonne du tableau qu'elle est fausse.

(d) Au bout de combien de minutes reste-t-il 102 L dans la cuve ?

(e) Malik pense que la cuve sera vide au bout de 40 min exactement. A-t-il raison ? Justifie.

2. *Notation f(x) : calculer une image*

À retenir : Pour calculer $f(a)$, je remplace x par a entre parenthèses, puis je respecte les priorités : $(-3)^2 = 9$ mais $-3^2 = -9$; $2 \times 3^2 = 18$. Si $f(a) = b$: b est l'image de a, a est un antécédent de b. Un nombre a au plus une image.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : calculer des images** — On considère la fonction $f : x \longmapsto 3x^2 - 4$. Calcule en écrivant le calcul en ligne.

(a) $f(3)$ (b) $f(-2)$ (c) $f(0)$

(d) $f(0{,}5)$ (e) $f\left(-\frac{1}{3}\right)$

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : vocabulaire et pièges** — Réponds à chaque question en une ou deux lignes.

(a) On sait que $m(-5) = 8$. Donne l'image de -5 par m.

(b) On sait que $m(7) = -1$. Donne un antécédent de -1 par m.

(c) On donne $p(x) = x^2 - 2x$. Calcule $p(-3)$.

(d) Vrai ou faux ? « $f(4)$ veut dire $f \times 4$. » Justifie.

(e) On donne $r(x) = \frac{5}{x+3}$. Quel nombre n'a pas d'image par r ? Justifie.

Ex. 9 **(suite)**

(f) À 25, on associe « un nombre dont le carré vaut 25 ». Est-ce une fonction ? Justifie.

Ex. 10 ★★☆ **Un programme de calcul** — Voici un programme de calcul : « Choisir un nombre ; lui soustraire 3 ; élever le résultat au carré ; ajouter 1. » On note h la fonction qui, au nombre choisi x, associe le résultat.

(a) Écris $h(x)$ en fonction de x.

(b) Calcule $h(5)$ puis $h(1)$.

(c) Tom affirme : « h n'est pas une fonction, car on obtient 5 en partant de deux nombres différents. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Calcule l'image de -2 par h.

(e) Calcule $h\left(\frac{3}{2}\right)$ et donne le résultat sous forme décimale.

Ex. 11 ★★☆ **La hauteur d'une balle** — Nour lance une balle vers le haut. Sa hauteur (en m) au bout de t secondes est $h(t) = -5t^2 + 20t$.

(a) Calcule $h(1)$ et dis ce que ce nombre représente.

(b) Calcule $h(0)$. Que signifie ce résultat pour la balle ?

(c) Inès a écrit : $h(2) = (-5 \times 2)^2 + 20 \times 2 = 140$. Trouve son erreur et calcule $h(2)$ correctement.

(d) Calcule $h(4)$. Que se passe-t-il au bout de 4 secondes ?

Ex. 12 ★★★ **Le programme de Lina** — Lina propose ce programme de calcul : « Choisir un nombre ; lui ajouter 5 ; multiplier le résultat par le nombre choisi au départ ; soustraire 6. » On note g la fonction qui, au nombre choisi x, associe le résultat du programme.

(a) Applique le programme au nombre -2. Quel résultat obtiens-tu ?

(b) Calcule $g(0)$, puis $g(-0{,}4)$.

(c) Calcule l'image de $\frac{1}{2}$ par g. Donne le résultat sous forme d'une fraction.

(d) Sami écrit $g(x) = x^2 + 5x - 6$, puis $g(-4) = -4^2 + 5 \times (-4) - 6 = -42$. Vérifie sa formule, puis corrige son calcul.

Ex. 13 ★★★ **Une feuille de tableur** — Ben écrit x en A1, puis les nombres -3 ; -1 ; 0 ; $1{,}5$; 3 dans les cellules B1 à F1. En A2, il écrit $f(x)$. En B2, il tape la formule =2*B1*B1-7 et la recopie vers la droite jusqu'à F2. On note f la fonction ainsi calculée.

(a) Écris $f(x)$ en fonction de x.

(b) Calcule les nombres affichés dans les cellules C2, D2 et E2.

(c) Lucas annonce que la cellule F2 affiche 29. Explique son erreur, puis donne la bonne valeur.

(d) Emma écrit : « $f(-3) = 11$, donc -3 est l'image de 11 ». Vérifie son calcul, corrige sa phrase et donne un autre antécédent de 11 présent dans la feuille.

Ex. 13 (suite)

(e) En B3, Ben tape =10/(B1-3) et la recopie jusqu'à F3. Quelle cellule affiche une erreur ? Pourquoi ? Que vaut C3 ?

Ex. 14 ★★★ **Justifier avec la notation f(x)** — On considère la fonction $f : x \longmapsto 4 - x^2$.

(a) Calcule $f(-1{,}2)$.

(b) Vrai ou faux ? « $f(-5) = 29$ ». Justifie par un calcul.

