Corrigé – Fonctions affines : problèmes

Mathématiques – Troisième

Fonctions linéaires et affines · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Le plombier ★

1. $45 \times 2 + 35 = 90 + 35 = 125$: l'intervention coûte 125 €.

2. $P(h) = 45h + 35$: c'est une fonction affine.
   $a = 45$ est le prix d'une heure ; $b = 35$ est la partie fixe, le déplacement.

3. On cherche l'antécédent de 192,5 : on résout $45h + 35 = 192{,}5$.$45h + 35 = 192{,}5$
   $\iff 45h = 157{,}5$ *(on soustrait 35)*
   $\iff h = \dfrac{157{,}5}{45}$ *(on divise par 45)*
   $\iff h = 3{,}5$
   3,5 h = 3 h 30 min.
   Le plombier a travaillé 3 h 30 min.

Exercice 2 – La bougie ★

1. Elle a perdu $1{,}5 \times 4 = 6$ cm : il reste $24 - 6 = 18$ cm.

2. $L(t) = 24 - 1{,}5t = -1{,}5t + 24$.
   Elle est affine, non linéaire, car $b = 24 \neq 0$.
   $a = -1{,}5 < 0$: elle est décroissante, la bougie raccourcit.

3. On résout $L(t) = 0.24 - 1{,}5t = 0$
   $\iff -1{,}5t = -24$ *(on soustrait 24)*
   $\iff t = \dfrac{-24}{-1{,}5}$ *(on divise par $-1{,}5$)*
   $\iff t = 16$
   La bougie est consumée au bout de 16 heures.

Exercice 3 – Les tirages photo ★

1. $p(n) = 0{,}15n$: c'est une fonction linéaire, le prix est proportionnel au nombre de tirages.

2. $p(60) = 0{,}15 \times 60 = 9$: 60 tirages coûtent 9 €.

3. On cherche l'antécédent de 13,5 : on divise par le coefficient.
   $13{,}5 \div 0{,}15 = 90$: on obtient 90 tirages.

4. Site : $0{,}12 \times 60 + 3 = 7{,}2 + 3 = 10{,}2$ €.
   Magasin : 9 € (question 2).
   Pour 60 tirages, le magasin est moins cher, malgré un prix unitaire plus élevé.

Exercice 4 – Deux salles de sport ★★

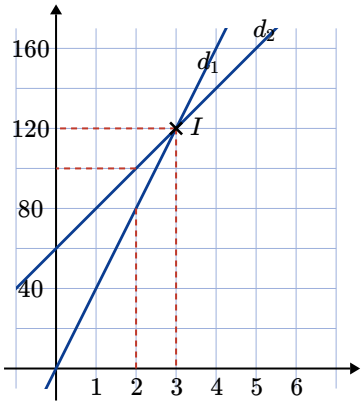
1. Salle A : $8 \times 10 = 80$ €.
   Salle B : $60 + 3 \times 10 = 90$ €.
   Pour 10 séances, la salle A est moins chère.

2. $f(x) = 8x$ (fonction linéaire) et $g(x) = 3x + 60$ (fonction affine).

3. $8x = 3x + 60$
   $\iff 5x = 60$ *(on soustrait $3x$)*
   $\iff x = 12$ *(on divise par 5)*
   Pour 12 séances, les deux salles coûtent le même prix : $8 \times 12 = 96$ €.

4. On résout $g(x) < f(x)$.$3x + 60 < 8x$
   $\iff 60 < 5x$ *(on soustrait $3x$)*
   $\iff x > 12$ *(on divise par 5)*
   Le nombre de séances est entier : la salle B est moins chère à partir de 13 séances (pour 13 : 99 € contre 104 €).

Exercice 5 – Louer une voiture ★★



1. $A(x) = 40x$ et $B(x) = 20x + 60$.

2. A est linéaire : sa droite passe par l'origine, c'est d_1.
   B a une partie fixe de 60 € : sa droite coupe l'axe des ordonnées à 60 € (3 carreaux), c'est d_2.

