48 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Factoriser par un facteur commun

À retenir : Factoriser : $ka + kb = k(a + b)$. Je prends le plus grand facteur commun (nombre et puissance de x) : $6x^2 - 3x = 3x(2x - 1)$, et le 1 reste. Avec un facteur négatif, tous les signes changent : $-2x - 8 = -2(x + 4)$. Je vérifie en développant.

Ex. 1 ★☆☆ **Le bon facteur commun** — Factorise au maximum.

(a) $9t + 9$ (b) $11a - 11$ (c) $24x + 36$

(d) $a^2 + 5a$ (e) $7x - 7x^2$ (f) $35 + 14t$

(g) $4t^3 + 6t^2$

Ex. 2 ★☆☆ **Factorisations à compléter** — Recopie et complète chaque factorisation.

(a) $20x^2 - 15x = 5x(\ldots - \ldots)$

(b) $18t + 6 = 6(\ldots + \ldots)$

(c) $9a^2 + 12a = \ldots(3a + 4)$

(d) $0{,}5x^2 + 2{,}5x = 0{,}5x(\ldots + \ldots)$

(e) $-8x - 20 = -4(\ldots + \ldots)$

(f) $2x^3 - 10x^2 = \ldots(x - 5)$

Ex. 3 ★★☆ **Trois termes, décimaux et fractions** — Factorise au maximum. Vérifie chaque résultat en développant.

(a) $6x^2 - 9x + 15$

(b) $10t^3 + 4t^2 - 8t$

(c) $1{,}2a^2 - 0{,}4a$

(d) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x$

(e) $-4x^2 - 6x + 2$, en mettant un nombre négatif en facteur

Ex. 4 ★★☆ **Le cahier de Yanis** — Yanis a factorisé ces expressions. Pour chacune, développe sa réponse puis dis si elle est juste et factorisée au maximum. Sinon, corrige-la.

(a) $9x^2 + 27x = 9x(x + 3)$

(b) $16x^2 + 24x = x(16x + 24)$

(c) $-10t + 25 = -5(2t + 5)$

(d) $15x^2 - 5x = 5x(3x - 5)$

Ex. 5 ★★☆ **La terrasse de Mehdi** — Mehdi construit une terrasse rectangulaire. Son aire, en m², est $A = 12x^2 + 18x$, où x est un nombre positif. Un côté de la terrasse mesure $6x$ m.

(a) Factorise A en mettant $6x$ en facteur. Déduis-en la mesure de l'autre côté.

(b) Calcule l'aire de la terrasse pour $x = 5$ en utilisant la forme factorisée.

(c) Mehdi construit une autre terrasse, de même aire A, dont un côté mesure $3x$ m. Combien mesure l'autre côté ?

Ex. 6 ★★★ **Le programme de Nora** — Nora propose ce programme de calcul : choisir un nombre ; le multiplier par 3 ; soustraire 12 au résultat ; multiplier le tout par le nombre choisi au départ. On note x le nombre choisi.

(a) Calcule le résultat obtenu quand on choisit 5, puis quand on choisit -2.

(b) Montre que le résultat du programme est égal à $3x^2 - 12x$.

(c) Nora dit : « $3x^2 - 12x = 3(x^2 - 4x)$, c'est factorisé au maximum. » A-t-elle raison ? Justifie, puis factorise $3x^2 - 12x$ au maximum.

(d) Hugo cherche les nombres qui donnent 0. Il écrit $3x^2 = 12x$, divise par x et trouve seulement $x = 4$. Trouve tous ces nombres et explique son oubli.

Ex. 7 ★★★ **Des multiples garantis** — Dans cet exercice, n désigne un nombre entier. Factoriser permet de prouver qu'un nombre est un multiple d'un autre.

(a) Factorise $12n + 18$ au maximum. Déduis-en que $12n + 18$ est toujours un multiple de 6.

(b) Lina affirme : « $15n^2 - 10n$ est toujours un multiple de 10. » Factorise cette expression au maximum, puis dis si Lina a raison. Justifie.

(c) Factorise $-14n - 21$ en mettant en facteur un nombre négatif. Explique pourquoi on obtient toujours l'opposé d'un multiple de 7.

(d) Factorise $n^2 + n$. Explique pourquoi ce nombre est toujours pair.

