Factoriser un trinôme, somme et produit des racines – exercices

Mathématiques – Première spécialité

Second degré · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- On n'oublie pas a : $2x^2 - x - 1 = 2(x - 1)\left(x + \dfrac{1}{2}\right)$, et non $(x-1)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$.
- Pour une racine négative, $x - (-7) = x + 7$: le facteur porte le signe contraire de la racine.
- Si $\Delta < 0$, le trinôme ne se factorise pas en produit de facteurs du premier degré.
- Racine évidente : 1 si $a + b + c = 0$; -1 si $a - b + c = 0$.
- $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$, avec un signe moins ; $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a}$, sans signe moins.
- Deux nombres de somme s et de produit p sont les solutions de $x^2 - sx + p = 0$: un « $-$ » devant s.

Exercice 1 – Écrire la forme factorisée ★

On donne les racines du trinôme $f(x)$. Écris sa forme factorisée.

a) $f(x) = 2x^2 + 2x - 12$ a pour racines 2 et -3.

b) $f(x) = -x^2 + x + 6$ a pour racines 3 et -2.

c) $f(x) = x^2 - 10x + 25$ a pour racine 5 (racine double).

d) $f(x) = 3x^2 - 3$ a pour racines 1 et -1.

e) $f(x) = -2x^2 + 8x$ a pour racines 0 et 4.

f) $f(x) = 4x^2 + 4x - 3$ a pour racines $\dfrac{1}{2}$ et $-\dfrac{3}{2}$.

g) $f(x) = x^2 - 2x - 1$ a pour racines $1 - \sqrt{2}$ et $1 + \sqrt{2}$.

h) $f(x) = -3x^2 - 12x - 12$ a pour racine -2 (racine double).

Exercice 2 – Somme et produit des racines ★

Sans calculer les racines, donne leur somme S et leur produit P. Vérifie d'abord, avec Δ, qu'elles existent.

a) $f(x) = x^2 - 7x + 10$

b) $f(x) = 2x^2 + 6x - 5$

c) $f(x) = -x^2 + 4x + 3$

d) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$

e) $f(x) = -2x^2 - x + 6$

f) $f(x) = 5x^2 - 20$

g) $f(x) = 4x^2 + 12x + 9$

h) $f(x) = x^2 + x + 1$

Exercice 3 – Racine évidente ★

Trouve une racine évidente (teste 1 et -1, ou vérifie la valeur proposée), puis l'autre racine à l'aide du produit $\dfrac{c}{a}$ ou de la somme $-\dfrac{b}{a}$, sans calculer Δ.

a) $f(x) = x^2 + 4x - 5$

b) $f(x) = 2x^2 - 7x + 5$

c) $f(x) = 3x^2 + 5x + 2$

d) $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

e) $f(x) = 4x^2 + x - 3$

f) Vérifie que 2 est racine de $x^2 + 4x - 12$.

g) Vérifie que 3 est racine de $3x^2 - 8x - 3$.

h) $f(x) = 5x^2 - 2x - 3$

Exercice 4 – Factoriser avec le discriminant ★★

Factorise le trinôme lorsque c'est possible. Écris la forme factorisée sans fraction quand c'est possible.

a) $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$

b) $f(x) = -x^2 + 2x + 15$

c) $f(x) = 6x^2 + x - 1$

d) $f(x) = x^2 + 4x + 1$

e) $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$

f) $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$

Exercice 5 – Deux nombres de somme et de produit donnés ★★

Résous en utilisant l'équation $x^2 - sx + p = 0$.

a) Trouve, s'ils existent, deux nombres dont la somme vaut 10 et le produit 21.

b) Trouve, s'ils existent, deux nombres dont la somme vaut 2 et le produit -15.

c) Trouve, s'ils existent, deux nombres dont la somme vaut -7 et le produit 12.

d) Trouve, s'ils existent, deux nombres dont la somme vaut 4 et le produit 5.

e) Trouve, s'ils existent, deux nombres dont la somme vaut 6 et le produit 9.

f) Trouve, s'ils existent, deux nombres dont la somme vaut 1 et le produit -1.

Exercice 6 – Retrouver un trinôme ★★

Détermine la forme développée du trinôme f décrit.

a) f a pour racines 2 et 5, et le coefficient de x^2 vaut 3.

b) f a pour racines -1 et 4, et $f(0) = 8$.

c) f a pour racines -3 et $\dfrac{1}{2}$, et $f(1) = 8$.

d) f a une seule racine, 2, et sa courbe passe par le point $(0\,;\,-12)$.

e) $f(x) = x^2 + bx + c$ a pour racines $2 - \sqrt{5}$ et $2 + \sqrt{5}$.

Exercice 7 – Simplifier un quotient ★★★

Factorise le numérateur et le dénominateur, puis simplifie. Précise pour quels x le quotient existe.

a) $\dfrac{x^2+x-6}{x^2-4}$

b) $\dfrac{2x^2-3x-2}{x-2}$

c) $\dfrac{3x^2+5x-2}{3x^2-7x+2}$

Exercice 8 – Un trinôme à compléter ★★★

Soit $f(x) = 2x^2 + bx - 6$, où b est un réel. On sait que -2 est une racine de f.

1. Détermine b.
2. Sans calculer Δ, trouve l'autre racine de f.
3. Factorise $f(x)$.
4. Résous l'équation $f(x) = (x+2)(x-1)$.

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis écris la bonne réponse.

a) Racines -1 et 2 : $3x^2 - 3x - 6 = (x+1)\,(x-2)$

b) Racines -4 et 2 : $x^2 + 2x - 8 = (x-4)\,(x+2)$

c) Pour $2x^2+8x+3$: $S = \dfrac{8}{2} = 4$ et $P = \dfrac{3}{2}$.

d) Deux nombres de somme 5 et de produit 6 sont les solutions de $x^2+5x+6=0$: ce sont -2 et -3.

e) $3x^2 + 2x - 5$: $a - b + c = 0$, donc -1 est racine.

f) $\Delta = 0$, racine double $\dfrac{1}{2}$: $4x^2 - 4x + 1 = 4\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. La forme factorisée de $x^2 - x - 6$ est :

   A $(x+3)(x-2)$ **B** $(x-3)(x-2)$ **C** $(x-3)(x+2)$ **D** $(x-6)(x+1)$

2. Le trinôme $5x^2 + 3x - 8$ a pour racines :

   A 1 et $-\dfrac{8}{5}$ **B** -1 et $\dfrac{8}{5}$ **C** 1 et $\dfrac{8}{5}$ **D** 1 et -8

3. La somme des racines de $3x^2 - 12x + 2$ vaut :

   A -4 **B** $\dfrac{2}{3}$ **C** 12 **D** 4

4. Deux nombres ont pour somme -1 et pour produit -20. Ce sont :

   A 5 et -4 **B** -5 et 4 **C** -5 et -4 **D** -10 et 2

5. Le trinôme $2x^2 + 3x + 4$:

   A a une racine double **B** s'écrit $2(x+1)(x+2)$ **C** a deux racines de somme $-\dfrac{3}{2}$

   D ne se factorise pas

6. Le trinôme de racines -2 et 3 qui vaut 12 en 0 est :

A $-2(x+2)(x-3)$ **B** $2(x+2)(x-3)$ **C** $12(x+2)(x-3)$ **D** $-2(x-2)(x+3)$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).