1. Rappels de 5e : tester, $x + b = c$ et $ax = c$

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : une addition ou une soustraction**

(a) On soustrait 9 aux deux membres : $x = 4 - 9 = -5$. La solution est -5. Vérification : $-5 + 9 = 4$ ✓

(b) On ajoute 8 aux deux membres : $t = -2 + 8 = 6$. La solution est 6. Vérification : $6 - 8 = -2$ ✓

(c) x est le nombre qu'on retire à 14 pour obtenir 6. On applique l'opération inverse : $x = 14 - 6 = 8$. La solution est 8. Vérification : $14 - 8 = 6$ ✓

(d) On ajoute 3,8 aux deux membres : $n = -2{,}5 + 3{,}8 = 1{,}3$. La solution est 1,3. Vérification : $1{,}3 - 3{,}8 = -2{,}5$ ✓

(e) On soustrait $\frac{2}{3}$ aux deux membres : $x = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. La solution est $\frac{1}{3}$. Vérification : $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ ✓

(f) x est le nombre qu'on retire à 6 pour obtenir 13. On applique l'opération inverse : $x = 6 - 13 = -7$. La solution est -7. Vérification : $6 - (-7) = 13$ ✓

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : une multiplication**

(a) On divise les deux membres par 12 : $x = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ (et non $\frac{12}{10}$). La solution est $\frac{5}{6}$. Vérification : $12 \times \frac{5}{6} = 10$ ✓

(b) $-a$, c'est $(-1) \times a$. On divise par -1 : $a = -9$. La solution est -9. Vérification : $-(-9) = 9$ ✓

(c) On divise par -4 : $t = 26 \div (-4) = -6{,}5$. La solution est $-6{,}5$. Vérification : $(-4) \times (-6{,}5) = 26$ ✓

(d) On divise par 9 : $n = \frac{5}{9}$. Comme $5 \div 9$ ne tombe pas juste, on garde la fraction. La solution est $\frac{5}{9}$. Vérification : $9 \times \frac{5}{9} = 5$ ✓

(e) On divise par 3 : $x = -12 \div 3 = -4$. La solution est -4. Vérification : $3 \times (-4) = -12$ ✓

(f) On divise par 0,5 : $x = 3 \div 0{,}5 = 6$. La solution est 6. Vérification : $0{,}5 \times 6 = 3$ ✓

Ex. 3 ★★☆ **Tester plusieurs valeurs dans une équation avec x^2**

(a) Pour -1 : à gauche $(-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$, à droite $3 \times (-1) = -3$. Pour 0 : $0^2 - 4 = -4$ et $3 \times 0 = 0$. Pour 2 : $2^2 - 4 = 0$ et $3 \times 2 = 6$. Pour 4 : $4^2 - 4 = 12$ et $3 \times 4 = 12$.

x	-1	0	2	4
Membre de gauche	-3	-4	0	12
Membre de droite	-3	0	6	12

(b) Pour -1 et pour 4, les deux membres sont égaux. Pour 0 et pour 2, ils sont différents. Donc -1 et 4 sont solutions, mais 0 et 2 ne le sont pas.

(c) À gauche : $(-4)^2 - 4 = 16 - 4 = 12$. À droite : $3 \times (-4) = -12$. Comme $12 \neq -12$, -4 n'est pas solution.

(d) À gauche : $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 = \frac{1}{4} - \frac{16}{4} = -\frac{15}{4}$. À droite : $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. Comme $-\frac{15}{4} \neq \frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$ n'est pas solution.

Ex. 4 ★★★ **Trouver et corriger l'erreur**

(a) Tom n'a pas respecté les priorités : on calcule le carré avant la multiplication. À gauche : $5 \times 2^2 = 5 \times 4 = 20$. À droite : $6 \times 2 + 8 = 20$. Les deux membres sont égaux, donc 2 est solution.

(b) Maëlle a oublié la multiplication et les parenthèses. À gauche : $4 \times (-2) - 1 = -8 - 1 = -9$. À droite : $-2 - 7 = -9$. Les deux membres sont égaux, donc -2 est solution.

(c) Hugo a inversé la fraction : on divise 9 par 6. On divise les deux membres par 6 : $x = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1{,}5$. La solution est 1,5. Vérification : $6 \times 1{,}5 = 9$ ✓ (alors que $6 \times \frac{2}{3} = 4$).