(e) Sans calculatrice, déduis-en que $57^2 + 57$ est pair, puis calcule ce nombre à l'aide de la forme factorisée.

Ex. 8 ★★★ **Trois copies pour une même expression** — Pour factoriser $E = 18t^3 - 12t^2 + 6t$, trois élèves ont écrit : Noé : $E = 6(3t^3 - 2t^2 + t)$; Lou : $E = 3t(6t^2 - 4t + 2)$; Maé : $E = 6t(3t^2 - 2t)$.

(a) Développe chacune des trois réponses. Lesquelles sont justes ?

(b) Explique l'erreur de chaque réponse fausse.

(c) Les réponses justes sont-elles factorisées au maximum ? Justifie, puis donne la factorisation au maximum de E.

(d) Factorise au maximum $F = -18t^3 + 12t^2 - 6t$ en mettant en facteur un nombre négatif.

(e) Factorise au maximum $G = 9t^3 - 6t^2$, puis résous l'équation $G = 0$.

2. *Factoriser par une parenthèse commune*

À retenir : Je mets la parenthèse commune devant et le reste entre crochets, puis je réduis : $(x+2)[(3x+1) - (x-5)] = (x+2)(2x+6)$. Devant $-$, tous les signes du reste changent. Un terme seul vaut lui-même fois 1, et $(x-2)^2 = (x-2)(x-2)$.

Ex. 9 ★☆☆ **Parenthèse commune : premiers réflexes** — Automatismes. Factorise chaque expression, puis réduis le reste.

(a) $(x+7)(3x-2) + (x+7)(x+5)$

(b) $(2t-1)(t+6) - (2t-1)(3t-4)$

(c) $(a+2)(5a-1) - (4a+3)(a+2)$

(d) $7x(x-9) + 2(x-9)$

(e) $(x-8)(3x+1) - (3x+1)(x+2)$

(f) $0{,}5x(x+3) + 1{,}5(x+3)$

Ex. 10 ★☆☆ **Faire apparaître la parenthèse** — Automatismes. Fais d'abord apparaître le facteur commun (carré, facteur 1, nombre en facteur ou opposé), puis factorise et réduis.

(a) $(x-6)^2 + (x-6)(2x+5)$

(b) $(4x+3)(x-1) + (4x+3)$

(c) $(5t-2) - (5t-2)(t+3)$

(d) $2x + 8 + (x+4)(x-9)$

(e) $(x-3)(2x+1) + (3-x)(x+5)$

(f) $(2a+1)^2 - (2a+1)(a-3)$

Ex. 11 ★★☆ **Les brouillons de Yanis** — Yanis a factorisé trois expressions, mais chaque calcul contient une erreur.

(a) Yanis écrit $(x+5)(3x-4) - (x+5)(2x-7) = (x+5)(3x-4-2x-7) = (x+5)(x-11)$. Trouve son erreur, puis corrige.

Ex. 11 (suite)

(b) Yanis écrit $(6x-1)(x+2) + (6x-1) = (6x-1)(x+2)$. Trouve son erreur, puis corrige.

(c) Yanis écrit $(x-7)(2x+3) + (7-x)(x-1) = (x-7)[(2x+3) + (x-1)] = (x-7)(3x+2)$. Trouve son erreur, puis corrige.

(d) Vérifie ta correction de la première factorisation : calcule l'expression de départ et ta forme factorisée pour $x = 1$.

Ex. 12 ★★☆ **Factorisations à trous** — Recopie et complète chaque égalité pour qu'elle soit vraie pour toute valeur de la lettre.

(a) $(x+9)(2x-3) - (x+9)(x-8) = (x+9)[\ldots] = (x+9)(\ldots)$

(b) $(3x-2)(x+1) + (\ldots)(3x-2) = (3x-2)(4x-5)$

(c) $(2x+1)(x+4) - (x-2)(\ldots) = \ldots(2x+1)$

(d) À rebours : écris une somme de deux produits ayant $t+2$ comme facteur commun et dont la forme factorisée est $(t+2)(3t-1)$.

Ex. 13 ★★☆ **L'expression de Louna** — Louna étudie l'expression $A = (x-1)(5x+7) - (x-1)(2x+1)$.

(a) Sans développer A, factorise-la au maximum.

(b) Vérifie ton résultat : calcule A et ta forme factorisée pour $x = 2$.

