49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels : proportionnalité, graphique et pourcentages*

À retenir : Proportionnalité : **tous** les quotients $y \div x$ sont égaux ; sur un graphique, points alignés **avec l'origine**, coefficient = ordonnée en $x = 1$. Hausse de 15 % : $\times 1{,}15$; baisse de 20 % : $\times 0{,}8$; deux hausses de 10 % : $\times 1{,}21$.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : coefficients multiplicateurs** — Réponds à chaque question par un calcul court.

a) Donne le coefficient multiplicateur d'une hausse de 8 %.

b) Donne le coefficient multiplicateur d'une baisse de 35 %.

c) Donne le coefficient multiplicateur d'une baisse de 7 %.

d) Donne le coefficient multiplicateur d'une hausse de 2,5 %.

e) Multiplier un prix par 0,72 : à quelle évolution en pourcentage cela correspond-il ?

f) Multiplier un prix par 1,3 : à quelle évolution en pourcentage cela correspond-il ?

g) Hugo veut augmenter un prix de 80 € de 5 % : « $80 \times 0{,}05 = 4$, le nouveau prix est 4 € ». Corrige son erreur.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : tableau de proportionnalité ?** — Pour chaque tableau de valeurs, calcule **tous** les quotients $y \div x$. Dis si y est proportionnel à x ; si oui, donne le coefficient.

a) x : 4 ; 6 ; 10 et y : 10 ; 15 ; 25.

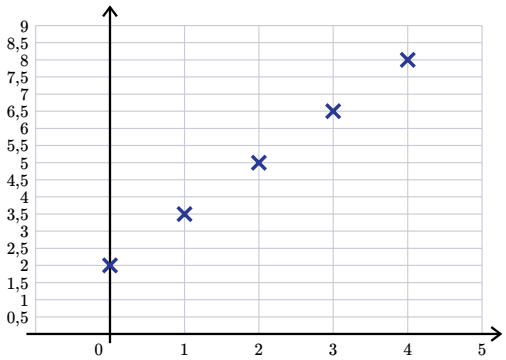
b) x : 3 ; 5 ; 8 et y : 12 ; 20 ; 30.

c) x : 0,5 ; 2 ; 3 et y : 3,5 ; 14 ; 21.

d) x : 10 ; 2 ; 6 et y : -15 ; -3 ; -9.

e) x : 2 ; 4 ; 6 et y : 7 ; 11 ; 15.

Ex. 3 ★★☆ **La plante qui pousse** — Ines mesure chaque semaine une plante. Les points ci-dessous donnent la hauteur (en cm) en fonction du nombre x de semaines.



a) Lis la hauteur de la plante au départ ($x = 0$).

b) Ines affirme : « Les points sont alignés, donc la hauteur est proportionnelle au nombre de semaines. » A-t-elle raison ? Justifie.

c) De combien la hauteur augmente-t-elle chaque semaine ?

d) Son frère Yanis calcule : « Après 2 semaines, elle mesure 5 cm, donc après 6 semaines, $3 \times 5 = 15$ cm. » Corrige son erreur et donne la bonne hauteur.

Ex. 4 ★★☆ **Hausses successives et soldes** — Le forfait mobile de Malik coûte 20 € par mois. Il augmente de 10 %, puis l'année suivante encore de 10 %.

a) Donne le coefficient multiplicateur d'une hausse de 10 %, puis le prix après la première hausse.

b) Calcule le prix du forfait après la deuxième hausse.

c) Malik affirme : « Deux hausses de 10 % font une hausse de 20 %. » Vrai ou faux ? Justifie.

d) En soldes à -20 %, un manteau coûte 68 €. Nora retrouve le prix avant soldes : $68 \times 1{,}2 = 81{,}60$ €. Corrige son erreur.

Ex. 5 ★★★ **Deux bornes de recharge** — Lou compare deux bornes de recharge pour sa voiture électrique. Le tableau donne le prix payé (en €) selon l'énergie rechargée (en kWh).

Énergie (kWh)	**10**	**20**	**35**	**50**
Borne A (€)	4	8	14	20
Borne B (€)	5	8	12{,}5	17

a) Calcule tous les quotients prix ÷ énergie pour la borne A. Le prix A est-il proportionnel à l'énergie ? Si oui, donne le coefficient.

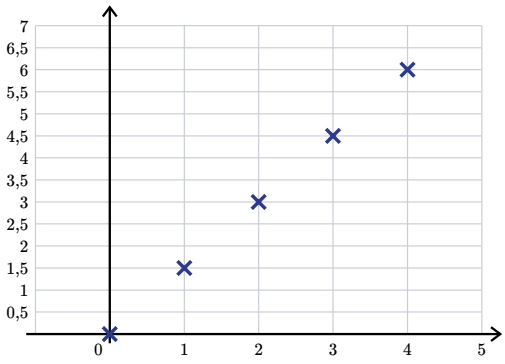
Ex. 5 (suite)

(b) Noé affirme : « Pour la borne B, $8 \div 20 = 0{,}4$, comme pour A.
Donc le prix B est proportionnel à l'énergie. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) De combien augmente le prix B quand on recharge 10 kWh de plus ? Déduis-en le prix B pour 0 kWh. Que représente ce nombre ?

(d) Le prix du kWh de la borne A augmente de 15 %. Calcule le nouveau prix d'un kWh, puis le prix d'une recharge de 40 kWh.

Ex. 6 ★★★ **Deux vélos-taxis** — En ville, Sacha hésite entre deux vélos-taxis. Pour la compagnie A, les points ci-dessous donnent le prix (en €) selon la distance x (en km). Pour la compagnie B, on connaît trois points alignés : $(0\,;\,4)$, $(2\,;\,6)$ et $(4\,;\,8)$.