(c) Calcule $f(0)$ et $f(2)$. Lequel des deux nombres 0 et 2 est un antécédent de 0 par f ? Justifie.

(d) Calcule $f\left(\frac{2}{3}\right)$ et donne le résultat sous forme d'une fraction.

(e) Trouve un nombre entier positif dont l'image par f est -32. Justifie par un calcul.

3. *Chercher un antécédent par le calcul*

À retenir : Antécédent de b : je résous $f(x) = b$ (je ne calcule pas $f(b)$), puis je vérifie. On dit « l'image », mais « un antécédent » : je les donne tous. $x^2 = 9$ donne 3 et -3 ; $x^2 = 0$ donne 0 ; $x^2 = -4$: aucun. Avec $(x-1)(x+4) = 0$: 1 et -4.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : antécédents avec une formule du premier degré** — On considère la fonction $f : x \longmapsto 7 - 3x$.

(a) Calcule l'antécédent de 19 par f.

(b) Calcule $f(0)$, puis l'antécédent de 0 par f.

(c) Calcule l'antécédent de 8,5 par f.

(d) Trouve le nombre a tel que $f(a) = a$.

(e) Lina affirme : « L'antécédent de 4 est -5, car $f(4) = -5$. » Corrige son erreur.

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : antécédents avec un carré** — On considère la fonction h définie par $h(x) = x^2 - 12$. Donne tous les antécédents demandés, ou explique pourquoi il n'y en a aucun.

(a) Calcule l'image de -4 par h.

(b) Trouve les antécédents de 52 par h.

(c) Trouve les antécédents de -12 par h.

(d) Trouve les antécédents de -15 par h.

(e) Trouve les antécédents de -5 par h : donne les valeurs exactes, puis des valeurs approchées au centième.

(f) Tom écrit : « L'antécédent de 37 est 7, car $7^2 - 12 = 37$. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 17 ★★☆ **Un produit et ses antécédents de 0** — On considère la fonction p définie par $p(x) = (x+3)(2x-5)$.

(a) Calcule $p(0)$ et $p(-4)$.

(b) Kenza annonce : « Les antécédents de 0 sont 3 et -5. » Corrige-la en résolvant $p(x) = 0$.

(c) Vérifie tes deux résultats de la question précédente en calculant leurs images.

(d) Le point $A(1\,;-12)$ est-il sur la courbe représentative de p ? Justifie par un calcul.

Ex. 18 ★★☆ **Location de vélos : deux tarifs** — Un loueur de vélos propose deux tarifs. Pour une durée de x heures, le prix en € est $A(x) = 4x + 10$ avec le tarif A, et $B(x) = 6{,}5x$ avec le tarif B.

(a) Calcule $A(3)$ et $B(3)$, puis interprète ces résultats.

(b) Inès a payé 37 € avec le tarif A. Pour trouver sa durée, Mehdi calcule $A(37) = 158$ et répond « 158 heures ». Explique son erreur et donne la bonne durée.

(c) Pour quelle durée les deux tarifs donnent-ils le même prix ? Vérifie ta réponse.

(d) Noé dispose de 39 €. Quel tarif lui permet de louer un vélo le plus longtemps ? Justifie.

Ex. 19 ★★★ **Un programme de calcul avec un carré** — Voici un programme de calcul. « Choisis un nombre. Soustrais 3. Élève le résultat au carré. Soustrais 16. » On note $f(x)$ le résultat obtenu quand on choisit le nombre x.

(a) Montre que si l'on choisit -2, le résultat est 9.

(b) Exprime $f(x)$ en fonction de x, puis montre en développant que $f(x) = (x-7)(x+1)$.

(c) Déduis-en tous les nombres à choisir pour obtenir 0.

(d) Quels nombres faut-il choisir pour obtenir -16 ? Justifie.

(e) Yanis affirme : « Avec un nombre bien choisi, ce programme peut donner -20. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 20 ★★★ **Une plaque carrée découpée** — Dans une plaque carrée de côté x cm, on découpe un carré de côté 3 cm dans un coin. On note $g(x)$ l'aire, en cm², de la partie restante.

(a) Explique pourquoi $g(x) = x^2 - 9$.

(b) Jade cherche le côté qui donne une aire restante de 72 cm². Elle écrit : « 72 a un seul antécédent par g : 9. » A-t-elle raison ? Justifie, puis donne le côté de la plaque.

(c) Le point $B(-4\,;7)$ est-il sur la courbe représentative de g ? Justifie par un calcul, puis dis s'il correspond à une plaque.

(d) Quel côté donne une aire restante de 11 cm² ? Donne la valeur exacte, puis une valeur approchée au centième.

Ex. 20 **(suite)**

(e) Sans tenir compte de la situation, Léa affirme : « Par g, les nombres -9 et -10 ont chacun deux antécédents. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 21 ★★★ **Deux colonnes de tableur** — Dans un tableur, la colonne A contient des nombres x. Maëlys tape en B2 la formule =3*A2-5 et en C2 la formule =7-2*A2, puis elle les recopie vers le bas. On note f la fonction calculée en colonne B, et g celle de la colonne C.