(c) Résous l'équation $A = 0$.

Ex. 14 ★★★ **Une expression en cinq questions** — On considère l'expression $E = (3x-2)^2 - (x+4)(3x-2)$.

(a) Développe et réduis E.

(b) Sans partir de la forme développée, factorise E au maximum.

(c) Choisis la forme la plus adaptée pour calculer E pour $x = -1$, puis pour $x = \frac{2}{3}$.

(d) Résous l'équation $E = 0$.

(e) Résous l'équation $E = 12$ en te ramenant à une équation produit nul.

Ex. 15 ★★★ **Le programme d'Inès** — Inès propose ce programme : « Choisis un nombre. Soustrais-lui 5. Multiplie le résultat par la somme du double du nombre de départ et de 1. Ajoute à ce produit le nombre de départ diminué de 5. »

(a) Applique le programme au nombre 7.

(b) On note x le nombre de départ. Écris le résultat du programme en fonction de x, sans développer.

(c) Factorise ce résultat au maximum, sans le développer.

(d) Quels nombres de départ donnent 0 comme résultat ?

(e) Inès affirme : « Si je choisis un nombre entier, le résultat est toujours pair. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 16 ★★★ **La serre de Soan** — Le terrain rectangulaire de Soan mesure $(2x+1)$ m sur $(3x-12)$ m, avec $x > 5$. Il y installe une serre rectangulaire de $(x-4)$ m sur $(x+6)$ m. On note A l'aire, en m², du terrain que la serre ne couvre pas.

(a) Exprime A en fonction de x, sans développer.

(b) Fais apparaître le facteur $x-4$ dans le premier produit, puis factorise A et réduis le reste.

(c) Vérifie ta factorisation en calculant A pour $x = 10$ avec les deux écritures.

(d) Lina affirme que $A = (4-x)(3-5x)$. Vrai ou faux ? Justifie.

(e) Soan veut que A soit égale à l'aire d'une allée de 27 m sur $(x-4)$ m. Ramène l'équation à un produit nul et trouve x.

3. *Factoriser $a^2 - b^2$*

À retenir : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$: deux termes, chacun un carré, séparés par un moins. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$, pas $(x-2)^2$. Mets d'abord le facteur commun. Garde une parenthèse au carré en bloc. $x^2 + 4$ ne se factorise pas.

Ex. 17 ★☆☆ **Des différences de deux carrés** — Factorise chaque expression. Écris d'abord chaque terme comme un carré.

(a) $x^2 - 169$ (b) $64t^2 - 1$ (c) $9 - 16a^2$

(d) $-x^2 + 144$ (e) $x^2 - \dfrac{1}{25}$ (f) $\dfrac{1}{9}t^2 - 4$

Ex. 18 ★☆☆ **Une différence de deux carrés ?** — Dis si l'expression est une différence de deux carrés. Si c'est le cas, factorise-la. Sinon, explique pourquoi.

(a) $x^2 + 81$ (b) $100a^2 - 49$ (c) $t^2 - 10t$

(d) $x^2 - 6$ (e) $-x^2 - 36$ (f) $x^2 - 0{,}64$

Ex. 19 ★★☆ **Le cahier d'Inès** — Inès a écrit ces factorisations. A-t-elle raison ? Justifie, puis corrige si besoin.

(a) $x^2 - 256 = (x-16)^2$

(b) $49x^2 - 1 = (49x+1)(49x-1)$

(c) $x^2 + 64 = (x+8)(x-8)$

(d) Inès teste sa première égalité avec $x = 0$. Que trouve-t-elle de chaque côté ? Conclus.

Ex. 20 ★★☆ **Garder la parenthèse en bloc** — Factorise, puis réduis dans chaque parenthèse.

(a) $(x-4)^2 - 49$

(b) $(3x-2)^2 - (x+5)^2$

(c) $36 - (t+1)^2$

(d) $(2a+1)^2 - 9a^2$

Ex. 21 ★★☆ **Facteur commun d'abord**

(a) Factorise au maximum $5x^2 - 180$.

(b) Déduis-en les solutions de l'équation $5x^2 - 180 = 0$.

(c) Factorise au maximum $0{,}5x^2 - 8$.

(d) Factorise au maximum $-2t^2 + 200$.