(a) Les points de la compagnie A sont-ils alignés avec l'origine du repère ? Que peux-tu en déduire pour le prix et la distance ?

(b) Jade affirme : « Le coefficient de proportionnalité de A est 6, l'ordonnée du dernier point. » Explique son erreur et donne le bon coefficient.

(c) Sacha pense que, chez B, 4 km coûtent deux fois plus cher que 2 km. A-t-il raison ? Justifie, puis dis si le prix B est proportionnel à la distance.

(d) Quand la distance augmente de 2 km, de combien augmente le prix B ? Calcule le prix B, puis le prix A, pour 12 km. Quelle compagnie est la moins chère ?

Ex. 7 ★★★ **Soldes au magasin de sport** — Dans un magasin de sport, les prix changent au fil de l'année : hausses, soldes, démarques successives.

(a) Un vélo à 450 € augmente de 10 % en mars, puis baisse de 10 % en septembre. Calcule son prix après chaque évolution.

(b) Kenza affirme : « Une hausse de 10 % puis une baisse de 10 % ramènent au prix de départ. » Vrai ou faux ? Justifie avec le coefficient global.

(c) En soldes, une raquette baisse de 25 %, puis encore de 20 %. Le vendeur annonce « −45 % ». Calcule le coefficient global et corrige l'annonce.

(d) Après ces deux baisses, la raquette coûte 48 €. Calcule son prix de départ et vérifie ton résultat.

2. *Fonction linéaire : image, antécédent, coefficient, pourcentages*

À retenir : $f(x) = ax$: $a = f(x) \div x$ (une seule image suffit) et $f(0) = 0$. Image : je multiplie par a ; antécédent : je divise par a. Baisse de 20 % : $\times 0{,}8$ (pas $\times 0{,}2$) ; prix avant = prix payé $\div 0{,}8$.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : image et antécédent** — On considère la fonction linéaire $f : x \mapsto -2{,}5x$.

(a) Calcule $f(4)$.

(b) Calcule $f(-1{,}2)$.

(c) Sans calcul, donne $f(0)$ et explique pourquoi.

(d) Détermine l'antécédent de 15 par f.

(e) Détermine l'antécédent de -7 par f.

(f) Lina affirme : « l'antécédent de 20 par f est -50 ». A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : trouver le coefficient** — Chaque fonction ci-dessous est linéaire. À partir de l'image donnée, détermine son coefficient a.

(a) $g(6) = 21$.

(b) L'image de -8 par h est 6.

(c) $k(3) = 2$
(donne a sous forme de fraction).

(d) La représentation graphique de m passe par le point $B(2{,}5\,;\,-15)$.

(e) Pour $p(12) = 3$, Théo écrit : $a = 12 \div 3 = 4$. Corrige son erreur.

(f) $q(5) = 9$. Détermine le coefficient de q, puis calcule $q(20)$.

Ex. 10 ★★☆ **Les soldes au magasin de sport** — Pendant les soldes, un magasin de sport baisse tous ses prix de 30 %. On note $p(x)$ le prix soldé, en €, d'un article qui coûtait x €.

(a) Exprime $p(x)$ en fonction de x. Quel est le coefficient multiplicateur ?

(b) Calcule le prix soldé d'un sac qui coûtait 64 €.

(c) Inès a payé une raquette 31,50 € en solde. Son frère dit qu'elle coûtait $31{,}50 \times 1{,}3$ €. A-t-il raison ? Justifie.

(d) Sur l'étiquette d'un maillot soldé, on lit : « Tu économises 19,50 € ». Quel était son prix avant les soldes ? Quel est son prix soldé ?

Ex. 11 ★★☆ **Le filament de l'imprimante 3D** — La masse de filament utilisée par une imprimante 3D, en g, est une fonction linéaire f de la durée d'impression x, en min. On sait que $f(15) = 48$ et $f(25) = 80$.

(a) Sans calculer le coefficient, détermine $f(40)$. Justifie.

(b) Sans calculer le coefficient, détermine $f(75)$. Justifie.

(c) Que vaut $f(0)$? Explique pourquoi.

(d) Détermine le coefficient de f avec une seule des deux images, puis contrôle avec l'autre.

(e) Une bobine contient 200 g de filament. Combien de temps d'impression permet-elle ?

Ex. 12 ★★★ **La copie de Yanis** — Une fonction linéaire f vérifie $f(-4) = 14$. Yanis a fait plusieurs calculs sur cette fonction. Vérifie son travail.

(a) Yanis écrit : « $a = -4 \div 14$ ». A-t-il raison ? Justifie, puis donne la valeur du coefficient a.

(b) Calcule $f(-2{,}6)$. Attention au signe.

(c) Pour trouver l'antécédent de -21, Yanis multiplie -21 par le coefficient a. Explique son erreur, puis trouve le bon antécédent.

(d) Le point $A(-1{,}2\,;\,-4{,}2)$ appartient-il à la représentation graphique de f ? Justifie par un calcul.

Ex. 13 ★★★ **Hausse puis soldes** — En septembre, un magasin vend un vélo électrique 1 200 €. En novembre, il augmente tous ses prix de 15 %. En janvier, pendant les soldes, il baisse tous les prix de novembre de 15 %. On note $h(x)$ le prix, en €, d'un article à x € après une hausse de 15 %, et $s(x)$ son prix après une baisse de 15 %.

(a) Exprime $h(x)$ et $s(x)$ en fonction de x. Quels sont leurs coefficients ?

(b) Calcule le prix du vélo en novembre, puis en janvier.