(a) Écris $f(x)$ et $g(x)$, puis donne le nombre affiché en C2 si A2 contient $-2{,}5$.

(b) Hugo veut lire 3 en colonne B. Il tape 2,67 en colonne A, lit 3,01 et conclut que l'antécédent de 3 par f est 2,67. A-t-il raison ? Donne la valeur exacte et vérifie-la.

(c) Trouve le nombre a tel que $f(a) = a$, puis vérifie.

(d) Pour quel nombre x les colonnes B et C affichent-elles le même résultat ? Justifie par un calcul et vérifie.

(e) Vrai ou faux ? « Le nombre 10 a deux antécédents par g. » Justifie.

4. *Tableau de valeurs, tableur et points de la courbe*

À retenir : Dans un tableau, on lit une image de haut en bas et les antécédents de bas en haut, sur toute la ligne. Une seule colonne fausse suffit à réfuter une formule. $M(a\,;b)$ est sur la courbe si $f(a) = b$: avec $f(x) = x^2$, le point $(-3\,;9)$ y est.

Ex. 22 ★☆☆ **Lire un tableau dans les deux sens** — Voici un tableau de valeurs d'une fonction g :

x	-3	-1	0	2
g(x)	1	-5	-5	1

(a) Lis $g(0)$.

(b) Donne tous les antécédents de 1 lus dans le tableau.

(c) Donne les coordonnées des quatre points de la courbe de g donnés par ce tableau.

(d) Lina affirme : « 3 n'a aucun antécédent par g, car 3 n'est pas sur la deuxième ligne. » A-t-elle raison ? Justifie.

(e) Noé lit la colonne de 2 et écrit « $g(1) = 2$ ». Corrige son erreur.

Ex. 23 ★☆☆ **Points de la courbe : on calcule** — On considère la fonction $f : x \longmapsto 3 - 2x^2$.

(a) Le point $A(2\,;-5)$ est-il sur la courbe de f ? Justifie par un calcul.

(b) Le point $B(-3\,;15)$ est-il sur la courbe de f ? Justifie par un calcul.

(c) Donne l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse $\frac{1}{2}$.

Ex. 23 **(suite)**

(d) Sam affirme : « Le point $E(3\,;0)$ est sur la courbe, car $f(0) = 3$. » A-t-il raison ? Justifie.

(e) Trouve par le calcul les deux points de la courbe qui ont pour ordonnée 1.

Ex. 24 ★★☆ **Au tableur** — On étudie $h(x) = 2x^2 - 3x$ au tableur. La cellule A1 contient « x » et les cellules B1 à E1 contiennent -2, -1, 0 et 3. La cellule A2 contient « h(x) ». On écrit une formule en B2, puis on la recopie vers la droite.

(a) Inès écrit en B2 : =2*A1*A1-3*A1. Explique son erreur, puis écris la bonne formule.

(b) Quelle formule contient la cellule E2 après la recopie ?

(c) Calcule, avec la bonne formule, les nombres affichés de B2 à E2.

(d) Trouve par le calcul tous les antécédents de 0 par h.

Ex. 25 ★★☆ **L'enclos de Basile** — Basile construit un enclos rectangulaire contre un mur, avec 20 m de grillage pour les trois autres côtés. Les deux côtés perpendiculaires au mur mesurent x m. On note $A(x)$ l'aire de l'enclos, en m².

x	2	4	5	8
A(x)	32	48	…	…

(a) Explique pourquoi $A(x) = x(20 - 2x)$.

(b) Calcule $A(5)$ et $A(8)$ pour compléter le tableau.

(c) Mila dit : « $A(x) = 8x + 16$ convient pour $x = 2$ et $x = 4$, donc c'est la bonne formule. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Lis dans le tableau complété toutes les largeurs qui donnent une aire de 32 m².

(e) Calcule $A(6)$. Que peux-tu en déduire sur les antécédents de 48 ?

Ex. 26 ★★★ **Le programme de calcul de Maëlle** — Maëlle utilise ce programme de calcul : « Choisis un nombre. Calcule son carré. Ajoute le triple du nombre choisi. » On note $p(x)$ le résultat obtenu quand on choisit x. Au tableur, la cellule A1 contient « x », les cellules B1 à E1 contiennent -4, -3, -1 et 2, et A2 contient « p(x) ».

(a) Quel résultat obtient-on en choisissant -4 ? Détaille le calcul.

(b) Exprime $p(x)$ en fonction de x.

(c) Quelle formule Maëlle doit-elle écrire dans la cellule B2 pour pouvoir la recopier vers la droite ?

(d) Quels nombres le tableur affiche-t-il dans les cellules C2, D2 et E2 ? Détaille les calculs.

(e) Trouve par le calcul les nombres qu'il faut choisir pour que le résultat soit égal au nombre choisi.

