Fonctions carré, inverse et valeur absolue – exercices

Mathématiques – Seconde

Carré, inverse et valeur absolue · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- Sur $]-\infty\,;\,0]$, la fonction carré **inverse l'ordre** : $-5<-1$ mais $(-5)^2>(-1)^2$.
- Si l'intervalle contient 0, on coupe en 0 : $-1\leqslant x\leqslant 4$ donne $0\leqslant x^2\leqslant 16$.
- $x^2=k$ avec $k>0$ a **deux** solutions, $-\sqrt{k}$ et $\sqrt{k}$; avec $k<0$, aucune.
- $x^2<25$ ne donne pas $x<5$: $S=\,]-5\,;\,5[$.
- On ne multiplie pas par x dans $\dfrac{1}{x}<k$: son signe est inconnu. On sépare $x<0$ et $x>0$.
- La fonction inverse n'est pas décroissante sur $\mathbb{R}^*$: un négatif a toujours un inverse plus petit qu'un positif.

Exercice 1 – Images et antécédents ★

$f(x)=x^2$, $g(x)=\dfrac{1}{x}$ et $h(x)=|x|$. Calcule les images, puis donne les antécédents demandés.

a) $f(0{,}3)$

b) $f\left(-\dfrac{2}{3}\right)$

c) $g(-4)$

d) $g(0{,}2)$

e) $h(-2{,}5)$

f) Antécédents de 16 par f

g) Antécédents de -9 par f

h) Antécédent de $-\dfrac{1}{3}$ par g

Exercice 2 – Comparer sans calculer ★

Compare les deux nombres sans les calculer. Justifie avec le sens de variation de la fonction carré ou de la fonction inverse.

a) $(2{,}7)^2$ et $(2{,}71)^2$

b) $(-4{,}5)^2$ et $(-4{,}05)^2$

c) $(-1{,}2)^2$ et $(0{,}9)^2$

d) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^2$ et $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$

e) $\dfrac{1}{3{,}1}$ et $\dfrac{1}{3{,}01}$

f) $\dfrac{1}{-0{,}5}$ et $\dfrac{1}{-0{,}05}$

g) $\dfrac{1}{-2}$ et $\dfrac{1}{0{,}1}$

h) $\dfrac{1}{-0{,}25}$ et $\dfrac{1}{-0{,}2}$

Exercice 3 – Équations ★

Résous dans $\mathbb{R}$ (dans $\mathbb{R}^*$ pour $\dfrac{1}{x}$).

a) $x^2 = 49$

b) $x^2 = 7$

c) $x^2 = -4$

d) $x^2 = 0{,}25$

e) $\dfrac{1}{x} = 5$

f) $\dfrac{1}{x} = -\dfrac{2}{3}$

g) $\dfrac{1}{x} = 0$

h) $|x| = 4$

Exercice 4 – Tableaux de variations ★★

$f(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x}$, $h(x) = |x|$. Dresse le tableau de variations sur l'intervalle donné, puis donne le minimum et le maximum.

a) f sur $[-3\,;\,2]$

b) f sur $[-4\,;\,-1]$

c) g sur $[0{,}5\,;\,4]$

d) g sur $[-2\,;\,-0{,}25]$

e) h sur $[-3\,;\,5]$

Exercice 5 – Encadrer ★★

Encadre l'expression demandée en citant le sens de variation utilisé.

a) $2 \leqslant x \leqslant 5$: encadre x^2.

b) $-3 \leqslant x \leqslant -1$: encadre x^2.

c) $-2 \leqslant x \leqslant 3$: encadre x^2.

d) $2 \leqslant x \leqslant 8$: encadre $\dfrac{1}{x}$.

e) $-5 \leqslant x \leqslant -0{,}5$: encadre $\dfrac{1}{x}$.

f) $-4 \leqslant x \leqslant 1$: encadre $|x|$.

Exercice 6 – Inéquations avec x^2 ★★

Résous en t'aidant de la courbe de la fonction carré. Donne les valeurs exactes.

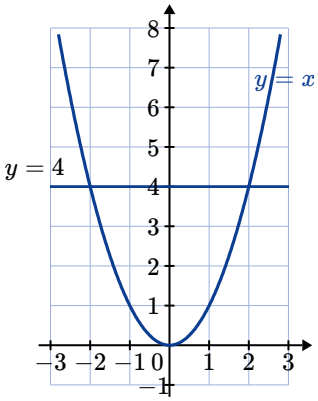
a) $x^2 < 4$

b) $x^2 \geqslant 4$

c) $x^2 \leqslant 7$

d) $x^2 > -3$

e) $x^2 > 2{,}25$



Exercice 7 – Inéquations avec $\dfrac{1}{x}$ et $|x|$ ★★

Résous en t'aidant de la courbe de la fonction inverse (pour $\dfrac{1}{x}$, sépare $x < 0$ et $x > 0$).