(c) Jade affirme : « Une hausse de 15 % suivie d'une baisse de 15 % ramène au prix de départ. » Vrai ou faux ? Justifie avec la fonction linéaire qui donne directement le prix de janvier.

(d) En février, le magasin veut revendre le vélo à son prix de septembre. Par quel nombre doit-il multiplier le prix de janvier ? Arrondis au millième, puis donne le pourcentage de hausse.

Ex. 14 ★★★ **La borne de recharge** — Sur une borne de recharge électrique, le prix est proportionnel à l'énergie chargée. On note $c(x)$ le prix, en €, pour x kWh chargés. Nora a chargé 12 kWh et a payé 5,40 €.

x (kWh)	12	4	16	48
c(x) (€)	5{,}40	?	?	?

(a) Léo affirme : « Avec une seule recharge, on ne peut pas trouver le prix d'un kWh. » Vrai ou faux ? Justifie, puis exprime $c(x)$ en fonction de x.

Ex. 14 (suite)

(b) Sans utiliser le coefficient, complète le tableau à partir de $c(12)$. Explique chaque calcul avec les propriétés de linéarité.

(c) Maëlle a payé 31,50 € à cette borne. Combien de kWh a-t-elle chargés ?

(d) La batterie de la voiture d'Hugo contient 60 kWh quand elle est pleine. Il la recharge de 20 % à 80 %. Combien paie-t-il ?

3. *Fonction affine : image, antécédent, reconnaître une fonction affine*

À retenir : $f(x) = ax + b$: a est devant x avec son signe, $b = f(0)$ ($5 - 2x$: $a = -2$, $b = 5$). Je développe et je réduis avant de conclure. Antécédent de y : je résous $ax + b = y$ (je retire b, puis je divise). Si $b \neq 0$, ce n'est pas une proportionnalité.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : lire a et b** — Pour chaque fonction affine, donne son coefficient directeur a et son ordonnée à l'origine b.

(a) $f(x) = 4 - 3x$ (b) $g(x) = -6$

(c) $h(x) = 0{,}5x$ (d) $k(x) = \dfrac{2}{3}x - 1$

(e) $m(x) = -1{,}5 + x$ (f) $p(x) = -x$

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : image ou antécédent ?** — On considère la fonction affine $f : x \mapsto 2{,}5x - 6$.

(a) Calcule l'image de -4 par f.

(b) Calcule $f(0)$. Quel nombre de l'expression de f retrouves-tu ?

(c) Calcule $f\left(\dfrac{2}{5}\right)$.

(d) Détermine l'antécédent de 14 par f.

(e) Détermine l'antécédent de -11 par f.

(f) Noé affirme : « L'antécédent de 0 par f est -6. » A-t-il raison ? Justifie et corrige.

Ex. 17 ★★☆ **Développer avant de conclure** — Pour chaque fonction, développe et réduis l'expression, puis dis si elle est linéaire, affine ou ni l'une ni l'autre. Donne a et b quand c'est possible.

(a) $f(x) = 3(2 - x) + 3x$

(b) $g(x) = x(3 - x) + x^2$

(c) $h(x) = x^2 - (x - 1)$

(d) $k(x) = \dfrac{5}{x} + 2$

(e) $m(x) = \dfrac{x - 8}{4}$

Ex. 18 ★★☆ **Recharge à la borne** — Une borne de recharge électrique facture 0,45 € par kWh, plus 1,50 € de frais de connexion à chaque recharge. On note $C(x)$ le prix, en euros, pour x kWh rechargés.

(a) Exprime $C(x)$ en fonction de x. Donne a et b.

(b) Calcule le prix d'une recharge de 20 kWh, puis de 40 kWh.

(c) Inès affirme : « Le prix est proportionnel à l'énergie rechargée. » Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Rayan a payé 28,50 €. Combien de kWh a-t-il rechargés ?

(e) Lou dispose de 15 €. Cela suffit-il pour recharger 32 kWh ? Justifie par un calcul.

Ex. 19 ★★★ **Vrai ou faux sur les fonctions affines** — On considère la fonction f définie par $f(x) = 6 - 1{,}5x$. Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie par un calcul ou une explication.

(a) « f et $g : x \mapsto 1{,}5(4 - x)$ n'ont pas le même coefficient directeur : 6 pour f et 1,5 pour g. »

(b) « $f(-2) = 9$, donc 9 est l'antécédent de -2 par f. »

(c) « La fonction $h : x \mapsto x(2x - 1) - 2x^2$ n'est pas affine, car x^2 apparaît dans son écriture. »

(d) « La fonction $w : x \mapsto x(x + 4) - 4x - 3$ est affine, car on y voit le terme $-4x$. »

(e) « La fonction $k : x \mapsto -2{,}5$ est affine, mais elle n'est pas linéaire. »

Ex. 20 ★★★ **La copie de Maëlys** — On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{2}{3}x - 4$. Maëlys cherche l'antécédent de 6 par f. Sur sa copie, elle écrit : $x = 6 \div \frac{2}{3} - 4 = 9 - 4 = 5$.

(a) Calcule $f(5)$, puis explique l'erreur de Maëlys.

(b) Détermine le bon antécédent de 6 par f en résolvant une équation. Complète ensuite la phrase : « … est l'image de … par f ».

(c) Calcule l'image de -6 par f.

(d) Pour l'antécédent de -10, Maëlys écrit : $\frac{2}{3}x = -10 - 4$. Corrige son erreur, puis donne l'antécédent de -10 par f.

Ex. 21 ★★★ **Deux bougies** — Une bougie A neuve mesure 24 cm. Une fois allumée, elle perd 1,6 cm par heure. On note $h(x)$ sa hauteur, en cm, après x heures.