Ex. 27 ★★★ **Retrouver la formule de k** — Voici un tableau de valeurs d'une fonction k :

x	-2	-1	1	2
k(x)	7	1	1	7

(a) Donne l'image de -1 par k, puis tous les antécédents de 7 que l'on peut lire dans le tableau.

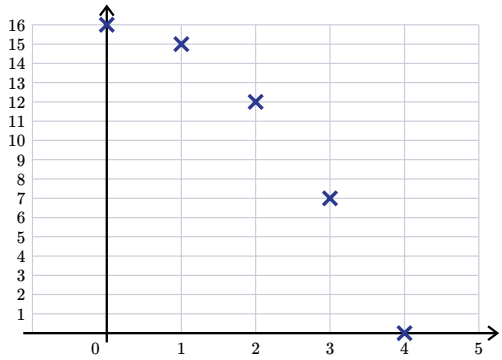
(b) Hugo remarque que la formule $k(x) = 6x - 5$ convient pour $x = 1$ et pour $x = 2$. Est-ce la formule de k ? Justifie.

(c) Zoé propose $k(x) = 2x^2 - 1$ et vérifie les quatre colonnes. Le tableau prouve-t-il que c'est la formule de k ? Justifie.

(d) On admet maintenant que $k(x) = 2x^2 - 1$. Alix affirme : « 17 n'est pas dans le tableau, donc 17 n'a pas d'antécédent. » Vrai ou faux ? Justifie.

(e) Avec $k(x) = 2x^2 - 1$, les points $R\left(\frac{1}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$ et $S\left(-\frac{1}{2} ; 0\right)$ sont-ils sur la courbe de k ? Justifie par un calcul.

Ex. 28 ★★★ **L'arche du jardin** — Une arche de jardin a la forme d'une parabole. À x dm de son axe (x négatif à gauche, positif à droite), sa hauteur est $h(x) = 16 - x^2$ (en dm). La courbe de h passe par ces points, d'abscisses 0 à 4 :



(a) Lis sur le nuage la hauteur de l'arche à 3 dm à droite de l'axe. Écris le résultat avec la notation h.

(b) Théo écrit : $h(-3) = 16 - (-3)^2 = 16 + 9 = 25$. Trouve son erreur, puis donne $h(-3)$.

(c) Justifie par un calcul que la hauteur de l'arche ne dépasse jamais 16 dm. Où cette hauteur maximale est-elle atteinte ?

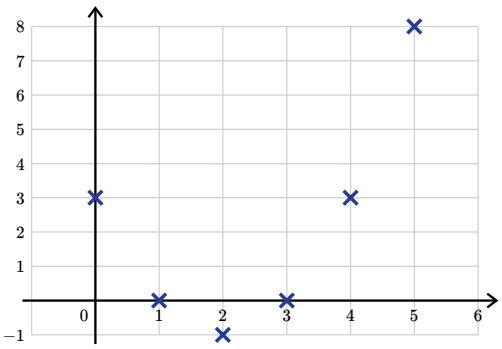
(d) Le point $M(-1{,}5\,;\,13{,}75)$ est-il sur la courbe de h ? Justifie par un calcul.

(e) Lis sur le nuage à quelle distance de l'axe, à droite, la hauteur est nulle. Déduis-en la largeur de l'arche au sol.

5. *Lire images et antécédents sur un graphique*

À retenir : Image de a : je pars de a sur l'axe des abscisses, je monte à la courbe et je lis $f(a)$ en ordonnée. Antécédents de b : les abscisses de TOUS les points d'ordonnée b. Si $M(2\,;5)$ est sur la courbe, alors $f(2) = 5$ et 2 est un antécédent de 5.

Ex. 29 ★★☆ **Lire sur des points de la courbe** — La courbe d'une fonction f passe par les points ci-dessous.



(a) Lis l'image de 5 par f.

(b) Lis $f(2)$.

(c) Parmi les points tracés, lis tous les antécédents de 3.

(d) Inès affirme : « $f(1) = 0$, donc l'antécédent de 1 est 0 ». Corrige sa phrase.

Ex. 30 ★★☆ **Une courbe décrite par une phrase** — La courbe de f passe par $A(-5\,;7)$, $B(-3\,;0)$, $C(-1\,;-3)$, $D(0\,;-3)$, $E(2\,;0)$ et $F(4\,;7)$. Elle coupe l'axe des abscisses seulement en B et E, et la droite d'équation $y = 7$ seulement en A et F. Son point le plus bas a pour coordonnées environ $(-0{,}5\,;-3{,}1)$.

(a) Donne $f(-1)$.

(b) Donne $f(0)$.

(c) Résous graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

(d) Donne tous les antécédents de 7 par f.

(e) Combien d'antécédents le nombre -4 a-t-il ? Justifie.

(f) Donne une valeur approchée du minimum de f, et la valeur de x pour laquelle il est atteint.