Ex. 22 ★★★ **Les nombres de Zélie** — Zélie affirme : « La différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs est égale à leur somme. » Elle utilise $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ pour le prouver, puis pour résoudre.

(a) Calcule $15^2 - 14^2$, puis $15 + 14$. Que remarques-tu ?

(b) On note n le plus petit des deux nombres. Factorise $(n+1)^2 - n^2$, puis prouve l'affirmation de Zélie.

(c) Trouve deux nombres entiers consécutifs dont la différence des carrés vaut 45.

(d) Complète $\frac{1}{16}x^2 - 9 = (\ldots + \ldots)(\ldots - \ldots)$, puis résous l'équation $\frac{1}{16}x^2 - 9 = 0$.

Ex. 23 ★★★ **La terrasse de Sacha** — Sacha carrèle une terrasse carrée de côté $2x+3$ mètres, avec $x > 1$. Au centre, un massif de fleurs carré de côté $x-1$ mètres n'est pas carrelé. On note A l'aire carrelée, en m².

(a) Explique pourquoi $A = (2x+3)^2 - (x-1)^2$.

(b) Développe et réduis A.

(c) Factorise A, puis réduis dans chaque facteur.

(d) Choisis la forme de A la plus pratique pour calculer l'aire carrelée quand $x = 6$, puis calcule-la.

(e) Sacha voudrait une aire carrelée de 8 m². Est-ce possible ? Justifie.

Ex. 24 ★★★ **Le programme de Noé** — Voici le programme de calcul de Noé : choisis un nombre ; ajoute 3 ; élève le résultat au carré ; soustrais 4 fois le carré du nombre de départ.

(a) Applique le programme au nombre 2.

(b) On note x le nombre de départ et R le résultat. Écris R en fonction de x, puis développe et réduis R.

(c) Écris $4x^2$ comme un carré, puis factorise R au maximum.

(d) Quels nombres de départ donnent 0 ? Justifie.

(e) Noé cherche les nombres de départ qui donnent 9. Il divise par x et ne trouve que 2. Explique son erreur, puis trouve tous ces nombres.

4. *Développer ou factoriser : choisir la bonne forme*

À retenir : La forme vient de la dernière opération : $(x+4)(x-1)$ est un produit, $(x+4)^2 - 1$ est une différence. Pour $x = 0$, prends la forme développée. Pour annuler ou résoudre « $\ldots = 0$ », prends la forme factorisée. Un essai ne prouve rien.

Ex. 25 ★☆☆ **La dernière opération décide** — Pour chaque expression, donne la dernière opération effectuée. Dis ensuite si l'expression est une forme développée réduite, une forme factorisée ou ni l'une ni l'autre.

(a) $(2x-5)(x+3)$

(b) $(t-2)^2-36$

(c) $0{,}5a^2-9a+1$

(d) $3x(x-2)+7$

(e) $-5(t-1)(t+4)$

(f) $x^2+6x-2x$

(g) $(2a+3)^2$

Ex. 26 ★☆☆ **Deux formes au choix** — On a $B=(3x-2)(x+4)$, et sa forme développée réduite est $B=3x^2+10x-8$. Calcule B en choisissant la forme la plus pratique, et indique laquelle tu prends.

(a) B pour $x=0$

(b) B pour $x=-4$

(c) B pour $x=\dfrac{1}{3}$

(d) B pour $x=-\dfrac{1}{2}$

(e) Sans développer, trouve toutes les valeurs de x pour lesquelles $B=0$.

Ex. 27 ★★☆ **Yanis et Lina ne trouvent pas pareil** — On a $C=(x+5)^2-(2x-1)^2$. Yanis développe : $C=x^2+10x+25-4x^2-4x+1=-3x^2+6x+26$. Lina factorise et obtient $C=(3x+4)(6-x)$.

(a) Calcule C pour $x=0$ avec la forme de Yanis, puis avec celle de Lina. Que peux-tu en conclure ?

(b) Trouve l'erreur de Yanis, puis corrige son développement.

(c) Retrouve la factorisation de Lina en détaillant le calcul avec des crochets.

(d) Choisis la forme adaptée pour résoudre l'équation $C=0$.

Ex. 28 ★★☆ **Un essai ne suffit pas** — Inès affirme : « Pour tout nombre x, $(x+2)(x-6)=x^2-12$. J'ai vérifié avec $x=0$. »

(a) Teste l'égalité d'Inès avec $x=1$. A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Développe $(x+2)(x-6)$ et explique pourquoi l'essai avec $x=0$ marchait quand même.