(a) Exprime $h(x)$ en fonction de x. Donne a et b, puis explique ce que représente $b = h(0)$.

(b) Calcule la hauteur de la bougie A après 2 h 30 min.

(c) Au bout de combien de temps la bougie A mesure-t-elle 10 cm ? Donne la réponse en heures et minutes.

(d) Une bougie B de 18 cm, allumée en même temps, perd 1 cm par heure. Exprime sa hauteur $g(x)$, puis trouve quand les deux bougies ont la même hauteur.

Ex. 21 (suite)

(e) Quelle bougie s'éteint en premier ? Justifie par un calcul.

4. *Représentation graphique : points d'une droite, lire a et b*

À retenir : La droite de $f(x) = ax + b$ coupe l'axe des ordonnées en $(0\,;\,b)$. Si x augmente de k, $f(x)$ varie de $a \times k$. $M(x\,;\,y)$ est sur la droite si $y = f(x)$. Même a : droites parallèles.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : lire une droite sans la tracer** — Réponds sans tracer la droite, en utilisant seulement l'expression de la fonction.

(a) Donne les coordonnées du point où la droite représentant $f(x) = 4 - 3x$ coupe l'axe des ordonnées.

(b) La droite représentant $g(x) = \frac{2}{3}x$ passe-t-elle par l'origine ? Justifie.

(c) La droite représentant $h(x) = -5$ monte-t-elle, descend-elle ou est-elle horizontale ? Justifie.

(d) La droite représentant $k(x) = 0{,}7x - 2$ monte-t-elle ou descend-elle ? Justifie.

(e) On considère $p(x) = -4x + 1$ et $q(x) = 3x + 1$. Laquelle des deux droites est la plus raide ? Justifie.

(f) Développe $r(x) = -2(x - 3)$, puis donne le point où sa droite coupe l'axe des ordonnées.

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : points d'une droite** — La droite d représente la fonction $f : x \mapsto 7 - 2x$.

(a) Le point $A(3\,;\,1)$ appartient-il à d ? Justifie par un calcul.

(b) Le point $B(1\,;\,3)$ appartient-il à d ? Justifie par un calcul.

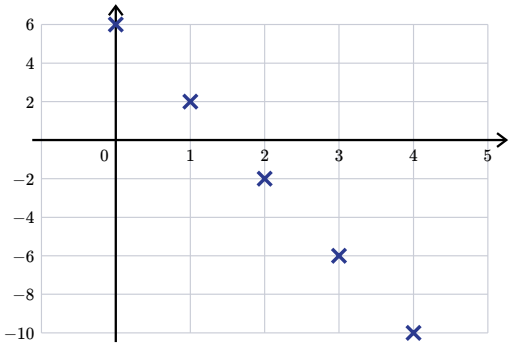
(c) Le point C de d a pour abscisse -2. Calcule son ordonnée.

(d) Le point D de d a pour ordonnée 0. Calcule son abscisse.

(e) Léa affirme : « $E(7\,;\,0)$ est sur d, car 7 est dans l'expression de f. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

(f) Le point F de d a pour ordonnée 10. Calcule son abscisse.

Ex. 24 ★★☆ **Lire a et b sur un quadrillage de 2 en 2** — Les points ci-dessous, d'abscisses 0, 1, 2, 3 et 4, sont alignés et représentent une fonction affine f. Attention : sur l'axe vertical, le quadrillage va de 2 en 2.



(a) Lis l'ordonnée à l'origine b de la fonction f.

(b) De combien varie $f(x)$ quand x augmente de 1 ? Déduis-en le coefficient directeur a.

(c) Écris l'expression de $f(x)$.

(d) Calcule l'abscisse du point où la droite coupe l'axe des abscisses.

(e) Rayan affirme : « b est positif, donc la droite monte. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 25 ★★☆ **D'après deux points : a, b, droites parallèles ou non** — La droite d représente une fonction affine f. Elle passe par les points $A(0\,;\,-2)$ et $B(4\,;\,1)$.

(a) Quelle est l'ordonnée à l'origine b de f ? Justifie avec l'un des deux points.

(b) De A à B, de combien augmente x ? De combien varie $f(x)$? Déduis-en le coefficient directeur a.

(c) Écris $f(x)$, puis calcule $f(8)$ pour obtenir un troisième point de contrôle.

(d) La droite d' représente $g(x) = 0{,}75x + 5$. Les droites d et d' sont-elles parallèles ? Justifie.

(e) La droite d'' représente $h(x) = -2 - x$. Noé dit : « d et d'' sont parallèles, elles ont le même -2. » Corrige son erreur.

Ex. 26 ★★★ **Corriger le tracé d'Inès** — Inès doit représenter la fonction $f : x \mapsto 5 - 1{,}5x$. Elle prépare des points pour tracer la droite d et contrôler son tracé.

(a) Inès affirme : « La droite d coupe l'axe des ordonnées au point $A(5\,;\,0)$. » A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Pour contrôler, elle place le point $C(-1\,;\,3{,}5)$. Ce point est-il sur d ? Justifie par un calcul, puis corrige son ordonnée si besoin.

(c) La droite d coupe l'axe des abscisses en un point D. Calcule les coordonnées de D.

(d) Inès dit : « Quand x augmente de 4, $f(x)$ augmente de 6. » Vrai ou faux ? Justifie, puis dis si la droite d monte ou descend.

Ex. 27 ★★★ **Cinq droites à comparer** — Ben a représenté cinq fonctions : $f(x) = -2 + 3x$, $g(x) = 3x$, $h(x) = -2 - 0{,}5x$, $k(x) = -2$ et $m(x) = 1 - 4x$. On note d_f, d_g, d_h, d_k et d_m leurs droites.

