Corrigé – Factoriser

Mathématiques – Seconde

Calcul littéral · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Facteur commun simple ★

Factorise. Souligne d'abord le facteur commun.

a) $6x + 12$

$= 6 \times x + 6 \times 2$

$= 6\,(x + 2)$

b) $5x^2 - 15x$

$= 5x \times x - 5x \times 3$

$= 5x\,(x - 3)$

c) $4x^2 + x$

$= x \times 4x + x \times 1$

$= x\,(4x + 1)$

d) $-3x - 9$

$= -3 \times x - 3 \times 3$

$= -3\,(x + 3)$

e) $7x^2 - 14x^3$

$= 7x^2 \times 1 - 7x^2 \times 2x$

$= 7x^2\,(1 - 2x)$

f) $2x^2 + 6x$

$= 2x \times x + 2x \times 3$

$= 2x\,(x + 3)$

g) $10x - 25$

$= 5 \times 2x - 5 \times 5$

$= 5\,(2x - 5)$

h) $x^3 + x^2$

$= x^2 \times x + x^2 \times 1$

$= x^2\,(x + 1)$

i) $12x^2 - 8x$

$= 4x \times 3x - 4x \times 2$

$= 4x\,(3x - 2)$

j) $-x^2 + 4x$

$= x \times (-x) + x \times 4$

$= x\,(4 - x)$

k) $9x^2 + 3x + 3$
$= 3 \times 3x^2 + 3 \times x + 3 \times 1$
$= 3\left(3x^2 + x + 1\right)$

l) $\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$
$= \dfrac{1}{2} \times x + \dfrac{1}{2} \times 3$
$= \dfrac{1}{2}(x + 3)$

Exercice 2 – Différence de deux carrés ★

Factorise avec $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. Écris d'abord qui est a et qui est b.

a) On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = x$ et $b = 9$.
$x^2 - 81$
$= x^2 - 9^2$
$= (x + 9)(x - 9)$

b) On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = x$ et $b = 1$.
$x^2 - 1$
$= x^2 - 1^2$
$= (x + 1)(x - 1)$

c) On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = 3x$ et $b = 5$.
$9x^2 - 25$
$= (3x)^2 - 5^2$
$= (3x + 5)(3x - 5)$

d) On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = 2$ et $b = x$.
$4 - x^2$
$= 2^2 - x^2$
$= (2 + x)(2 - x)$

e) On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = 5x$ et $b = 1$.
$25x^2 - 1$
$= (5x)^2 - 1^2$
$= (5x + 1)(5x - 1)$

f) On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = x$ et $b = \dfrac{1}{2}$.
$x^2 - \dfrac{1}{4}$
$= x^2 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2$
$= \left(x + \dfrac{1}{2}\right)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$

g) On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = 7x$ et $b = 8$.
$49x^2 - 64$
$= (7x)^2 - 8^2$
$= (7x + 8)(7x - 8)$

h) On utilise $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = 1$ et $b = 3x$.

$$\begin{aligned} &1 - 9x^2 \\ &\quad = 1^2 - (3x)^2 \\ &\quad = (1 + 3x)\,(1 - 3x) \end{aligned}$$

i) On utilise $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = x$ et $b = \sqrt{3}$.

$$\begin{aligned} &x^2 - 3 \\ &\quad = x^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 \\ &\quad = \left(x + \sqrt{3}\right)\left(x - \sqrt{3}\right) \end{aligned}$$

j) On utilise $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = 10x$ et $b = 7$.

$$\begin{aligned} &100x^2 - 49 \\ &\quad = (10x)^2 - 7^2 \\ &\quad = (10x + 7)\,(10x - 7) \end{aligned}$$

Exercice 3 – Carré d'une somme ou d'une différence ★

Factorise avec $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$.

a) On utilise $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ avec $a = x$ et $b = 5$.

$$\begin{aligned} &x^2 + 10x + 25 \\ &\quad = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 \\ &\quad = (x + 5)^2 \end{aligned}$$

b) On utilise $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ avec $a = x$ et $b = 7$.

$$\begin{aligned} &x^2 - 14x + 49 \\ &\quad = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2 \\ &\quad = (x - 7)^2 \end{aligned}$$

c) On utilise $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ avec $a = 2x$ et $b = 3$.

$$\begin{aligned} &4x^2 - 12x + 9 \\ &\quad = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \\ &\quad = (2x - 3)^2 \end{aligned}$$

d) On utilise $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ avec $a = 5x$ et $b = 2$.