3. On part de 2 sur l'axe des abscisses et on monte jusqu'à chaque droite.
   d_1 : 4 carreaux, soit 80 €.
   d_2 : 5 carreaux, soit 100 €.
   Pour 2 jours, l'agence A est moins chère.

4. Depuis I, on descend sur l'axe des abscisses : 3 jours ; on va vers l'axe des ordonnées : 6 carreaux, soit 120 €.
   Pour 3 jours, les deux agences coûtent 120 €.$40x = 20x + 60$
   $\iff 20x = 60$ *(on soustrait $20x$)*
   $\iff x = 3$ *(on divise par 20)*
   $A(3) = 40 \times 3 = 120$ et $B(3) = 20 \times 3 + 60 = 120$.

5. $A(5) = 40 \times 5 = 200$ € et $B(5) = 20 \times 5 + 60 = 160$ €.
   Après 3 jours, d_2 est en dessous de d_1 : on choisit l'agence B, et on économise $200 - 160 = 40$ €.

Exercice 6 – Le four ★★

1. $T(t) = 18t + 20$.
   $T(5) = 18 \times 5 + 20 = 90 + 20 = 110$: au bout de 5 minutes, le four est à 110 °C.

2. On résout $T(t) = 200.18t + 20 = 200$
   $\iff 18t = 180$ *(on soustrait 20)*
   $\iff t = 10$ *(on divise par 18)*
   Le four est prêt au bout de 10 minutes.

3. On connaissait la température (l'image) et on a cherché le temps : c'est un antécédent.
   10 est l'antécédent de 200 par T.

4. $T(7) = 18 \times 7 + 20 = 126 + 20 = 146$ °C.
   Non : il n'atteint pas encore 150 °C.

Exercice 7 – La facture d'eau ★★

1. À cause de l'abonnement fixe.
   Par exemple, $230 \div 50 = 4{,}6$ et $335 \div 80 = 4{,}187\,5$: les quotients sont différents.

2. $a = \dfrac{f(80) - f(50)}{80 - 50} = \dfrac{335 - 230}{30} = \dfrac{105}{30} = 3{,}5$: le m³ coûte 3,50 €.

3. $b = f(50) - 3{,}5 \times 50 = 230 - 175 = 55$: l'abonnement coûte 55 €.
   $f(x) = 3{,}5x + 55$.
   Contrôle : $f(80) = 280 + 55 = 335$.

4. $f(120) = 3{,}5 \times 120 + 55 = 420 + 55 = 475$: elle paiera 475 €.

Exercice 8 – Trois formules de cinéma ★★★

1. A : $9 \times 10 = 90$ €.
   B : $25 + 6 \times 10 = 85$ €.
   C : 120 €.
   Pour 10 places, la formule B est la moins chère.

2. $a(x) = 9x$ (linéaire), $b(x) = 6x + 25$ (affine), $c(x) = 120$ (constante).

3. $9x = 6x + 25$
   $\iff 3x = 25$ *(on soustrait $6x$)*
   $\iff x = \dfrac{25}{3}$ *(on divise par 3)*
   $x = \dfrac{25}{3} \approx 8{,}3$.

4. $6x + 25 = 120$
   $\iff 6x = 95$ *(on soustrait 25)*
   $\iff x = \dfrac{95}{6}$ *(on divise par 6)*
   $x = \dfrac{95}{6} \approx 15{,}8$.

5. Un nombre de places est entier.
   Jusqu'à 8 places : A ($a(8) = 72$ € contre $b(8) = 73$ €).
   De 9 à 15 places : B ($b(9) = 79$ € contre $a(9) = 81$ € ; $b(15) = 115$ € < 120 €).
   À partir de 16 places : C ($b(16) = 121$ € > 120 €).

Exercice 9 – La cuve de fioul ★★★

1. $v(t) = 1\,500 - 120t$.
   $v(4) = 1\,500 - 120 \times 4 = 1\,500 - 480 = 1\,020$ L.