(a) Laquelle de ces droites passe par l'origine du repère ? Justifie.

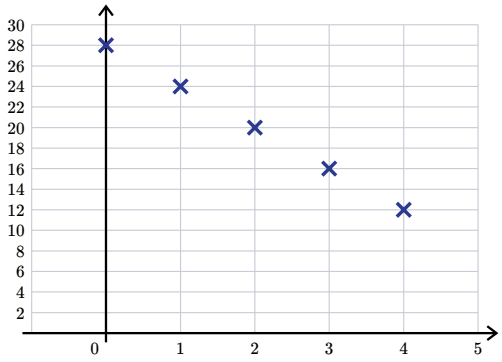
(b) Lucas affirme : « d_f, d_h et d_k n'ont aucun point commun, car leurs coefficients directeurs sont différents. » Vrai ou faux ? Justifie.

(c) Quelle droite est parallèle à d_f ? Ces deux droites sont-elles confondues ? Justifie.

(d) Range les droites de la plus raide à la moins raide. Pour chacune, dis si elle monte, descend ou est horizontale.

(e) Sur quelle(s) droite(s) se trouve le point $E(-2\,;\,-6)$? Justifie par des calculs.

Ex. 28 ★★★ **Un réservoir qui se vide, lu sur un graphique** — Le graphique donne le volume $V(t)$, en litres, d'eau dans un réservoir, t heures après l'ouverture du robinet (de $t = 0$ à $t = 4$). Les points sont alignés : V est une fonction affine. Attention : un carreau vertical vaut 2 L.



(a) Lis l'ordonnée à l'origine b de la fonction V. Que représente-t-elle pour le réservoir ?

(b) Mehdi dit : « Entre $t = 1$ et $t = 4$, la droite descend de 6 carreaux, donc $a = -6$. » Corrige son raisonnement et calcule le coefficient directeur a.

(c) Au bout de combien d'heures le réservoir sera-t-il vide ? Justifie par un calcul.

(d) Un second réservoir contient 36 L au départ et se vide au même rythme. Sa droite est-elle parallèle à celle de V ? Tant que le premier n'est pas vide, peuvent-ils contenir le même volume ? Justifie.

5. *Déterminer une fonction affine par deux points*

À retenir : $a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ (même ordre en haut et en bas), puis $b = f(x_1) - a \times x_1$, et je contrôle avec l'autre point. Ex. : $f(-1) = 2$, $f(1) = 6$: $a = \frac{6-2}{1-(-1)} = 2$, $b = 4$. Même abscisse : pas de fonction affine.

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : calculer le coefficient directeur** — Dans chaque cas, f est une fonction affine. Calcule son coefficient directeur a (sans calculer b).

(a) $f(1) = 5$ et $f(4) = 17$.

(b) $f(-1) = 7$ et $f(3) = -5$.

(c) La droite représentant f passe par $A(2\,;\,3)$ et $B(7\,;\,5)$.

(d) $f(-3) = -4$ et $f(-1) = 1$.

(e) $f(6) = 1$ et $f(2) = -5$.

(f) Un réservoir se vide régulièrement : il contient 4 L après 3 min et 2 L après 9 min ; $f(x)$ est le volume en L après x minutes.

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : trouver l'ordonnée à l'origine** — Dans chaque cas, $f(x) = ax + b$. On connaît a et une image. Calcule b.

(a) $a = 3$ et $f(2) = 1$.

(b) $a = -2$ et $f(-4) = 5$.

(c) $f(x) = 0{,}5x + b$ et la droite représentant f passe par $M(6\,;\,-1)$.

(d) $a = -4$ et la droite représentant f passe par le point $(0\,;\,7)$.

(e) $a = -1{,}5$ et $f(-2) = 8$. Lou trouve $b = 11$. Explique son erreur, puis calcule b.

(f) Une plante pousse de $\frac{2}{3}$ cm par jour et mesure 10 cm au jour 9 ; $f(x)$ est sa hauteur en cm au jour x.

Ex. 31 ★★☆ **Une droite par deux points** — La droite (AB) représente une fonction affine f, avec $A(-2\,;\,11)$ et $B(4\,;\,-1)$.

(a) Calcule le coefficient directeur a de la droite (AB).

(b) Calcule l'ordonnée à l'origine b, puis écris $f(x)$.

(c) Contrôle ton résultat avec le point B.

(d) Noé affirme que la droite (AB) passe aussi par $C(5\,;\,-4)$. A-t-il raison ? Justifie par un calcul.

(e) Inès veut une fonction affine dont la droite passe par $E(3\,;\,1)$ et $F(3\,;\,6)$. Est-ce possible ? Justifie.

Ex. 32 ★★☆ **Location de kayaks** — Un club loue des kayaks avec un tarif affine. Maëlle paie 17 € pour 2 h, Sacha paie 29,50 € pour 7 h. On note $f(x)$ le prix en euros pour x heures.

(a) Hugo écrit $a = \frac{29{,}5-17}{2-7} = -2{,}5$. Explique son erreur, puis calcule le bon coefficient a.

(b) Calcule b et dis ce qu'il représente, puis contrôle avec la location de Sacha.

(c) Le club affiche aussi 22 € pour 4 h. Ce prix suit-il le même tarif ? Justifie en comparant les coefficients.

(d) Un groupe a payé 32 €. Combien d'heures a-t-il loué le kayak ?

Ex. 33 ★★★ **Trois points alignés ?** — La droite (AB) représente une fonction affine f, avec $A(-3\,;\,4)$ et $B(3\,;\,8)$.