$$\begin{aligned} &25x^2 + 20x + 4 \\ &\quad = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + 2^2 \\ &\quad = (5x + 2)^2 \end{aligned}$$

e) On utilise $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ avec $a = x$ et $b = 1$.

$$\begin{aligned} &x^2 + 2x + 1 \\ &\quad = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 \\ &\quad = (x + 1)^2 \end{aligned}$$

f) On utilise $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ avec $a = 3x$ et $b = 1$.

$$\begin{aligned} &9x^2 - 6x + 1 \\ &\quad = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 \\ &\quad = (3x - 1)^2 \end{aligned}$$

g) On utilise $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ avec $a=x$ et $b=\dfrac{1}{2}$.

$$\begin{aligned}
&x^2+x+\frac{1}{4}\\
&\quad=x^2+2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\\
&\quad=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2
\end{aligned}$$

h) On utilise $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ avec $a=4x$ et $b=5$.

$$\begin{aligned}
&16x^2+40x+25\\
&\quad=(4x)^2+2\times 4x\times 5+5^2\\
&\quad=(4x+5)^2
\end{aligned}$$

Exercice 4 – Facteur commun entre parenthèses ★★

Factorise, puis réduis le crochet. *Attention au signe devant le deuxième terme.*

a) $$\begin{aligned}
&(x+1)(2x-3)+(x+1)(x+4)\\
&\quad=(x+1)\big[(2x-3)+(x+4)\big]\\
&\quad=(x+1)(2x-3+x+4)\\
&\quad=(x+1)(3x+1)
\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}
&(x+1)(2x-3)-(x+1)(x+4)\\
&\quad=(x+1)\big[(2x-3)-(x+4)\big]\\
&\quad=(x+1)(2x-3-x-4)\\
&\quad=(x+1)(x-7)
\end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned}
&(2x+3)(x-2)+(2x+3)(3x-1)\\
&\quad=(2x+3)\big[(x-2)+(3x-1)\big]\\
&\quad=(2x+3)(x-2+3x-1)\\
&\quad=(2x+3)(4x-3)
\end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned}
&(x-5)^2+3(x-5)\\
&\quad=(x-5)(x-5)+3(x-5)\\
&\quad=(x-5)\big[(x-5)+3\big]\\
&\quad=(x-5)(x-5+3)\\
&\quad=(x-5)(x-2)
\end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned}
&(3x+2)(x-1)-(3x+2)\\
&\quad=(3x+2)(x-1)-(3x+2)\times 1\\
&\quad=(3x+2)\big[(x-1)-1\big]\\
&\quad=(3x+2)(x-1-1)\\
&\quad=(3x+2)(x-2)
\end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned}
&x(x-4)-(x-4)(2x+1)\\
&\quad=(x-4)\big[x-(2x+1)\big]\\
&\quad=(x-4)(x-2x-1)\\
&\quad=(x-4)(-x-1)
\end{aligned}$$

g) $(x-2)^2-(x-2)(5-x)$
$=(x-2)(x-2)-(x-2)(5-x)$
$=(x-2)\big[(x-2)-(5-x)\big]$
$=(x-2)(x-2-5+x)$
$=(x-2)(2x-7)$

h) $(4x-1)(x+3)-(4x-1)^2$
$=(4x-1)(x+3)-(4x-1)(4x-1)$
$=(4x-1)\big[(x+3)-(4x-1)\big]$
$=(4x-1)(x+3-4x+1)$
$=(4x-1)(-3x+4)$

i) $5(2x+1)-(2x+1)(x-3)$
$=(2x+1)\big[5-(x-3)\big]$
$=(2x+1)(5-x+3)$
$=(2x+1)(8-x)$

j) $(x+6)(2x-1)+(x+6)$
$=(x+6)(2x-1)+(x+6)\times 1$
$=(x+6)\big[(2x-1)+1\big]$
$=(x+6)\times 2x$
$=2x(x+6)$

Exercice 5 – Différence de carrés avec des parenthèses ★★

Factorise : $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$, où A et B sont des expressions.