Ex. 31 ★★☆ **Lecture approchée, calcul exact** — La courbe de $g : x \longmapsto x^2 - 3$ coupe la droite d'équation $y = 2$ en deux points. Ilan lit sur la courbe le point $(2\,;1)$ et affirme : « l'antécédent de 2 par g est 1 ».

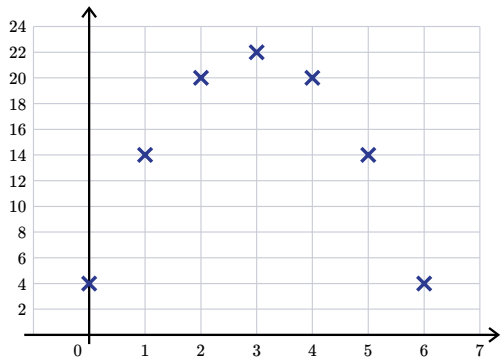
(a) Calcule $g(2)$ et $g(1)$.

(b) Ilan a-t-il raison ? Justifie.

(c) Maëlle lit sur la courbe que les antécédents de 2 sont $-2{,}2$ et $2{,}2$. Calcule $g(2{,}2)$: sa lecture est-elle exacte ?

(d) Trouve par le calcul les valeurs exactes des antécédents de 2, puis donne-en des valeurs approchées au centième.

Ex. 32 ★★☆ **Température d'une journée** — Les points ci-dessous sont sur la courbe de la température extérieure $T(x)$, en °C, x heures après 9 h. Observe bien la graduation de l'axe des ordonnées.



(a) Quelle température fait-il à 10 h ?

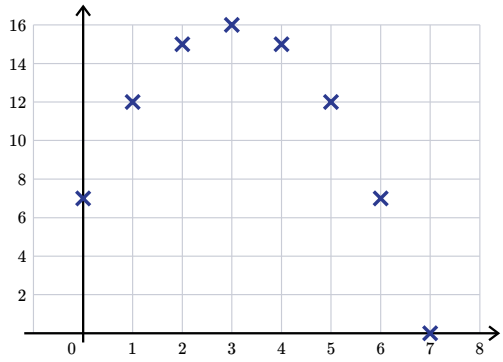
(b) Résous graphiquement $T(x) = 20$, puis donne les heures correspondantes.

(c) Quelle est la température maximale relevée ? À quelle heure ?

(d) La courbe de la température $S(x)$ d'une serre coupe celle de T aux points d'abscisses 1 et 5. Résous $T(x) = S(x)$ et interprète.

(e) Noé compte les carreaux et lit $T(6) = 2$. Explique son erreur, puis donne la température à 15 h.

Ex. 33 ★★★ **La fusée à eau** — Lou lance une fusée à eau depuis un balcon. Sa hauteur, en mètres, au bout de x secondes, est $h(x)$. Les points ci-dessous sont sur la courbe de h, pour x compris entre 0 et 7. Sur l'axe des ordonnées, un carreau vaut 2 m.



(a) Lis $h(0)$, puis résous graphiquement $h(x) = 0$. Que représente chacun de ces deux résultats pour la fusée ?

(b) À quels instants la fusée est-elle à 12 m de haut ? Écris l'équation que tu résous graphiquement.

(c) Combien d'antécédents ont 16 et 17 par h ? Justifie.

(d) Combien d'antécédents le nombre 2 a-t-il par h ? Donne un encadrement de chacun entre deux entiers consécutifs.

(e) On admet que $h(x) = -x^2 + 6x + 7$. Zoé pense que le point $E(0{,}5\,;10)$ est sur la courbe. A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

Ex. 34 ★★★ **Une courbe à décrypter** — La courbe de f va de $A(-3\,;-2)$ à $D(5\,;1)$ en passant par $B(-1\,;4)$, son point le plus haut, et par $C(2\,;-5)$, son point le plus bas. Elle monte de A à B, descend de B à C, puis remonte jusqu'à D. Elle coupe l'axe des abscisses seulement en $-2{,}5$, $0{,}5$ et 4, et la droite d'équation $y = 1$ seulement en -2, 0 et 5.

(a) Donne $f(0)$, puis toutes les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

(b) Léo affirme : « 1 a un seul antécédent, 5, car $D(5\,;1)$ est sur la courbe. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Donne le maximum et le minimum de f. Combien d'antécédents a le nombre 6 ? Justifie.

(d) Combien de solutions a l'équation $f(x) = -3$? Et l'équation $f(x) = -2$? Justifie avec les points de la courbe.

Ex. 35 ★★★ **Deux cuves** — La cuve A contient 120 L et perd 8 L par minute. La cuve B contient 20 L et reçoit 12 L par minute. Au bout de x minutes, elles contiennent $A(x) = 120 - 8x$ et $B(x) = 20 + 12x$ litres. Sur le graphique, les courbes de A et de B se coupent en un point.

(a) Résous par le calcul l'équation $A(x) = B(x)$, puis donne les coordonnées du point d'intersection des deux courbes. Interprète.

