Corrigé – Factoriser un trinôme, somme et produit des racines

Mathématiques – Première spécialité

Second degré · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Écrire la forme factorisée ★

On donne les racines du trinôme $f(x)$. Écris sa forme factorisée.

a) $a = 2$.
On écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$.
$$\begin{aligned} 2x^2 + 2x - 12 &= 2\,(x - 2)\,(x - (-3)) \\ &= 2\,(x - 2)\,(x + 3) \end{aligned}$$

b) $a = -1$.
On écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$.
$$\begin{aligned} -x^2 + x + 6 &= -\,(x - 3)\,(x - (-2)) \\ &= -\,(x - 3)\,(x + 2) \end{aligned}$$

c) $a = 1$.
Racine double : on écrit $a(x - x_0)^2$.
$$\begin{aligned} x^2 - 10x + 25 &= (x - 5)^2 \end{aligned}$$

d) $a = 3$.
On écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$.
$$\begin{aligned} 3x^2 - 3 &= 3\,(x - 1)\,(x - (-1)) \\ &= 3\,(x - 1)\,(x + 1) \end{aligned}$$

e) $a = -2$.
On écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$.
$$\begin{aligned} -2x^2 + 8x &= -2\,(x - 0)\,(x - 4) \\ &= -2x\,(x - 4) \end{aligned}$$

f) $a = 4$.
On écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$.
$$\begin{aligned} 4x^2 + 4x - 3 &= 4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) \\ &= 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \times 2\left(x + \frac{3}{2}\right) \\ &= (2x - 1)\,(2x + 3) \end{aligned}$$

g) $a = 1$.
On écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$.
$x^2 - 2x - 1$
$= \left(x - \left(1 - \sqrt{2}\right)\right)\left(x - \left(1 + \sqrt{2}\right)\right)$
$= \left(x - 1 + \sqrt{2}\right)\left(x - 1 - \sqrt{2}\right)$

h) $a = -3$.
Racine double : on écrit $a(x - x_0)^2$.
$-3x^2 - 12x - 12$
$= -3\left(x - (-2)\right)^2$
$= -3\left(x + 2\right)^2$

Exercice 2 – Somme et produit des racines ★

Sans calculer les racines, donne leur somme S et leur produit P. Vérifie d'abord, avec Δ, qu'elles existent.

a) $a = 1, b = -7, c = 10$.
$\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 10$
$= 49 - 40$
$= 9$
$\Delta > 0$: deux racines.
$S = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-7}{1} = 7$ et $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{10}{1} = 10$.

b) $a = 2, b = 6, c = -5$.
$\Delta = 6^2 - 4 \times 2 \times (-5)$
$= 36 + 40$
$= 76$
$\Delta > 0$: deux racines.
$S = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{6}{2} = -3$ et $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-5}{2} = -\dfrac{5}{2}$.

c) $a = -1, b = 4, c = 3$.
$\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times 3$
$= 16 + 12$
$= 28$
$\Delta > 0$: deux racines.
$S = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{4}{-1} = 4$ et $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{3}{-1} = -3$.

d) $a = 3, b = -5, c = 1$.
$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 3 \times 1$
$= 25 - 12$
$= 13$
$\Delta > 0$: deux racines.
$S = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-5}{3} = \dfrac{5}{3}$ et $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{3}$.

e) $a = -2$, $b = -1$, $c = 6$.
$\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-2) \times 6$
$= 1 + 48$
$= 49$
$\Delta > 0$: deux racines.
$S = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-1}{-2} = -\dfrac{1}{2}$ et $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{6}{-2} = -3$.

f) $a = 5$, $b = 0$, $c = -20$.
$\Delta = 0^2 - 4 \times 5 \times (-20)$
$= 0 + 400$
$= 400$
$\Delta > 0$: deux racines.
$S = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{0}{5} = 0$ et $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-20}{5} = -4$.

g) $a = 4$, $b = 12$, $c = 9$.
$\Delta = 12^2 - 4 \times 4 \times 9$
$= 144 - 144$
$= 0$
$\Delta = 0$: une racine double x_0, comptée deux fois ($x_1 = x_2 = x_0$).
$S = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{12}{4} = -3$ et $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{9}{4}$.

h) $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$.
$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1$
$= 1 - 4$
$= -3$
$\Delta < 0$ *: le trinôme n'a pas de racine réelle.*
Parler de la somme et du produit de ses racines n'a donc pas de sens.