a) $A=x+1$ et $B=4$.
$(x+1)^2-16$
$=(x+1)^2-4^2$
$=(x+1+4)(x+1-4)$
$=(x+5)(x-3)$

b) $A=7$ et $B=2x-1$.
$49-(2x-1)^2$
$=7^2-(2x-1)^2$
$=\big[7-(2x-1)\big]\big[7+(2x-1)\big]$
$=(7-2x+1)(7+2x-1)$
$=(8-2x)(2x+6)$

c) $A=3x-1$ et $B=x+2$.
$(3x-1)^2-(x+2)^2$
$=\big[(3x-1)-(x+2)\big]\big[(3x-1)+(x+2)\big]$
$=(3x-1-x-2)(3x-1+x+2)$
$=(2x-3)(4x+1)$

d) $A = x - 3$ et $B = 5$.
$(x-3)^2 - 25$
$= (x-3)^2 - 5^2$
$= (x - 3 - 5)(x - 3 + 5)$
$= (x-8)(x+2)$

e) $4 = 2^2$, donc $4(x+1)^2 = [2(x+1)]^2$: $A = 2x + 2$ et $B = 3$.
$4(x+1)^2 - 9$
$= \big[2(x+1)\big]^2 - 3^2$
$= (2x+2)^2 - 3^2$
$= (2x + 2 - 3)(2x + 2 + 3)$
$= (2x-1)(2x+5)$

f) $A = 2x + 5$ et $B = x - 1$.
$(2x+5)^2 - (x-1)^2$
$= \big[(2x+5) - (x-1)\big]\big[(2x+5) + (x-1)\big]$
$= (2x + 5 - x + 1)(2x + 5 + x - 1)$
$= (x+6)(3x+4)$

g) $A = 5 - x$ et $B = 2x + 1$.
$(5-x)^2 - (2x+1)^2$
$= \big[(5-x) - (2x+1)\big]\big[(5-x) + (2x+1)\big]$
$= (5 - x - 2x - 1)(5 - x + 2x + 1)$
$= (4-3x)(x+6)$

h) $A = x$ et $B = x + 2$.
$x^2 - (x+2)^2$
$= \big[x - (x+2)\big]\big[x + (x+2)\big]$
$= (x - x - 2)(x + x + 2)$
$= (-2)(2x+2)$
$= -2 \times 2(x+1)$
$= -4(x+1)$

Exercice 6 – Factoriser complètement ★★★

Factorise le plus possible : souvent en deux étapes (facteur commun, puis identité).

a) Facteur commun 2, puis $a^2 - b^2$ avec $a = x$ et $b = 3$.
$2x^2 - 18$
$= 2\left(x^2 - 9\right)$
$= 2\left(x^2 - 3^2\right)$
$= 2(x+3)(x-3)$

b) Facteur commun 3, puis $a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 2$.
$3x^2 - 12x + 12$
$= 3\left(x^2 - 4x + 4\right)$
$= 3\left(x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2\right)$
$= 3(x-2)^2$

c) Facteur commun x, puis $a^2 - b^2$ avec $a = x$ et $b = 1$.

$$\begin{aligned} & x^3 - x \\ &= x\left(x^2 - 1\right) \\ &= x\left(x^2 - 1^2\right) \\ &= x\,(x+1)\,(x-1) \end{aligned}$$

d) Facteur commun 4, puis $a^2 - b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 3$.

$$\begin{aligned} & 16x^2 - 36 \\ &= 4\left(4x^2 - 9\right) \\ &= 4\left[\,(2x)^2 - 3^2\right] \\ &= 4\,(2x+3)\,(2x-3) \end{aligned}$$

e) On factorise d'abord $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$: le facteur commun $(x+1)$ apparaît.

$$\begin{aligned} & (x+1)\,(2x-3) + x^2 - 1 \\ &= (x+1)\,(2x-3) + (x+1)\,(x-1) \\ &= (x+1)\left[\,(2x-3) + (x-1)\,\right] \\ &= (x+1)\,(2x - 3 + x - 1) \\ &= (x+1)\,(3x-4) \end{aligned}$$

f) On factorise d'abord $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$: le facteur commun $(x+2)$ apparaît.

$$\begin{aligned} & x^2 - 4 + (x+2)\,(3x-1) \\ &= (x+2)\,(x-2) + (x+2)\,(3x-1) \\ &= (x+2)\left[\,(x-2) + (3x-1)\,\right] \\ &= (x+2)\,(x - 2 + 3x - 1) \\ &= (x+2)\,(4x-3) \end{aligned}$$

g) On factorise d'abord $4x^2 - 9 = (2x-3)(2x+3)$: le facteur commun $(2x-3)$ apparaît.

$$\begin{aligned} & (2x-3)^2 - (2x-3)\,(x+5) + 4x^2 - 9 \\ &= (2x-3)^2 - (2x-3)\,(x+5) + (2x-3)\,(2x+3) \\ &= (2x-3)\left[\,(2x-3) - (x+5) + (2x+3)\,\right] \\ &= (2x-3)\,(2x - 3 - x - 5 + 2x + 3) \\ &= (2x-3)\,(3x-5) \end{aligned}$$

Exercice 7 – Choisir la bonne forme ★★★

On pose $A(x) = (x-3)^2 - 16$.