(d) Sami s'est trompé d'opération inverse : pour enlever -5, on ajoute 5. On ajoute 5 aux deux membres : $x = -12 + 5 = -7$. La solution est -7. Vérification : $-7 - 5 = -12$ ✓

Ex. 5 ★★★ **Retrouver le nombre manquant**

(a) On cherche le nombre qui donne $5 + \ldots = -3$. Ce nombre vaut $-3 - 5 = -8$. Le nombre manquant est -8 : l'équation est $x - 8 = -3$. Vérification : $5 + (-8) = -3$ ✓

Ex. 5 **(suite)**

(b) On cherche le nombre qui donne $\ldots \times (-2) = 14$. Ce nombre vaut $14 \div (-2) = -7$. Le nombre manquant est -7 : l'équation est $-7y = 14$. Vérification : $(-7) \times (-2) = 14$ ✓

(c) On cherche le nombre qui donne $\ldots - (-6) = 4$, c'est-à-dire $\ldots + 6 = 4$. Ce nombre vaut $4 - 6 = -2$. Le nombre manquant est -2 : l'équation est $-2 - n = 4$. Vérification : $-2 - (-6) = 4$ ✓

(d) Par exemple, $7x = 3$ donne $x = \frac{3}{7}$. Avec un coefficient négatif : $-7x = -3$ donne $x = \frac{-3}{-7} = \frac{3}{7}$. Vérification : $(-7) \times \frac{3}{7} = -3$ ✓ D'autres réponses sont possibles, par exemple $14x = 6$.

Ex. 6 ★★★ **Vrai ou faux sur les résolutions en une étape**

(a) Faux. On ajoute 9 aux deux membres : $a = -2 + 9 = 7$. La solution est 7. Vérification : $7 - 9 = -2$ ✓. Avec -11, on a soustrait 9 au lieu de l'ajouter : $-11 - 9 = -20$, pas -2.

(b) Vrai. On teste 9 : membre de gauche $13 - 9 = 4$; membre de droite 4. Les deux membres sont égaux. En résolvant : $n = 13 - 4 = 9$. La solution est bien 9.

(c) Faux. On divise les deux membres par -10 : $y = \frac{4}{-10} = -\frac{2}{5} = -0{,}4$. La solution est $-0{,}4$. Vérification : $(-10) \times (-0{,}4) = 4$ ✓. La fraction $-\frac{10}{4}$ est à l'envers : on divise 4 par le coefficient -10.

(d) Faux. $-x = 8$ veut dire $-1 \times x = 8$. On divise les deux membres par -1 : $x = -8$. La solution est -8. Vérification : $-(-8) = 8$ ✓. Avec 8, on aurait $-8 \neq 8$.

(e) Faux. On teste 0,67 : membre de gauche $3 \times 0{,}67 = 2{,}01$; membre de droite 2. Les deux membres sont différents. On divise les deux membres par 3 : $x = \frac{2}{3}$. La division ne tombe pas juste, donc la solution exacte est $\frac{2}{3}$ (0,67 n'en est qu'une valeur approchée).

Ex. 7 ★★★ **Le budget fournitures d'Inès**

(a) Soit c le prix d'un cahier, en euros. Équation : $6c = 16{,}2$. On divise les deux membres par 6 : $c = 2{,}7$. La solution est 2,7. Vérification : $6 \times 2{,}70 = 16{,}20$ ✓. Un cahier coûte 2,70 €.

(b) Soit d la somme dépensée, en euros. Équation : $25 - d = 8{,}65$. On applique l'opération inverse : $d = 25 - 8{,}65 = 16{,}35$ (et non $-16{,}35$ ni 33,65). La solution est 16,35. Vérification : $25 - 16{,}35 = 8{,}65$ ✓. Inès a dépensé 16,35 €.

Ex. 7 **(suite)**

(c) Soit n le nombre de trousses. Équation : $7n = 25$. On divise les deux membres par 7 : $n = \frac{25}{7}$. Comme 25 n'est pas dans la table de 7, ce n'est pas un nombre entier ($\frac{25}{7} \approx 3{,}57$). Or un nombre de trousses doit être entier. Clara a tort : 3 trousses coûtent 21 € (il reste 4 €) et 4 trousses coûtent 28 €, c'est trop.

(d) Soit r la somme à ajouter, en euros. Équation : $-3{,}4 + r = 15$. On ajoute 3,4 aux deux membres : $r = 15 + 3{,}4 = 18{,}4$. La solution est 18,4. Vérification : $-3{,}40 + 18{,}40 = 15$ ✓. Inès doit ajouter 18,40 € sur sa carte.

Ex. 8 ★★★ **Enquête sur une équation avec t^2**

(a) Pour $t = -1$: membre de gauche $2 \times (-1)^2 + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3$; membre de droite $7 \times (-1) - 2 = -9$. Les deux membres sont différents ($3 \neq -9$) : -1 n'est pas solution.