Exercice 3 – Racine évidente ★

Trouve une racine évidente (teste 1 et -1, ou vérifie la valeur proposée), puis l'autre racine à l'aide du produit $\dfrac{c}{a}$ ou de la somme $-\dfrac{b}{a}$, sans calculer Δ.

a) $a + b + c = 1 + 4 - 5 = 0$: 1 est racine.
Produit des racines : $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = -5$, donc $1 \times x_2 = -5$ et $x_2 = -5$.

b) $a + b + c = 2 - 7 + 5 = 0$: 1 est racine.
Produit des racines : $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{5}{2}$, donc $1 \times x_2 = \dfrac{5}{2}$ et $x_2 = \dfrac{5}{2}$.

c) $a - b + c = 3 - 5 + 2 = 0$: -1 est racine.
Produit des racines : $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2}{3}$, donc $(-1) \times x_2 = \dfrac{2}{3}$ et $x_2 = -\dfrac{2}{3}$.

d) $a + b + c = -1 + 6 - 5 = 0$: 1 est racine.
Produit des racines : $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = 5$, donc $1 \times x_2 = 5$ et $x_2 = 5$.

e) $a - b + c = 4 - 1 - 3 = 0$: -1 est racine.
Produit des racines : $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = -\dfrac{3}{4}$, donc $(-1) \times x_2 = -\dfrac{3}{4}$ et $x_2 = \dfrac{3}{4}$.

f) $f(2) = 2^2 + 4 \times 2 - 12$
$= 4 + 8 - 12$
$= 0$
Donc 2 est racine.
Produit des racines : $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = -12$, donc $2 \times x_2 = -12$ et $x_2 = -6$.

g) $f(3) = 3 \times 3^2 - 8 \times 3 - 3$
$= 27 - 24 - 3$
$= 0$
Donc 3 est racine.
Somme des racines : $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{8}{3}$, donc $3 + x_2 = \dfrac{8}{3}$ et $x_2 = \dfrac{8}{3} - 3 = -\dfrac{1}{3}$.

h) $a + b + c = 5 - 2 - 3 = 0$: 1 est racine.
Produit des racines : $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = -\dfrac{3}{5}$, donc $1 \times x_2 = -\dfrac{3}{5}$ et $x_2 = -\dfrac{3}{5}$.

Exercice 4 – Factoriser avec le discriminant ★★

Factorise le trinôme lorsque c'est possible. Écris la forme factorisée sans fraction quand c'est possible.

a) $a = 2, b = -5, c = -3$.
$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3)$
$= 25 + 24$
$= 49$
$\Delta > 0$: deux racines.
On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$.
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-5) - 7}{2 \times 2} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$
$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-5) + 7}{2 \times 2} = \dfrac{12}{4} = 3$
$f(x) = 2x^2 - 5x - 3$
$= 2\left(x - \left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)(x - 3)$
$= 2\left(x + \dfrac{1}{2}\right)(x - 3)$
$= (2x + 1)(x - 3)$

b) $a = -1, b = 2, c = 15$.
$\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 15$
$= 4 + 60$
$= 64$
$\Delta > 0$: deux racines.
On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8$.
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-2 - 8}{2 \times (-1)} = \dfrac{-10}{-2} = 5$
$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-2 + 8}{2 \times (-1)} = \dfrac{6}{-2} = -3$
$f(x) = -x^2 + 2x + 15$
$= -(x - (-3))(x - 5)$
$= -(x + 3)(x - 5)$

c) $a=6$, $b=1$, $c=-1$.

$\Delta = 1^2 - 4\times 6\times(-1)$
$\quad = 1+24$
$\quad = 25$

$\Delta > 0$: deux racines.

On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$.

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1-5}{2\times 6} = \dfrac{-6}{12} = -\dfrac{1}{2}$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1+5}{2\times 6} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$

$f(x) = 6x^2+x-1$
$\quad = 6\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\left(x-\dfrac{1}{3}\right)$
$\quad = 2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\times 3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)$
$\quad = (2x+1)(3x-1)$

d) $a=1$, $b=4$, $c=1$.

$\Delta = 4^2 - 4\times 1\times 1$
$\quad = 16-4$
$\quad = 12$

$\Delta > 0$: deux racines.

On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4-2\sqrt{3}}{2\times 1} = \dfrac{-4-2\sqrt{3}}{2} = -2-\sqrt{3}$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4+2\sqrt{3}}{2\times 1} = \dfrac{-4+2\sqrt{3}}{2} = -2+\sqrt{3}$

$f(x) = x^2+4x+1$
$\quad = \left(x-\left(-2-\sqrt{3}\right)\right)\left(x-\left(-2+\sqrt{3}\right)\right)$
$\quad = \left(x+2+\sqrt{3}\right)\left(x+2-\sqrt{3}\right)$

e) $a=3$, $b=2$, $c=4$.