(c) Prouve que, pour tout nombre a, $(2a-1)(a+3)+4=2a^2+5a+1$.

(d) Prouve que, pour tout nombre a, $(a+4)(a-2)-1=(a+3)(a-1)-6$.

Ex. 29 ★★☆ **Le jeu des étiquettes** — Étiquettes : x^2-4 ; $(2x-3)(x-5)$; x^2-8x+7 ; $(7x-1)(x-1)$; $2x^2-13x+15$; $(x+2)(x-2)$; $7x^2-8x+1$; $(x-1)(x-7)$.

Expression	Forme développée réduite	Forme factorisée
$A=(x-4)^2-9$		
$B=(x+2)(x-5)+3(x+2)$		
$C=x(2x-3)-5(2x-3)$		
$D=(4x-1)^2-9x^2$		

(a) Complète le tableau en plaçant chaque étiquette dans une case.

(b) Justifie la ligne de A par le calcul : développe A, puis factorise A.

(c) Contrôle la ligne de D : calcule ses trois écritures pour $x=2$.

(d) Avec la forme adaptée, trouve les expressions qui valent 0 pour $x=1$.

Ex. 30 ★★★ **Une expression, cinq missions** — On considère l'expression $D=(3x-1)^2-(x+3)^2$.

(a) Développe et réduis D.

(b) Factorise D au maximum.

(c) Calcule D pour $x=\frac{1}{4}$ en choisissant la forme la plus pratique.

(d) Résous l'équation $D=0$.

(e) Résous l'équation $D=-8$, sans diviser par x.

Ex. 31 ★★★ **Deux programmes jumeaux** — Programme A : « Choisir un nombre, lui ajouter 5, élever le résultat au carré, puis soustraire 25. » Programme B : « Choisir un nombre, puis le multiplier par la somme de ce nombre et de 10. »

(a) Teste les deux programmes avec 3, puis avec -2.

(b) Sacha affirme : « Les deux programmes donnent le même résultat pour 3 et pour -2, donc ils donnent toujours le même résultat. » Son raisonnement est-il valable ? Justifie.

(c) On choisit un nombre t. Écris le résultat A du programme A et le résultat B du programme B en fonction de t.

(d) Prouve que $A=B$ pour tout nombre t : d'abord en développant A et B, puis en ne transformant que A.

(e) Trouve tous les nombres de départ pour lesquels le programme A donne 0.

Ex. 32 ★★★ **La place et son bassin** — Une place carrée a pour côté $(2a+1)$ m, avec $a \geqslant 1$. On y creuse un bassin carré de côté $(a+2)$ m. On note S l'aire, en m², de la partie de la place qui reste. Pour S, Noé propose $3(a+1)(a+3)$ et Maëlys propose $3a^2-3$.

(a) Explique pourquoi $S = (2a+1)^2 - (a+2)^2$.

(b) Complète le tableau.

Écriture de S	Forme	Valeur pour $a=2$
$(2a+1)^2-(a+2)^2$		
$3(a+1)(a+3)$		
$3a^2-3$		

(c) L'écriture de Noé est-elle égale à S ? Et celle de Maëlys ? Justifie par un calcul littéral et corrige l'erreur de Noé.

(d) Résous l'équation $S=0$ avec la forme la plus adaptée, puis interprète le résultat dans la situation.

(e) Ben affirme : « Si a est un nombre entier, l'aire qui reste est un multiple de 3. » A-t-il raison ? Justifie.

5. *Équations produit nul*

À retenir : Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : $AB=0$ donne $A=0$ ou $B=0$. Je ramène tout à « $=0$ », je factorise, je ne divise jamais par x : $x^2=3x$ donne $x(x-3)=0$, donc $x=0$ ou $x=3$.

Ex. 33 ★☆☆ **Le produit nul en direct** — Résous chaque équation.

(a) $(t+6)(2t-5)=0$

(b) $x(4x+3)=0$

(c) $-5(a-9)=0$

(d) $(5x-2)^2=0$

(e) $(0{,}5x+3)(x-1{,}5)=0$

(f) $(x^2+4)(x-8)=0$

Ex. 34 ★☆☆ **Un membre nul, je factorise** — Factorise le membre de gauche, puis résous l'équation.