2. « Moins de 300 L » : $1\,500 - 120t < 300$.
   $1\,500 - 120t < 300$
   $\iff -120t < -1\,200$ *(on soustrait 1 500)*
   $\iff t > 10$ *(on divise par $-120 < 0$: le sens change)*
   L'alarme se déclenche après 10 semaines.

3. On résout $v(t) = 0$.
   $1\,500 - 120t = 0$
   $\iff -120t = -1\,500$ *(on soustrait 1 500)*
   $\iff t = 12{,}5$ *(on divise par -120)*
   La cuve est vide au bout de 12,5 semaines.

4. 12,5 semaines : le chauffage fonctionne 12 semaines complètes.
   $v(12) = 1\,500 - 120 \times 12 = 1\,500 - 1\,440 = 60$: il reste 60 L.

Exercice 10 – La carte de membre ★★★

1. Une remise de 25 % revient à multiplier par $1 - 0{,}25 = 0{,}75$.
   $12 \times 0{,}75 = 9$: un membre paie l'entrée 9 €.

2. $n(x) = 12x$ et $m(x) = 40 + 9x = 9x + 40$.

3. $40 + 9x < 12x$
   $\iff 40 < 3x$ *(on soustrait $9x$)*
   $\iff x > \dfrac{40}{3}$ *(on divise par $3 > 0$)*
   $\dfrac{40}{3} \approx 13{,}33$.

4. Le nombre d'entrées est entier : le plus petit entier supérieur à 13,33 est 14.
   14 entrées : $40 + 9 \times 14 = 166$ € avec la carte, $12 \times 14 = 168$ € sans.
   13 entrées : 157 € avec, 156 € sans.
   La carte est rentable à partir de 14 entrées.

Exercice 11 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) *La partie fixe est b, le prix par entrée est a.* $f(x) = 5x + 20$.

b) *L'égalité en $x = 10$ ne dit pas quel tarif est le moins cher avant : il faut calculer.* $f(5) = 30$ et $g(5) = 50$: pour 5 unités, f est le moins cher.

c) *a est le quotient de deux **différences**.* $a = \dfrac{54-30}{6-2} = \dfrac{24}{4} = 6$, puis $b = 30 - 6\times 2 = 18$: $f(x) = 6x + 18$.
Contrôle : $f(6) = 6\times 6 + 18 = 54$.

d) *L'abscisse est le nombre de jours, l'ordonnée le prix.* Pour 4 jours, les deux tarifs coûtent 90 €.

e) *Une remise de $20\,\%$ multiplie le prix par $0{,}8$.* $15 \times 0{,}8 = 12$: l'article coûte 12 €.

f) *La hauteur part de 30 et diminue : $b = 30$ et $a = -2$.* $h(t) = 30 - 2t = -2t + 30$.
Contrôle : $h(0) = 30$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Un abonnement coûte 15 € par mois, plus 2 € par film loué. Le coût mensuel pour x films est :

Réponse B : $2x + 15$
La partie fixe, 15, est b ; le prix par film, 2, est a.

2. Tarif A : $5x$. Tarif B : $3x + 12$. Les deux tarifs sont égaux pour x égal à :

Réponse D : 6
$5x = 3x + 12$, donc $2x = 12$ et $x = 6$.

3. Pour un tarif de la forme $x \longmapsto ax + b$, le nombre b représente :

Réponse A : la partie fixe, payée même pour $x = 0$
$f(0) = b$: c'est ce qu'on paie sans rien consommer.

4. Les droites de deux tarifs se coupent au point $(8\,;\,56)$. Cela signifie :

Réponse C : pour 8 unités, les deux tarifs coûtent 56 €
L'abscisse est la quantité, l'ordonnée le prix commun.

5. Une citerne contient 600 L et se vide de 40 L par heure. Elle est vide au bout de :

Réponse D : 15 h
$600 - 40t = 0$, donc $t = \dfrac{600}{40} = 15$.

6. Tarif $f(x) = 0{,}8x + 2$ et tarif $g(x) = x$. Pour $x = 20$, le moins cher est :

Réponse A : f, car $f(20) = 18$
$f(20) = 0{,}8 \times 20 + 2 = 18$ et $g(20) = 20$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).