$\Delta = 2^2 - 4\times 3\times 4$
$\quad = 4-48$
$\quad = -44$

$\Delta < 0$: le trinôme n'a pas de racine réelle.

Le trinôme ne se factorise pas.

f) $a=-4$, $b=12$, $c=-9$.

$\Delta = 12^2 - 4\times(-4)\times(-9)$
$\quad = 144-144$
$\quad = 0$

$\Delta = 0$: une seule racine, $x_0 = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{12}{2\times(-4)} = \dfrac{3}{2}$.

$f(x) = -4x^2+12x-9$
$\quad = -4\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2$
$\quad = -\left[2\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\right]^2$
$\quad = -(2x-3)^2$

Exercice 5 – Deux nombres de somme et de produit donnés ★★

Résous en utilisant l'équation $x^2 - sx + p = 0$.

a) Les deux nombres sont les solutions de $x^2 - sx + p = 0$, soit $x^2 - 10x + 21 = 0$.

$a = 1$, $b = -10$, $c = 21$.

$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21$

$\quad = 100 - 84$

$\quad = 16$

$\Delta > 0$: deux racines.

On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{16} = 4$.

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-10) - 4}{2 \times 1} = \dfrac{6}{2} = 3$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-10) + 4}{2 \times 1} = \dfrac{14}{2} = 7$

Les deux nombres sont 3 et 7.

b) Les deux nombres sont les solutions de $x^2 - sx + p = 0$, soit $x^2 - 2x - 15 = 0$.

$a = 1$, $b = -2$, $c = -15$.

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-15)$

$\quad = 4 + 60$

$\quad = 64$

$\Delta > 0$: deux racines.

On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8$.

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-2) - 8}{2 \times 1} = \dfrac{-6}{2} = -3$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-2) + 8}{2 \times 1} = \dfrac{10}{2} = 5$

Les deux nombres sont -3 et 5.

c) Les deux nombres sont les solutions de $x^2 - sx + p = 0$, soit $x^2 + 7x + 12 = 0$.

$a = 1$, $b = 7$, $c = 12$.

$\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times 12$

$\quad = 49 - 48$

$\quad = 1$

$\Delta > 0$: deux racines.

On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$.

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7 - 1}{2 \times 1} = \dfrac{-8}{2} = -4$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7 + 1}{2 \times 1} = \dfrac{-6}{2} = -3$

Les deux nombres sont -4 et -3.

d) Les deux nombres sont les solutions de $x^2 - sx + p = 0$, soit $x^2 - 4x + 5 = 0$.

$a = 1$, $b = -4$, $c = 5$.

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5$

$\quad = 16 - 20$

$\quad = -4$

$\Delta < 0$: le trinôme n'a pas de racine réelle.

Il n'existe aucun couple de réels de somme 4 et de produit 5.

e) Les deux nombres sont les solutions de $x^2 - sx + p = 0$, soit $x^2 - 6x + 9 = 0$.
$a = 1$, $b = -6$, $c = 9$.
$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9$
$= 36 - 36$
$= 0$
$\Delta = 0$: une seule racine, $x_0 = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-6}{2 \times 1} = 3$.
Les deux nombres sont égaux : 3 et 3.

f) Les deux nombres sont les solutions de $x^2 - sx + p = 0$, soit $x^2 - x - 1 = 0$.
$a = 1$, $b = -1$, $c = -1$.
$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)$
$= 1 + 4$
$= 5$
$\Delta > 0$: deux racines.
On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$.
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-1) - \sqrt{5}}{2 \times 1} = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$
$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-1) + \sqrt{5}}{2 \times 1} = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$
Les deux nombres sont $\dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$ et $\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Exercice 6 – Retrouver un trinôme ★★

Détermine la forme développée du trinôme f décrit.

a) $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $a = 3$:
$f(x) = 3\,(x - 2)\,(x - 5)$
$= 3\left(x^2 - 5x - 2x + 10\right)$
$= 3\left(x^2 - 7x + 10\right)$
$= 3x^2 - 21x + 30$

b) $f(x) = a(x + 1)(x - 4)$, et $f(0) = 8$:
$a\,(0 + 1)\,(0 - 4) = 8$
$\iff -4a = 8$
$\iff a = -2$ *(on divise par -4)*
$S = \{-2\}$