(b) Sur la courbe de B, Maé lit que l'antécédent de 60 est « environ 3,3 ». Calcule sa valeur exacte, sous forme de fraction.

(c) Au bout de combien de temps la cuve A est-elle vide ? Écris l'équation utilisée avec A.

(d) Calcule $A(16)$. Ce résultat a-t-il un sens pour la cuve A ? Explique.

6. *Lire un maximum ou un minimum, comparer deux fonctions*

À retenir : Maximum (minimum) = ordonnée du point le plus haut (le plus bas), parfois à une extrémité : point le plus haut $(2\,;7)$, maximum 7. Solutions de $f(x) = g(x)$: abscisses des points d'intersection des deux courbes ; courbe de f au-dessus : $f(x) > g(x)$.

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : lire un maximum et un minimum** — La courbe d'une fonction f est tracée pour x compris entre -4 et 4. Elle part de $A(-4\,;-3)$, monte jusqu'à $B(-1\,;5)$, descend jusqu'à $C(1{,}5\,;1)$, remonte jusqu'à $D(3\,;5)$, puis redescend jusqu'à $E(4\,;2)$.

(a) Lina regarde le point D et écrit : « Le maximum de f est 3. » Corrige son erreur.

(b) Pour quelles valeurs de x le maximum de f est-il atteint ?

(c) Quel est le minimum de f ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Ex. 36 **(suite)**

(d) Le nombre 6 a-t-il un antécédent par f ? Justifie.

(e) Combien d'antécédents le nombre 4 a-t-il par f ?

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : le plus grand nombre du tableau n'est pas forcément le maximum** — On donne $f(x) = 6x - x^2$. Paul a relevé ce tableau de valeurs :

x	-1	1	2	5
f(x)	-7	5	8	5

(a) Calcule $f(-2)$.

(b) Calcule $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et donne le résultat sous forme de fraction.

(c) Le point $M(4\,;8)$ est-il sur la courbe de f ? Justifie par un calcul.

(d) Lis dans le tableau deux antécédents de 5 par f.

(e) Paul conclut : « Le maximum de f est 8, le plus grand nombre de mon tableau. » Vrai ou faux ? Justifie par un calcul.

Ex. 38 ★★☆ **Deux tarifs de location de vélo** — Pour louer un vélo pendant x heures, le tarif A coûte $f(x) = 3x + 12$ euros et le tarif B coûte $g(x) = 5x + 4$ euros. On a tracé les courbes de f et de g : elles se coupent en un seul point.

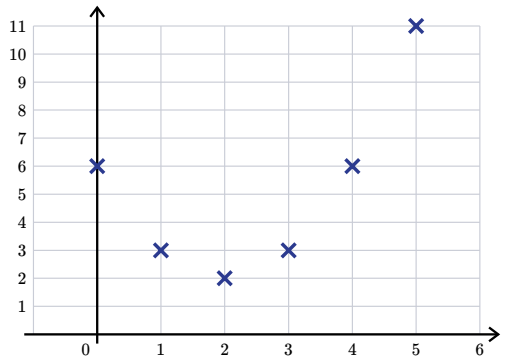
(a) Emma affirme : « La solution de $f(x) = g(x)$ est 12, car la courbe de f coupe l'axe des ordonnées en 12. » Explique son erreur.

(b) Résous l'équation $f(x) = g(x)$ par le calcul.

(c) Quel prix paie-t-on alors avec chacun des deux tarifs ?

(d) Noé loue un vélo pendant 6 heures. Calcule $f(6)$ et $g(6)$. Quelle courbe est au-dessus de l'autre pour $x = 6$? Quel tarif doit-il choisir ?

Ex. 39 ★★☆ **Une courbe et une droite** — La fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4x + 6$ est représentée pour x compris entre 0 et 5. Sa courbe passe par les points ci-dessous, et son point le plus bas est l'un d'eux.



On trace aussi la droite qui représente $g : x \longmapsto x + 2$.

(a) Lis le minimum de f. Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

(b) Lis $f(1)$ et $f(4)$ sur le nuage, puis calcule $g(1)$ et $g(4)$.

Ex. 39 **(suite)**

(c) Déduis-en deux solutions de l'équation $f(x) = g(x)$. Vérifie-les avec la formule de f.

(d) Le point $P(3\,;5)$ est-il sur la courbe de f ? Est-il sur la droite de g ? Justifie par des calculs.

Ex. 40 ★★★ **La balle de Yanis** — Yanis lance une balle vers le haut. Sa hauteur, en mètres, au bout de t secondes est $h(t) = -5t^2 + 15t + 2$. Il a relevé ce tableau :

t	0	1	2	3
h(t)	2	12	12	2

On admet que la balle est au plus haut au bout de 1,5 seconde.

(a) Inès lit le tableau et affirme : « La hauteur maximale de la balle est 12 m. » Calcule $h(1{,}5)$, puis explique son erreur.