a) Développe $A(x)$. b) Factorise $A(x)$. c) En choisissant la forme la plus adaptée : calcule $A(0)$ et $A(3)$, résous

$A(x) = 0$, puis $A(x) = -7$.

a) On développe $(x-3)^2$ avec $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$$\begin{aligned} A(x) &= (x-3)^2 - 16 \\ &= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 - 16 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 16 \\ &= x^2 - 6x - 7 \end{aligned}$$

b) $16 = 4^2$: on utilise $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$ avec $A = x-3$ et $B = 4$.

$$\begin{aligned} A(x) &= (x-3)^2 - 4^2 \\ &= \big[(x-3) - 4\big]\big[(x-3) + 4\big] \\ &= (x - 3 - 4)\,(x - 3 + 4) \\ &= (x-7)\,(x+1) \end{aligned}$$

c) $A(0)$: la forme développée est la plus simple, car tous les termes en x s'annulent.

$A(0) = 0^2 - 6 \times 0 - 7 = -7$.

$A(3)$: la forme de départ est la plus simple, car $x - 3$ s'annule.

$A(3) = (3-3)^2 - 16 = 0 - 16 = -16$.

$A(x) = 0$: on prend la forme factorisée.

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

$$\begin{aligned} &(x-7)(x+1) = 0 \\ &\iff x - 7 = 0 \text{ ou } x + 1 = 0 \\ &\iff x = 7 \text{ ou } x = -1 \\ &S = \{-1\,;\,7\} \end{aligned}$$

$A(x) = -7$: on prend la forme développée, car le -7 disparaît des deux côtés.

$$\begin{aligned} &x^2 - 6x - 7 = -7 \\ &\iff x^2 - 6x = 0 \\ &\iff x(x-6) = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } x - 6 = 0 \\ &\iff x = 0 \text{ ou } x = 6 \\ &S = \{0\,;\,6\} \end{aligned}$$

Exercice 8 – Trouve l'erreur ★★

Chaque factorisation est fausse. Trouve l'erreur, puis écris la bonne.

a) $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$ *: c'est* $a^2 - b^2$ *qu'il faut.*

$$\begin{aligned} &x^2 - 9 \\ &= x^2 - 3^2 \\ &= (x-3)\,(x+3) \end{aligned}$$

b) $4x^2 = (2x)^2$*, donc* $a = 2x$.

$$\begin{aligned} &4x^2 - 25 \\ &= (2x)^2 - 5^2 \\ &= (2x-5)\,(2x+5) \end{aligned}$$

c) $-(x+5) = -x-5$ *:* $3x-1-x-5 = 2x-6$.

$$\begin{aligned}&(x+2)(3x-1)-(x+2)(x+5)\\&=(x+2)\big[(3x-1)-(x+5)\big]\\&=(x+2)(3x-1-x-5)\\&=(x+2)(2x-6)\end{aligned}$$

d) *Le facteur caché :* $(2x+5) = (2x+5)\times 1$*, donc* $(x+3)-1$.

$$\begin{aligned}&(2x+5)(x+3)-(2x+5)\\&=(2x+5)(x+3)-(2x+5)\times 1\\&=(2x+5)(x+3-1)\\&=(2x+5)(x+2)\end{aligned}$$

e) *Le double produit est négatif : c'est* $(a-b)^2$.

$$\begin{aligned}&16x^2-24x+9\\&=(4x)^2-2\times 4x\times 3+3^2\\&=(4x-3)^2\end{aligned}$$

f) $(x+3)(x-3) = x^2-9$.

x^2+9 est une **somme** de carrés : elle ne se factorise pas.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Une factorisation de $25x^2-4$ est :

Réponse B : $(5x-2)(5x+2)$
$(5x)^2-2^2$.

2. $x^2-8x+16$ est égal à :

Réponse D : $(x-4)^2$
$x^2-2\times x\times 4+4^2$.

3. $(x+2)(x-1)-(x+2)(3x+4)$ est égal à :

Réponse A : $(x+2)(-2x-5)$
$(x-1)-(3x+4) = -2x-5$.

4. Laquelle de ces expressions ne se factorise pas avec une identité remarquable ?

Réponse C : x^2+16
Une somme de deux carrés ne se factorise pas.

5. La factorisation complète de $3x^2-27$ est :

Réponse A : $3(x-3)(x+3)$
$3(x^2-9)$ n'est pas fini : $x^2-9 = (x-3)(x+3)$.

6. $(2x-1)^2-9$ est égal à :

Réponse D : $(2x-4)(2x+2)$
$(2x-1-3)(2x-1+3)$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).