$f(x) = -2\,(x + 1)\,(x - 4)$
$= -2\left(x^2 - 4x + x - 4\right)$
$= -2\left(x^2 - 3x - 4\right)$
$= -2x^2 + 6x + 8$

c) $f(x) = a(x+3)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$, et $f(1) = 8$:

$a\,(1+3)\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) = 8$

$\iff 2a = 8 \quad (4 \times \dfrac{1}{2} = 2)$

$\iff a = 4$

$S = \{4\}$

$f(x) = 4\,(x+3)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$

$= (x+3) \times 4\left(x - \dfrac{1}{2}\right)$

$= (x+3)\,(4x - 2)$

$= 4x^2 - 2x + 12x - 6$

$= 4x^2 + 10x - 6$

d) Racine double : $f(x) = a(x-2)^2$, et $f(0) = -12$:

$a\,(0-2)^2 = -12$

$\iff 4a = -12$

$\iff a = -3$

$S = \{-3\}$

$f(x) = -3\,(x-2)^2$

$= -3\left(x^2 - 4x + 4\right)$

$= -3x^2 + 12x - 12$

e) Ici $a = 1$: $x_1 + x_2 = -b$ et $x_1 x_2 = c$.

$x_1 + x_2 = \left(2 - \sqrt{5}\right) + \left(2 + \sqrt{5}\right)$

$= 4$

$x_1 x_2 = \left(2 - \sqrt{5}\right)\left(2 + \sqrt{5}\right)$

$= 2^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2$

$= 4 - 5$

$= -1$

Donc $b = -4$ et $c = -1$: $f(x) = x^2 - 4x - 1$.

Exercice 7 – Simplifier un quotient ★★★

Factorise le numérateur et le dénominateur, puis simplifie. Précise pour quels x le quotient existe.

a) Dénominateur : $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$, nul en 2 et en -2.

Le quotient existe pour $x \neq -2$ et $x \neq 2$.

Numérateur :

$a = 1, b = 1, c = -6$.

$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-6)$

$= 1 + 24$

$= 25$

$\Delta > 0$: deux racines.

On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$.

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 - 5}{2 \times 1} = \dfrac{-6}{2} = -3$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1 + 5}{2 \times 1} = \dfrac{4}{2} = 2$

$x^2 + x - 6$

$= (x-2)\,(x+3)$

Pour $x \neq -2$ et $x \neq 2$:

$\dfrac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$

$= \dfrac{(x-2)\,(x+3)}{(x-2)\,(x+2)}$

$= \dfrac{x+3}{x+2}$

b) Le quotient existe pour $x \neq 2$.

Numérateur : 2 est racine évidente, car $2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 2$

$= 8 - 6 - 2$

$= 0$

Produit des racines : $\dfrac{c}{a} = -1$, donc l'autre racine est $-\dfrac{1}{2}$.

$2x^2 - 3x - 2$

$= 2\,(x-2)\left(x + \dfrac{1}{2}\right)$

$= (x-2)\,(2x+1)$

Pour $x \neq 2$:

$\dfrac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$

$= \dfrac{(x-2)\,(2x+1)}{x-2}$

$= 2x + 1$

c) Dénominateur :

$a = 3, b = -7, c = 2.$

$\Delta = (-7)^2 - 4 \times 3 \times 2$

$= 49 - 24$

$= 25$

$\Delta > 0$: deux racines.

On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5.$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-7) - 5}{2 \times 3} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-7) + 5}{2 \times 3} = \dfrac{12}{6} = 2$

$3x^2 - 7x + 2$

$= 3\left(x - \dfrac{1}{3}\right)(x - 2)$

$= (3x - 1)(x - 2)$

Le quotient existe pour $x \neq \dfrac{1}{3}$ et $x \neq 2.$

Numérateur :

$a = 3, b = 5, c = -2.$

$\Delta = 5^2 - 4 \times 3 \times (-2)$

$= 25 + 24$

$= 49$

$\Delta > 0$: deux racines.