(b) Tom écrit : « Le maximum de la fonction h est 1,5. » Corrige sa phrase.

(c) Développe $5t(3 - t)$, puis résous l'équation $h(t) = 2$. La balle est-elle à 2 m du sol à d'autres instants que ceux du tableau ?

(d) Un drone est immobile à 12 m. Lis dans le tableau les abscisses des points où la droite d'équation $y = 12$ coupe la courbe de h. Pour $t = 2{,}5$, laquelle est au-dessus ? Justifie.

Ex. 41 ★★★ **Une courbe, une droite, trois points communs** — La courbe de f, tracée pour x compris entre -4 et 4, part de $A(-4\,;0)$, monte jusqu'à $B(-2\,;3)$, descend jusqu'à $C(0\,;-1)$, monte jusqu'à $D(3\,;4)$ puis descend jusqu'à $E(4\,;-2)$. La droite qui représente $g : x \longmapsto x - 1$ coupe cette courbe en trois points exactement, d'ordonnées -1, 1,5 et 2,5.

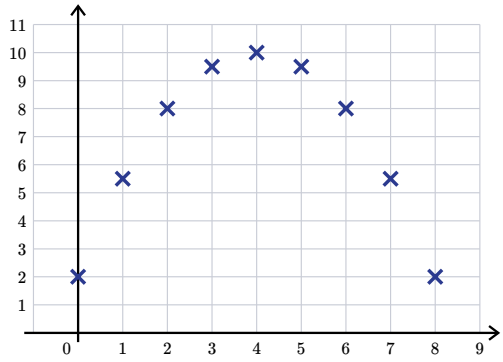
(a) Donne le maximum de f et toutes les valeurs de x pour lesquelles il est atteint.

(b) Sacha affirme : « Le minimum de f est -1, atteint au point C. » Vrai ou faux ? Justifie.

(c) Calcule l'abscisse de chacun des trois points d'intersection. Déduis-en les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

(d) Pour $x = -2$, puis pour $x = 4$, laquelle des deux courbes est au-dessus de l'autre ? Compare $f(x)$ et $g(x)$ dans chaque cas.

Ex. 42 ★★★ **Dans la serre, il fait plus chaud ?** — Dans une serre, la température (en °C) h heures après 8 h est $T(h) = -0{,}5h^2 + 4h + 2$, pour h compris entre 0 et 8. La courbe de T passe par ces points ; on admet que son point le plus haut est l'un d'eux. Dehors, la température est $E(h) = h + 2$.



(a) Lis le maximum de T. À quelle heure de la journée est-il atteint ?

(b) Lis le minimum de T. Pour quelles valeurs de h est-il atteint ?

(c) Les courbes de T et de E se coupent en deux points. Trouve leurs abscisses avec le nuage, en calculant des valeurs de E. À quelles heures fait-il la même température dedans et dehors ?

(d) La colonne A d'un tableur contient les valeurs de h, à partir de la cellule A2. Écris la formule à saisir en B2 pour obtenir $T(h)$, puis à recopier vers le bas.

(e) Pour $h = 7$, laquelle des deux courbes est au-dessus de l'autre ? Où fait-il le plus chaud à 15 h ?

7. *Exercices type brevet*

À retenir : Dans $M(a\,;b)$, l'abscisse vient d'abord : M est sur la courbe si $f(a) = b$. Au tableur, la formule commence par = (ex. =2*B1-7). « Coûtent autant » : je résous $f(x) = g(x)$ et je conclus avec l'unité.

Ex. 43 ★☆☆ **Automatismes : deux tarifs au tableur** — Au cinéma, la formule A coûte 3 € de carte plus 6 € par entrée. La formule B coûte 21 € d'abonnement plus 3 € par entrée. Dans un tableur, le nombre d'entrées est écrit dans les cellules B1 à E1. La ligne 2 donne le prix avec A, la ligne 3 le prix avec B.

(a) Écris la formule à saisir en B2 pour le prix avec la formule A.

(b) Écris la formule à saisir en B3 pour le prix avec la formule B.

(c) La cellule B1 contient 4. Quelle valeur s'affiche en B3 ?

(d) Calcule le prix de 10 entrées avec la formule A. Donne l'unité.

(e) Pour quel nombre d'entrées les deux formules coûtent-elles autant ? Donne ce prix.

Ex. 44 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux sur un tableau** — Voici un tableau de valeurs d'une fonction k. Pour chaque affirmation, réponds vrai ou faux et justifie.

x	-3	0	2	3
k(x)	5	-4	0	4

(a) « L'image de 5 par k est -3. »

(b) « Le tableau montre que l'antécédent de 0 est -4. »

(c) « 1 n'a aucun antécédent par k, car 1 n'est pas sur la deuxième ligne. »

(d) « La formule $k(x) = x^2 - 4$ correspond à ce tableau. »

(e) « Le point $(2\,;0)$ est sur la courbe représentative de k. »

Ex. 45 ★★☆ **Deux programmes de calcul** — Programme A : choisis un nombre ; ajoute 5 ; élève le résultat au carré ; soustrais le carré du nombre de départ. Programme B : choisis un nombre ; multiplie-le par 3 ; ajoute 10.
On note $f(x)$ le résultat du programme A et $g(x)$ celui du programme B.

