Fonctions racine carrée et cube – exercices

Mathématiques – Seconde

Racine carrée et cube · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- $\sqrt{x}$ n'existe que pour $x \geqslant 0$: $\sqrt{x} < 5$ donne $[0\,;\,25[$, pas $]-\infty\,;\,25[$.
- $\sqrt{x} = -4$ n'a pas de solution : une racine carrée n'est jamais négative.
- $x^3 = 8$ a **une seule** solution, 2 : pas de « $\pm$ » comme pour x^2.
- $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3 = -\dfrac{1}{8}$: le cube d'un négatif est négatif. La fonction cube conserve l'ordre sur tout $\mathbb{R}$.
- Entre 0 et 1 : $x^3 < x^2 < x < \sqrt{x}$. « La racine rend plus petit » est faux.
- $\sqrt{x+2}$ n'existe que si $x + 2 \geqslant 0$: on pose la condition avant de résoudre.

Exercice 1 – Calculer ★

Calcule sans calculatrice. Pour une racine, vérifie que le résultat est positif et que son carré redonne le nombre.

a) $\sqrt{0{,}81}$

b) $\sqrt{\dfrac{16}{25}}$

c) $\sqrt{1{,}21}$

d) $(-3)^3$

e) $0{,}4^3$

f) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3$

g) $(-0{,}1)^3$

h) Antécédent de 7 par $x \mapsto \sqrt{x}$

i) Antécédent de $-1\,000$ par $x \mapsto x^3$

Exercice 2 – Existe ou n'existe pas ★

Pour quelles valeurs de x l'expression existe-t-elle ? Pour les trois dernières, dis si le nombre existe et, s'il existe, calcule-le.

a) $\sqrt{x-3}$

b) $\sqrt{5-x}$

c) $\sqrt{2x+7}$

d) $\sqrt{-x}$

e) $\sqrt{-4}$

f) $\sqrt{(-4)^2}$

g) $\sqrt{3-\pi}$

Exercice 3 – Comparer sans calculer ★

Compare les deux nombres en citant le sens de variation de la fonction racine carrée ou de la fonction cube.

a) $\sqrt{7{,}9}$ et $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{0{,}5}$ et $\sqrt{0{,}49}$

c) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ et $\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

d) $\sqrt{\pi}$ et $\sqrt{3{,}14}$

e) $(-5{,}1)^3$ et $(-5{,}01)^3$

f) $(1{,}2)^3$ et $(1{,}02)^3$

g) $(-0{,}5)^3$ et $(0{,}1)^3$

h) $(-2)^3$ et $(-3)^3$

Exercice 4 – Équations ★★

Résous dans $[0\,;+\infty[$ les équations avec $\sqrt{x}$, dans $\mathbb{R}$ celles avec x^3.

a) $\sqrt{x} = 5$

b) $\sqrt{x} = 2{,}4$

c) $\sqrt{x} = -3$

d) $\sqrt{x} = 0$

e) $x^3 = -125$

f) $x^3 = 0{,}027$

g) $x^3 = -\dfrac{27}{64}$

h) $2\sqrt{x} = 7$

Exercice 5 – Inéquations ★★

Résous en t'aidant de la courbe de la fonction racine carrée et du sens de variation des fonctions.

a) $\sqrt{x} < 3$

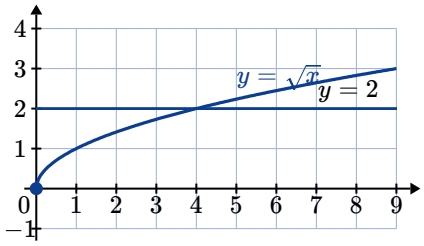
b) $\sqrt{x} \geqslant 2$

c) $\sqrt{x} \leqslant 1{,}5$

d) $\sqrt{x} > -1$

e) $x^3 < 1$

f) $x^3 \geqslant -8$



Exercice 6 – Variations et encadrements ★★

$r(x) = \sqrt{x}$ et $c(x) = x^3$. Dresse les deux tableaux de variations, puis encadre l'expression demandée.

a) r sur $[1\,;16]$

b) c sur $[-2\,;3]$

c) $0{,}01 \leqslant x \leqslant 0{,}25$: encadre $\sqrt{x}$.

d) $-3 \leqslant x \leqslant -1$: encadre x^3.

e) $1 \leqslant x \leqslant 16$: encadre $2\sqrt{x} - 1$.

f) $-1 \leqslant x \leqslant 2$: encadre $x^3 + 1$.

Exercice 7 – Ranger x, x^2, x^3 et $\sqrt{x}$ ★★★

Les questions se font sans calculatrice. Chaque réponse se justifie.

1. $a = 0{,}55$. Range a, a^2, a^3 et $\sqrt{a}$.
2. $b = 3$. Range b, b^2, b^3 et $\sqrt{b}$.
3. Montre que $x^3 - x^2 = x^2(x-1)$. Déduis-en la position des courbes de $x \mapsto x^3$ et $x \mapsto x^2$ sur $[0\,;+\infty[$.
4. Vrai ou faux : « la racine carrée d'un nombre positif est toujours plus petite que ce nombre ».

Exercice 8 – Résoudre en plusieurs étapes ★★★

Résous. Pose d'abord la condition d'existence quand il y a une racine.

a) $\sqrt{x} + 3 = 1$

b) $3\sqrt{x} - 2 \leqslant 4$

c) $2x^3 + 16 = 0$

d) $x^3 - 1 > 26$

e) $\sqrt{x-1} = 3$

f) $\sqrt{2x+1} < 3$

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) $\sqrt{x} = -6 \iff x = 36$.

b) $\sqrt{x} < 7 \iff x < 49$, donc $S =]-\infty\,;\,49[$.

c) $x^3 = 27 \iff x = 3$ ou $x = -3$.

d) $(-6)^3 = 216$.

e) $0{,}5^3 > 0{,}5$, car le cube d'un nombre est plus grand que ce nombre.

f) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}02$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. L'ensemble des solutions de $\sqrt{x} \leqslant 4$ est :

   A $]-\infty\,;\,16]$ **B** $[0\,;\,2]$ **C** $[0\,;\,16]$ **D** $[0\,;\,16[$

2. L'équation $x^3 = -64$ a pour ensemble de solutions :

   A $\{-4\}$ **B** $\{-4\,;\,4\}$ **C** $\varnothing$ **D** $\{4\}$

3. L'équation $\sqrt{x} = -5$:

   A a pour solution 25 **B** a pour solution -25 **C** a pour solution $\sqrt{5}$ **D** n'a aucune solution

4. Pour $x = 0{,}36$:

   A $\sqrt{x} < x < x^2$ **B** $x^2 < x < \sqrt{x}$ **C** $x < x^2 < \sqrt{x}$ **D** $x < \sqrt{x} < x^2$

5. $(-0{,}2)^3$ est égal à :

   A $0{,}008$ **B** $-0{,}06$ **C** $-0{,}6$ **D** $-0{,}008$

6. Si $4 \leqslant x \leqslant 25$, alors :

   A $2 \leqslant \sqrt{x} \leqslant 5$ **B** $16 \leqslant \sqrt{x} \leqslant 625$ **C** $2 \leqslant \sqrt{x} \leqslant 12{,}5$ **D** $-5 \leqslant \sqrt{x} \leqslant 5$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).