(a) $t^2-13t=0$

(b) $(x-2)(3x+1)+4(x-2)=0$

(c) $10a^2-25a=0$

(d) $x^2-64=0$

(e) $\frac{1}{9}x^2-1=0$

(f) $(x-4)^2-25=0$

Ex. 35 ★★☆ **Les quatre erreurs de Yanis** — Chaque résolution de Yanis contient au moins une erreur. Explique-la, puis résous correctement l'équation.

(a) Yanis divise les deux membres de $x^2=6x$ par x et trouve une seule solution : $x=6$.

(b) Pour $(x-3)(x+2)=-6$, Yanis écrit : $x-3=-6$ ou $x+2=-6$, donc $x=-3$ ou $x=-8$.

(c) Yanis écrit : « $(2x+1)(x^2+9)=0$ donne $x=-\frac{1}{2}$ et $x=-3$ ».

(d) Pour $(x+7)(3x-2)=0$, Yanis développe, obtient $3x^2+19x-14=0$ et reste bloqué.

Ex. 36 ★★☆ **Ramener à zéro avant tout** — Ramène chaque équation à un produit nul, puis résous-la.

(a) $(x+5)(4x-1)=(x+5)(x+8)$

(b) $(2t-3)(t+4)-(2t-3)(3t-2)=0$

(c) $(a-6)^2=4(a-6)$

(d) $(3x+2)^2-(x-4)^2=0$

Ex. 37 ★★☆ **Le programme de Nora** — Nora utilise ce programme de calcul : choisir un nombre ; lui soustraire 3 ; élever le résultat au carré ; soustraire 49.

(a) Calcule le résultat obtenu avec le nombre 5.

(b) On choisit le nombre x. Écris le résultat R en fonction de x.

(c) Factorise R.

(d) Nora veut obtenir 0. Quels nombres peut-elle choisir ?

(e) Vérifie chacune de ces solutions en appliquant le programme.

Ex. 38 ★★★ **Quatre questions sur F** — On considère l'expression $F=(2x-3)^2-(x+2)(2x-3)$.

(a) Développe et réduis F.

(b) Factorise F.

(c) Résous l'équation $F=0$.

(d) Résous l'équation $F=15$. Choisis la forme de F la plus adaptée.

(e) Pour résoudre $F=2$, Hugo part de la forme factorisée. Il écrit que chaque facteur est égal à 2. A-t-il raison ? Justifie en testant une des valeurs qu'il obtient.

Ex. 39 ★★★ **Vrai ou faux sur les solutions** — Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie.

(a) « L'équation $x^3=16x$ a trois solutions. »

(b) « La seule solution de l'équation $(a+3)^2=36$ est 3. »

(c) « Les solutions de l'équation $(2x-1)(x+4)=2x-1$ sont $\frac{1}{2}$ et -4. »

(d) « Dire que $t(5t+2)=0$, c'est dire que $t=0$ et $5t+2=0$. »

Ex. 40 ★★★ **La plaque découpée** — Une plaque carrée a pour côté $(2x+5)$ cm, où x est un nombre positif. Dans un coin de la plaque, on découpe un carré de côté $(x+1)$ cm. On note A l'aire, en cm², de ce qui reste de la plaque.

(a) Calcule A pour $x=3$.

(b) Exprime A en fonction de x, puis factorise A au maximum.

(c) Résous l'équation $A=0$. Explique pourquoi on ne peut pas obtenir une aire restante nulle avec cette plaque.

(d) Trouve les valeurs de x pour lesquelles l'aire restante est égale à l'aire d'un rectangle de 8 cm sur $(3x+3)$ cm.

(e) Vérifie chaque valeur trouvée en calculant les deux aires.

6. *Exercices type brevet*

À retenir : Je choisis la forme selon le but : pour $x=0$, la forme développée ; pour un facteur nul ou « $\ldots=0$ », la forme factorisée. Pour $x^2=5x$, je ne divise pas par x : $x(x-5)=0$ donne 0 et 5. Je rejette une longueur négative.

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : factoriser en une ligne** — Factorise au maximum.

(a) $25t^2-10t$

(b) $\dfrac{1}{4}x^2-9$

(c) $-12x^2-18x$

(d) $(x+5)^2-3(x+5)$

(e) $(3x-2)(x+4)-(x+4)$

(f) $(2a+1)^2-a^2$

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux de brevet** — Vrai ou faux ? Justifie.