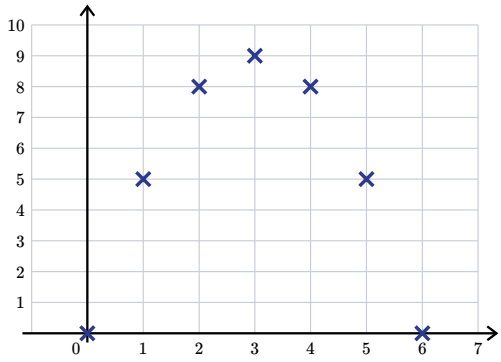
(a) Applique le programme A au nombre -7.

(b) Montre que $f(x) = 10x + 25$.

(c) Quel nombre faut-il choisir pour que le programme A donne 0 ?

(d) Quel nombre faut-il choisir pour que les deux programmes donnent le même résultat ? Donne ce résultat sous forme de fraction.

Ex. 46 ★★☆ **La hauteur d'une balle** — Léna lance une balle. Sa hauteur, en mètres, au bout de t secondes est $h(t) = 6t - t^2$. La courbe de h passe par les points ci-dessous (temps en s, hauteur en m).



(a) Lis la hauteur de la balle au bout de 2 s.

(b) Lis la hauteur maximale de la balle et l'instant où elle est atteinte.

(c) Lis les instants où la balle est à 5 m de hauteur.

(d) Vérifie par le calcul ta lecture de la hauteur maximale.

(e) Le point $(4{,}5\,;6{,}75)$ est-il sur la courbe de h ? Justifie par un calcul.

Ex. 47 ★★★ **L'enclos de Gaspard** — Gaspard a 20 m de grillage pour un enclos rectangulaire contre un mur (le mur forme un côté, sans grillage). Pour une largeur de x m, l'aire de l'enclos, en m², est $A(x) = x(20 - 2x)$. Dans un tableur, il écrit les largeurs 2, 4, 5, 6 et 8 dans les cellules B1 à F1.

(a) Calcule $A(3)$. Donne le résultat avec son unité.

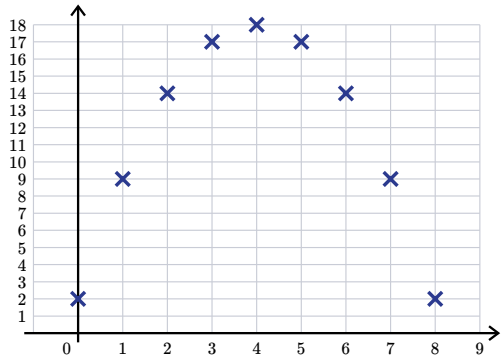
(b) Écris la formule à saisir dans la cellule B2, puis à recopier vers la droite, pour calculer l'aire.

(c) Quelle valeur le tableur affiche-t-il dans la cellule F2 ? Justifie par un calcul.

(d) Vrai ou faux ? « Par A, le nombre 0 a un seul antécédent : 0. » Justifie.

(e) Vrai ou faux ? « Parmi les largeurs du tableur, la plus grande aire est 48 m², obtenue pour 4 m et pour 6 m. » Justifie.

Ex. 48 ★★★ **La température dans une serre** — Dans une serre, Nadia relève la température, en °C, x heures après 8 h. Elle la modélise par la fonction $T(x) = 8x - x^2 + 2$. La courbe de T passe par les points ci-dessous (en abscisse : heures après 8 h ; en ordonnée : température en °C).



(a) Lis sur le graphique la température dans la serre à 11 h.

(b) Lis sur le graphique les antécédents de 14 par T. Donne les heures qui leur correspondent.

(c) Lis sur le graphique la température maximale et l'heure à laquelle elle est atteinte.

(d) Vérifie par le calcul tes lectures de la question 2.

(e) Nadia affirme : « Il fait 2 °C à 8 h et à 16 h, donc les antécédents de 2 par T sont 8 et 16. » Corrige son erreur.

Ex. 49 ★★★ **Le défi de Yanis** — Programme A : choisis un nombre ; ajoute 3 ; élève le résultat au carré. Programme B : choisis un nombre ; élève-le au carré ; ajoute 15. On note x le nombre de départ, $f(x)$ le résultat du programme A et $g(x)$ celui du programme B.

(a) Applique le programme A au nombre -8.

(b) Écris $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.

(c) Trouve tous les antécédents de 49 par f.

(d) Yanis affirme : « Le nombre 10 a un antécédent par g. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 49 **(suite)**

(e) Quel nombre de départ faut-il choisir pour que les deux programmes donnent le même résultat ? Justifie par un calcul.