(a) Calcule le coefficient directeur a de la droite (AB) et donne-le sous forme de fraction irréductible.

(b) Calcule l'ordonnée à l'origine b et écris $f(x)$. Contrôle ton résultat avec le point B.

(c) On donne $C(6\,;\,10)$. Calcule le coefficient directeur de la droite (BC). Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifie.

(d) La droite (AB) coupe l'axe des abscisses au point K. Calcule les coordonnées de K.

(e) La droite (d) est parallèle à (AB) et passe par $E(-6\,;\,-1)$. Elle représente une fonction affine g. Détermine $g(x)$.

Ex. 34 ★★★ **Deux bougies qui se consument** — Une bougie se consume régulièrement : sa hauteur, en cm, est une fonction affine h du temps. Au bout de 2 h, elle mesure 15,6 cm. Au bout de 5 h, il en reste 12 cm. On note $h(x)$ sa hauteur après x heures.

(a) Calcule le coefficient directeur a de la fonction h. Explique pourquoi il est négatif.

(b) Calcule b, contrôle avec l'autre donnée, puis écris $h(x)$ en commençant par b. Que représente b ?

(c) Au bout de combien de temps la bougie mesure-t-elle 9 cm ? Donne le résultat en heures et minutes.

(d) Au bout de combien de temps la bougie est-elle entièrement consumée ?

(e) Une seconde bougie mesure 15 cm au départ et perd 0,9 cm par heure. Au bout de combien de temps les deux bougies ont-elles la même hauteur ? Laquelle s'éteint en premier ?

Ex. 35 ★★★ **Choisir sa formule d'escalade** — Une salle d'escalade propose trois formules. On note x le nombre de mois. Formule A, au tarif affine : 69 € pour 3 mois et 154 € pour 8 mois. Formule B : 25 € par mois, sans frais. Formule C : son tarif affine est donné par le tableau.

Mois	0	4
Prix C (€)	60	108

(a) Détermine la fonction affine A qui donne le prix de la formule A pour x mois. Contrôle ton résultat.

(b) À l'aide du tableau, donne directement l'ordonnée à l'origine de C, puis calcule son coefficient directeur et écris $C(x)$.

(c) Quelle est la formule la moins chère pour 10 mois ? Justifie par des calculs.

(d) Résous $A(x) = C(x)$. À partir de combien de mois entiers la formule C est-elle moins chère que la formule A ?

(e) Léon a un budget de 200 €. Avec la formule C, combien de mois peut-il payer au maximum ?

6. *Modéliser : comparer des tarifs*

À retenir : Partie fixe (abonnement, frais, contenu de départ) $\to b$; prix par unité $\to a$, négatif si la quantité diminue. Pour comparer, je résous $f(x) = g(x)$, puis je regarde la droite en dessous avant et après : $0{,}3x = 0{,}2x + 1$ donne $x = 10$.

Ex. 36 ★☆☆ **Partie fixe, partie proportionnelle** — Pour chaque situation, exprime la fonction demandée en fonction de x, puis dis si elle est linéaire ou affine.

(a) Une salle d'escalade demande 12 € d'inscription, puis 7 € par séance. Exprime le prix $P(x)$ en euros pour x séances.

(b) Une bougie mesure 25 cm et perd 1,2 cm par heure. Exprime sa hauteur $h(x)$ en cm après x heures.

(c) Un appel coûte 8 centimes par minute, sans frais. Exprime le prix $C(x)$ **en euros** pour x minutes.

(d) Un taxi facture 2,60 € par kilomètre, plus une prise en charge de 4 €. Exprime le prix $T(x)$ en euros pour x km.

(e) Une plante mesure 9 cm et grandit de 0,8 cm par semaine. Exprime sa hauteur $H(x)$ en cm après x semaines.

(f) À 6 h, il fait -4 °C ; la température monte de 2 °C par heure. Exprime la température $\theta(x)$ en °C, x heures après 6 h.

Ex. 37 ★☆☆ **Le réservoir du bateau** — Le réservoir d'un bateau à moteur contient 60 L. Après x heures de navigation, le volume restant, en litres, est $V(x) = 60 - 7{,}5x$.

(a) Donne le coefficient directeur de V. Pourquoi est-il négatif ?

(b) Calcule $V(0)$. Que représente ce nombre ?

(c) Calcule $V(3)$.

(d) Calcule le volume restant après 1 h 30 min (attention : x est en heures).

(e) Au bout de combien de temps le réservoir est-il vide ?

(f) Au bout de combien de temps restera-t-il 41,25 L ? Donne la réponse en heures et minutes.

Ex. 38 ★★☆ **Piscine : à l'entrée ou avec la carte ?** — À la piscine, Inès hésite entre deux offres. Offre A : 4,50 € l'entrée. Offre B : une carte annuelle à 30 €, puis 2,10 € l'entrée. On note x le nombre d'entrées dans l'année.

(a) Exprime $A(x)$ et $B(x)$, le prix en euros de x entrées avec chaque offre. Laquelle est une fonction linéaire ?

(b) Calcule le prix de 10 entrées avec chaque offre. Quelle offre est la moins chère pour 10 entrées ?

(c) Résous l'équation $A(x) = B(x)$.

Ex. 38 (suite)

(d) Ce nombre est-il un nombre d'entrées possible ? À partir de combien d'entrées l'offre B est-elle la moins chère ? Justifie par un calcul.

Ex. 39 ★★☆ **Trois offres de trottinette** — Noé loue une trottinette électrique pour x minutes (x entre 0 et 60). Offre A : 25 centimes par minute, sans frais. Offre B : 1 € de déblocage, puis 20 centimes par minute. Offre C : 9 € pour une heure au maximum, quelle que soit la durée.