On calcule $\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7.$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5 - 7}{2 \times 3} = \dfrac{-12}{6} = -2$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-5 + 7}{2 \times 3} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

$3x^2 + 5x - 2$

$= 3(x + 2)\left(x - \dfrac{1}{3}\right)$

$= (3x - 1)(x + 2)$

Pour $x \neq \dfrac{1}{3}$ et $x \neq 2$:

$\dfrac{3x^2 + 5x - 2}{3x^2 - 7x + 2}$

$= \dfrac{(3x - 1)(x + 2)}{(3x - 1)(x - 2)}$

$= \dfrac{x + 2}{x - 2}$

Exercice 8 – Un trinôme à compléter ★★★

1. -2 est racine, donc $f(-2) = 0$:

$2(-2)^2 + b \times (-2) - 6 = 0$

$\iff 8 - 2b - 6 = 0$

$\iff 2 - 2b = 0$

$\iff b = 1$ *(on ajoute $2b$ puis on divise par 2)*

Donc $b = 1$ et $f(x) = 2x^2 + x - 6.$

2. Produit des racines : $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-6}{2} = -3$.
   Avec $x_1 = -2$, l'autre racine x vérifie :
   $-2x = -3$
   $\iff x = \dfrac{3}{2}$ *(on divise par -2)*

   L'autre racine est $\dfrac{3}{2}$.
   Contrôle par la somme : $-2 + \dfrac{3}{2} = -\dfrac{1}{2} = -\dfrac{b}{a}$.

3. $f(x) = 2x^2 + x - 6$
   $= 2\,(x+2)\left(x - \dfrac{3}{2}\right)$
   $= (x+2)\,(2x-3)$

4. On utilise la forme factorisée et on met $(x+2)$ en facteur, sans développer.
   $(x+2)\,(2x-3) = (x+2)\,(x-1)$
   $\iff (x+2)\,(2x-3) - (x+2)\,(x-1) = 0$ *(on passe tout à gauche)*
   $\iff (x+2)\,\big[\,(2x-3) - (x-1)\,\big] = 0$ *(facteur commun $x+2$)*
   $\iff (x+2)\,(x-2) = 0$
   $\iff x = -2$ ou $x = 2$ *(produit nul)*
   $S = \{-2\,;\,2\}$

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis écris la bonne réponse.

a) *Le coefficient $a = 3$ a été oublié devant les parenthèses.*

$3x^2 - 3x - 6$
$= 3\,(x - (-1))\,(x - 2)$
$= 3\,(x+1)\,(x-2)$

b) *Les racines sont -4 et 2 : $x - (-4) = x + 4$.*
Les signes ont été inversés.

$x^2 + 2x - 8$
$= (x - (-4))\,(x - 2)$
$= (x+4)\,(x-2)$

c) *La somme est $-\dfrac{b}{a}$: le signe moins a été oublié.*
$\Delta = 64 - 24 = 40 > 0$: deux racines.
$S = -\dfrac{8}{2} = -4$ et $P = \dfrac{3}{2}$.

d) *L'équation est $x^2 - sx + p = 0$: $-5x$, et non $+5x$.*
$x^2 - 5x + 6 = 0$
$\iff (x-2)\,(x-3) = 0$ *($-2-3 = -5$ et $(-2)\times(-3) = 6$)*
$S = \{2\,;\,3\}$

Les deux nombres sont 2 et 3.

e) $a-b+c=3-2-5=-4\neq 0$ *: -1 n'est pas racine.*

En revanche $a+b+c=3+2-5=0$: 1 est racine.

Produit : $1\times x_2=\dfrac{c}{a}=-\dfrac{5}{3}$, donc l'autre racine est $-\dfrac{5}{3}$.

f) *Racine double : le facteur est au carré, $a(x-x_0)^2$.*

$$\begin{aligned}&4x^2-4x+1\\&=4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\\&=(2x-1)^2\end{aligned}$$

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. La forme factorisée de x^2-x-6 est :

Réponse C : $(x-3)(x+2)$

Les racines sont -2 et 3 ($\Delta=25$) : $(x-3)(x-(-2))$.

2. Le trinôme $5x^2+3x-8$ a pour racines :

Réponse A : 1 et $-\dfrac{8}{5}$

$a+b+c=0$: 1 est racine ; le produit $\dfrac{c}{a}=-\dfrac{8}{5}$ donne l'autre.

3. La somme des racines de $3x^2-12x+2$ vaut :

Réponse D : 4

$\Delta=144-24>0$, et $S=-\dfrac{-12}{3}=4$.

4. Deux nombres ont pour somme -1 et pour produit -20. Ce sont :

Réponse B : -5 et 4

Ce sont les solutions de $x^2+x-20=0$: -5 et 4.

5. Le trinôme $2x^2+3x+4$:

Réponse D : ne se factorise pas

$\Delta=9-32<0$: pas de racine, donc pas de factorisation.

6. Le trinôme de racines -2 et 3 qui vaut 12 en 0 est :

Réponse A : $-2(x+2)(x-3)$

$f(0)=a\times 2\times(-3)=-6a=12$, donc $a=-2$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).