(a) $x^2+64=(x+8)(x-8)$

(b) $x^2-100=(x-10)^2$

(c) Pour $x=-2$, l'expression $(x+2)(5x-1)+7$ vaut 0.

(d) $(t-1)^2-4=(t-3)(t+1)$

(e) $5x^2-20=5(x-2)(x+2)$

Ex. 43 ★★☆ **Le tableur de Yanis** — Yanis écrit des nombres dans la colonne A d'un tableur. Dans la cellule B2, il tape la formule « =(A2+2)^2-9 », puis il l'étire vers le bas. On note $F=(x+2)^2-9$.

(a) Développe et réduis F.

(b) Factorise F.

(c) Sans tableur, calcule F pour $x=0$, puis pour $x=-2$. À chaque fois, choisis la forme la plus pratique.

(d) Quels nombres Yanis doit-il écrire dans la colonne A pour que le tableur affiche 0 ? Justifie.

Ex. 44 ★★☆ **Le programme de Lina** — Programme : « Choisis un nombre. Calcule son carré. Soustrais au résultat le triple du nombre de départ. »

(a) Applique le programme à 7, puis à -2.

(b) Appelle x le nombre de départ. Écris le résultat en fonction de x, puis factorise-le.

(c) Lina cherche les nombres dont le carré est égal à leur triple. Elle divise $x^2=3x$ par x et trouve seulement 3. Corrige-la.

(d) Montre que, si le nombre de départ est un entier, le résultat est toujours un nombre pair.

Ex. 45 ★★☆ **La terrasse de Sacha** — Sacha a une terrasse carrée de côté $(x+3)$ m, avec $x>2$. Au milieu, il creuse un bassin carré de 5 m de côté. Il recouvre de dalles le reste de la terrasse.

(a) Exprime l'aire A de la partie dallée en fonction de x, puis factorise A.

(b) Calcule A pour $x=2$ avec la forme la plus pratique. Explique alors pourquoi l'énoncé impose $x>2$.

(c) Sacha veut exactement 39 m² de dalles. Écris l'équation correspondante, puis ramène-la à une équation produit nul.

(d) Résous cette équation et donne le côté de la terrasse.

Ex. 46 ★★★ **L'expression du brevet blanc** — On considère l'expression $E=(3x-1)^2-(x+5)^2$.

(a) Développe et réduis E.

(b) Factorise E au maximum.

(c) Calcule E pour $x=0$, puis pour $x=\frac{1}{2}$, en choisissant à chaque fois la forme la plus pratique.

(d) Résous l'équation $E=0$.

(e) Vrai ou faux ? « Si x est un nombre entier, alors E est un multiple de 8. » Justifie.

Ex. 47 ★★★ **Le potager agrandi de Noé** — Noé a un potager carré de côté x m, avec $x>0$. Il l'agrandit en allongeant chaque côté de 6 m : le nouveau potager est encore un carré.

(a) Exprime en fonction de x l'aire ajoutée A, en m², puis factorise A au maximum.

(b) Calcule l'aire ajoutée pour $x=4{,}5$ avec la forme de ton choix.

(c) Noé veut que l'aire du nouveau potager soit égale à 4 fois celle du potager de départ. Montre que x vérifie alors $(x+6)^2-(2x)^2=0$.

(d) Résous l'équation $(x+6)^2-(2x)^2=0$.

(e) Quel côté doit avoir le potager de départ ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Les deux programmes de Timéo et Rose** — Programme A : « Choisis un nombre. Ajoute-lui 5. Élève le résultat au carré. Soustrais 25. » Programme B : « Choisis un nombre. Multiplie-le par le nombre qui vaut 10 de plus. » On note t le nombre choisi.

(a) Applique les deux programmes au nombre -4.

(b) Timéo affirme : « Les deux programmes donnent toujours le même résultat. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Quels nombres de départ donnent 0 avec le programme A ?

(d) Rose cherche les nombres pour lesquels le programme A donne 7 fois le nombre de départ. Elle écrit : $t^2 + 10t = 7t$, puis, en divisant par t : $t + 10 = 7$, donc $t = -3$. Explique son erreur, puis trouve toutes les solutions.