(a) Exprime $A(x)$, $B(x)$ et $C(x)$, le prix en euros de chaque offre. De quel type est la fonction C ?

(b) Résous $A(x) = B(x)$, puis $B(x) = C(x)$.

(c) Noé roule 25 minutes. Quelle offre est la moins chère ? Justifie par des calculs.

(d) Selon la durée du trajet, quelle offre est la moins chère ? Rédige une phrase de conclusion.

(e) Avec 6,60 €, combien de minutes Noé peut-il rouler au plus avec l'offre B ?

Ex. 40 ★★★ **Kayak : au forfait ou à l'heure ?** — Une base nautique loue des kayaks. Offre A : 8 € pour le gilet et la pagaie, puis 15 centimes par minute. Offre B : 12 € de l'heure, sans frais, facturés à la minute. On note x la durée de location, en minutes.

(a) Exprime $A(x)$ et $B(x)$, le prix en euros pour x minutes. Pour chacune, dis si la fonction est linéaire ou affine.

(b) Lucas loue un kayak pendant 1 h 30 min. Quelle offre est la moins chère pour lui ? Justifie par un calcul.

(c) Pour quelle durée les deux offres coûtent-elles le même prix ? Donne cette durée en heures et minutes, et ce prix.

(d) Selon la durée, quelle offre est la moins chère ? Justifie en disant quelle droite est en dessous, avant puis après.

(e) Emma a choisi l'offre A et a payé 26 €. Combien de temps a-t-elle loué le kayak ? A-t-elle fait le bon choix ? Justifie.

Ex. 41 ★★★ **Les deux bougies** — On allume deux bougies en même temps. La bougie 1 mesure 18 cm et perd 1,5 cm par heure. La bougie 2 se consume aussi régulièrement : au bout de 6 h, elle mesure 8 cm ; au bout de 2 h, elle mesurait 16 cm. On note $h_1(x)$ et $h_2(x)$ leurs hauteurs, en cm, après x heures.

(a) Exprime $h_1(x)$ en fonction de x.

(b) On admet que h_2 est une fonction affine. Détermine $h_2(x)$, puis contrôle avec l'autre mesure. Quelle était la hauteur de la bougie 2 au départ ?

(c) Au bout de combien de temps la bougie 1 est-elle entièrement consumée ? Justifie par un calcul.

(d) Au bout de combien de temps les deux bougies ont-elles la même hauteur ? Laquelle est la plus haute avant ce moment, puis après ?

Ex. 41 (suite)

(e) Jade affirme : « La bougie 2 est la plus haute au départ, donc c'est elle qui s'éteindra en dernier. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

Ex. 42 ★★★ **Trois formules au club de tennis** — Un club de tennis propose trois formules pour l'année. Formule A : 11 € la séance. Formule B : une adhésion de 48 €, puis 6 € la séance. Formule C : un forfait illimité à 190 €. On note x le nombre de séances dans l'année.

(a) Exprime $A(x)$, $B(x)$ et $C(x)$, le prix en euros. Pour chacune, dis si la fonction est linéaire, affine ou constante.

(b) Chloé résout $A(x) = B(x)$ et trouve $x = 9{,}6$. Elle conclut : « Avec 9 séances, B est déjà la moins chère. » A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

(c) À partir de combien de séances la formule C est-elle moins chère que la formule B ? Justifie.

(d) Malik a un budget de 150 €. Combien de séances peut-il faire au plus avec la formule A ? Et avec la formule B ?

(e) Rédige une conclusion : selon le nombre de séances, quelle formule est la moins chère ?

7. *Exercices type brevet*

À retenir : Je justifie par un calcul : $M(2\,;\,-5)$ est sur la droite de $f(x) = 1 - 3x$ car $f(2) = -5$. Une fonction affine est linéaire si $b = 0$. Antécédent de y : je résous $f(x) = y$. Pour a : différences dans le même ordre.

Ex. 43 ★☆☆ **Vrai ou faux express** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse par un calcul ou une phrase.

(a) « La fonction $x \mapsto 3 - x$ est linéaire. »

(b) « Le point $A(2\,;\,5)$ est sur la droite qui représente $f(x) = 4x - 3$. »

(c) « Le point $B(-1\,;\,2)$ appartient à la représentation graphique de $g(x) = 6 + 3x$. »

(d) « La fonction $h(x) = (x+2)^2 - x^2$ est une fonction affine. »

(e) « Augmenter un prix de 15 % revient à appliquer la fonction linéaire $x \mapsto 1{,}15x$. »

(f) « Les droites qui représentent $u(x) = \frac{x}{4} + 3$ et $v(x) = 0{,}25x - 1$ sont parallèles. »

(g) « La fonction affine k telle que $k(1) = 7$ et $k(5) = -1$ a pour coefficient directeur 2. »

Ex. 44 ★☆☆ **Une formule de tableur** — Dans une feuille de calcul, la ligne 1 contient des nombres x. En B2, on a saisi la formule =3*B1+2, puis on l'a recopiée vers la droite. La ligne 2 calcule ainsi $f(x)$.

x	-4	-1	0	2{,}5
f(x)	?	?	?	?

(a) Écris l'expression de $f(x)$.

(b) La fonction f est-elle linéaire, affine ou constante ? Justifie.

(c) Complète le tableau de valeurs.

(d) Quel nombre faut-il écrire en ligne 1 pour obtenir 20 en ligne 2 ?