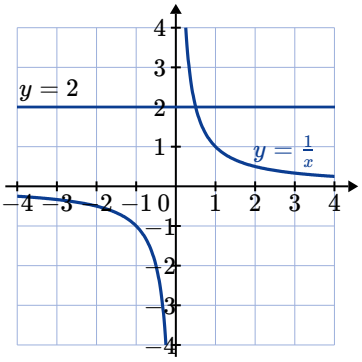
a) $\dfrac{1}{x} > 2$

b) $\dfrac{1}{x} \leqslant -1$

c) $\dfrac{1}{x} < 2$

d) $|x| \leqslant 2{,}5$

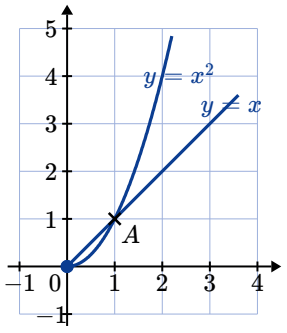
e) $|x| > 3$



Exercice 8 – Les courbes $y = x$ et $y = x^2$ ★★★

On a tracé ci-contre, sur $[0\,;+\infty[$, la droite d'équation $y = x$ et la courbe d'équation $y = x^2$.

1. Lis les coordonnées des points d'intersection.
2. Factorise $x^2 - x$, puis donne son signe pour $x \geqslant 0$.
3. Déduis-en la position des deux courbes sur $[0\,;+\infty[$.
4. Sans calculatrice, range $0{,}7$; $0{,}7^2$; $\dfrac{1}{0{,}7}$, puis $1{,}3$; $1{,}3^2$; $\dfrac{1}{1{,}3}$.



Exercice 9 – Résoudre et encadrer en plusieurs étapes ★★★

Rédige. Pour les inéquations, isole d'abord x^2, $\dfrac{1}{x}$ ou $|x|$.

a) $3x^2 - 12 \geqslant 0$

b) $(x-1)^2 = 9$

c) $2\,|x| - 3 < 5$

d) $\dfrac{2}{x} + 1 \leqslant 9$

e) $-1 \leqslant x \leqslant 2$: encadre x^2, puis $3 - 2x^2$.

f) Écris $m(x) = 3|x| - 6$ sans valeur absolue, pour $x \geqslant 0$ puis pour $x < 0$. Calcule $m(-2)$.

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque raisonnement d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) $-3 < -2$, donc $(-3)^2 < (-2)^2$.

b) $-3 \leqslant x \leqslant 1$, donc $1 \leqslant x^2 \leqslant 9$.

c) $x^2 = 36 \iff x = 6$.

d) $x^2 < 9 \iff x < 3$.

e) $\dfrac{1}{x} < 3 \iff 1 < 3x \iff x > \dfrac{1}{3}$.

f) $-2 < 4$, donc $\dfrac{1}{-2} > \dfrac{1}{4}$, car la fonction inverse est décroissante.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Si $-4 \leqslant x \leqslant -2$, alors :

   A $-16 \leqslant x^2 \leqslant -4$ **B** $0 \leqslant x^2 \leqslant 16$ **C** $4 \leqslant x^2 \leqslant 16$ **D** $x^2 \leqslant 4$

2. L'ensemble des solutions de $x^2 \geqslant 9$ est :

   A $]-\infty\,;\,-3] \cup [3\,;\,+\infty[$ **B** $[3\,;\,+\infty[$ **C** $[-3\,;\,3]$ **D** $]-\infty\,;\,-3[\cup]3\,;\,+\infty[$

3. L'équation $|x| = -2$:

   A a pour solution -2 **B** a deux solutions, -2 et 2 **C** a pour solution 2 **D** n'a aucune solution

4. L'ensemble des solutions de $\dfrac{1}{x} \geqslant 2$ est :

   A $]-\infty\,;\,\dfrac{1}{2}]$ **B** $]0\,;\,\dfrac{1}{2}]$ **C** $[\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty[$ **D** $]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,\dfrac{1}{2}]$

5. Pour $0 < x < 1$:

   A $x < x^2 < \dfrac{1}{x}$ **B** $\dfrac{1}{x} < x < x^2$ **C** $x^2 < \dfrac{1}{x} < x$ **D** $x^2 < x < \dfrac{1}{x}$

6. Sans calculer :

   A $(-2{,}5)^2 < (-2{,}6)^2$ **B** $(-2{,}5)^2 > (-2{,}6)^2$ **C** $(-2{,}5)^2 = (-2{,}6)^2$ **D** on ne peut pas conclure

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).