(e) Tom affirme : « l'image de 11 par f est 3 ». A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 45 ★★☆ **Les soldes** — Pendant les soldes, un magasin baisse tous ses prix de 30 %. On note $p(x)$ le prix soldé, en €, d'un article qui coûtait x € avant les soldes.

(a) Donne le coefficient multiplicateur, puis exprime $p(x)$. Quelle est la nature de la fonction p ?

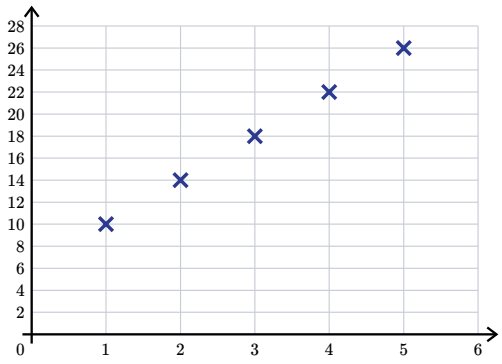
(b) Calcule le prix soldé d'un manteau qui coûtait 85 €.

(c) Une paire de baskets soldée coûte 44,80 €. Quel était son prix avant les soldes ?

(d) Le prix soldé est-il proportionnel au prix initial ? Justifie, puis déduis-en, sans utiliser 0,7, le prix soldé d'un manteau qui coûtait 170 €.

(e) Hugo pense qu'il suffit d'ajouter 30 % au prix soldé pour retrouver le prix initial. Teste son idée avec les baskets.

Ex. 46 ★★☆ **Location de kayaks** — Une base nautique propose deux tarifs pour louer un kayak. Tarif A : le nuage donne le prix $A(x)$, en €, pour x heures de location ; les points sont alignés. Tarif B : 7 € par heure, sans frais.



(a) Malo dit : « L'ordonnée à l'origine est 10, c'est le premier point. » A-t-il raison ? Justifie, puis donne $A(x)$.

(b) Exprime $B(x)$. Lequel des deux tarifs est proportionnel à la durée ? Justifie.

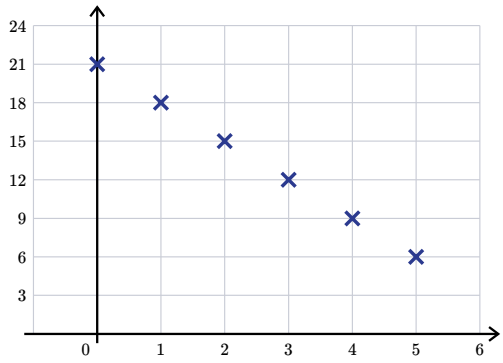
(c) Avec 30 €, combien d'heures peut-on louer au tarif A ?

Ex. 46 **(suite)**

(d) Pour quelle durée les deux tarifs coûtent-ils le même prix ? Donne ce prix.

(e) Zoé veut louer un kayak 5 heures. Quel tarif lui conseilles-tu ? Justifie par un calcul.

Ex. 47 ★★★ **La bougie qui se consume** — Une bougie se consume régulièrement. Le nuage donne sa hauteur $h(x)$, en cm, x heures après l'allumage. Les points sont alignés.



(a) Lis sur le nuage la hauteur de la bougie à l'allumage, puis de combien elle varie en une heure. Déduis-en l'expression de $h(x)$.

(b) Lina affirme : « La fonction h est croissante, car 21 est positif. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Calcule la hauteur de la bougie au bout de 4 h 30 min.

(d) Au bout de combien de temps la bougie est-elle entièrement consumée ? Justifie par une équation.

(e) Une seconde bougie, allumée en même temps, mesure 15 cm et perd 1,8 cm par heure. Quand les deux bougies ont-elles la même hauteur ? Laquelle s'éteint en premier ?

Ex. 48 ★★★ **Trois formules pour une salle d'escalade** — Une salle d'escalade propose trois formules. Formule A : 9 € la séance. Formule B : une carte à 40 €, puis 5 € la séance. Formule C : un pass annuel à 180 €, séances illimitées. On note x le nombre de séances dans l'année.

(a) Exprime $A(x)$, $B(x)$ et $C(x)$, le prix payé en € avec chaque formule. Donne la nature de chaque fonction.

(b) Complète le tableau de la formule B. Justifie chaque case par un calcul.

Séances	**6**	**15**	**?**
Prix B (€)	?	?	125

(c) Inès dit : « Avec 75 € à la formule B, je peux faire 415 séances. » Explique son erreur et corrige sa réponse.

(d) Pour combien de séances les formules A et B coûtent-elles le même prix ? Quel est ce prix ?

(e) Noé prévoit 30 séances dans l'année. Quelle formule lui conseilles-tu ? Justifie par des calculs.

Ex. 49 ★★★ **Le tarif du taxi** — Dans une ville, le prix d'une course de taxi, en €, est une fonction affine f de la distance x, en km : une prise en charge fixe, plus un prix par kilomètre. Une course de 12 km coûte 21,60 € ; une course de 5 km coûte 11,10 €.

(a) Sacha calcule $a = \frac{21{,}60 - 11{,}10}{5 - 12}$ et trouve $-1{,}5$. Explique son erreur, puis calcule le bon coefficient directeur.

(b) Calcule l'ordonnée à l'origine de f, contrôle avec l'autre course, puis écris $f(x)$. Que représente ce nombre pour le client ?

(c) Le point $M(20\,;\,34{,}60)$ appartient-il à la représentation graphique de f ? Justifie par un calcul.

(d) Vrai ou faux ? « Une course de 24 km coûte le double d'une course de 12 km. » Justifie.

(e) Après une hausse de 5 % de tous les prix, une course coûte 26,46 €. Combien coûtait-elle avant la hausse ? Quelle était sa distance ?