(b) Pour $t = 3$: membre de gauche $2 \times 3^2 + 1 = 2 \times 9 + 1 = 19$; membre de droite $7 \times 3 - 2 = 19$. Les deux membres sont égaux : 3 est solution.

(c) Faux. Pour $t = 0{,}5$: membre de gauche $2 \times 0{,}5^2 + 1 = 2 \times 0{,}25 + 1 = 1{,}5$; membre de droite $7 \times 0{,}5 - 2 = 1{,}5$. Les deux membres sont égaux : 0,5 est aussi solution. Cette équation a donc au moins deux solutions.

(d) Non. Pour $t = 0$: à gauche $2 \times 0^2 + 1 = 1$, à droite $7 \times 0 - 2 = -2$, donc 0 n'est pas solution. Mais tester n'est pas résoudre : savoir qu'un nombre n'est pas solution ne dit rien des autres nombres. D'ailleurs, on a montré que 3 et 0,5 sont solutions.

(e) Noé a tort. Dans $2t + 1 = 7t - 2$, pour $t = 3$: à gauche $2 \times 3 + 1 = 7$, à droite $7 \times 3 - 2 = 19$. Comme $7 \neq 19$, 3 n'est pas solution de cette équation, alors qu'il est solution de $2t^2 + 1 = 7t - 2$. Les deux équations n'ont donc pas les mêmes solutions : t^2 n'est pas égal à t (pour $t = 3$, $t^2 = 9$).

2. *Résoudre $ax + b = c$*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : résoudre en deux étapes**

(a) On soustrait 5 aux deux membres : $3x = 4$. On divise les deux membres par 3 : $x = \frac{4}{3}$. La solution est $\frac{4}{3}$. Vérification : $3 \times \frac{4}{3} + 5 = 4 + 5 = 9$ ✓

Ex. 9 **(suite)**

(b) On soustrait 11 aux deux membres : $6x = -7 - 11 = -18$. On divise par 6 : $x = -3$. La solution est -3. Vérification : $6 \times (-3) + 11 = -18 + 11 = -7$ ✓

(c) On soustrait 3 aux deux membres : $-4n = 20$. On divise par -4 : $n = 20 \div (-4) = -5$. La solution est -5. Vérification : $-4 \times (-5) + 3 = 20 + 3 = 23$ ✓

(d) On ajoute 3 aux deux membres : $0{,}5x = 7$. On divise par 0,5 : $x = 7 \div 0{,}5 = 14$. La solution est 14. Vérification : $0{,}5 \times 14 - 3 = 7 - 3 = 4$ ✓

(e) On ajoute 5 aux deux membres : $14 = 2t$. On divise par 2 : $t = 7$. La solution est 7. Vérification : $2 \times 7 - 5 = 9$ ✓

(f) On soustrait 8 aux deux membres : $-3x = 21$ (le signe $-$ reste avec le $3x$). On divise par -3 : $x = -7$. La solution est -7. Vérification : $8 - 3 \times (-7) = 8 + 21 = 29$ ✓

(g) On soustrait 9 aux deux membres : $-7 = 10y$. On divise par 10 : $y = -0{,}7$. La solution est $-0{,}7$. Vérification : $10 \times (-0{,}7) + 9 = -7 + 9 = 2$ ✓

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ?**

(a) Faux : on soustrait 8 aux deux membres, donc $5x = 3 - 8 = -5$, puis $x = -1$.

(b) Faux : on multiplie les deux membres par 3, donc $x = 8 \times 3 = 24$. Vérification : $24 \div 3 = 8$ ✓

(c) Vrai : on divise par -6, donc $x = 15 \div (-6) = -2{,}5$. Vérification : $-6 \times (-2{,}5) = 15$ ✓

(d) Vrai : on divise chaque terme par 3 : $3x \div 3 = x$, $9 \div 3 = 3$ et $21 \div 3 = 7$.

(e) Faux : $x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. Vérification : $8 \times \frac{3}{4} = 6$ ✓

(f) Faux : le signe fait partie du terme. Comme $2 - 5x = 2 + (-5)x$, le coefficient est -5.

Ex. 11 ★★☆ **Corriger l'erreur d'un élève**

(a) Test : $4 \times (-0{,}5) + 7 = -2 + 7 = 5$, et $5 \neq -9$, donc $-0{,}5$ n'est pas solution. Lina a ajouté 7 au lieu de le soustraire. On soustrait 7 aux deux membres : $4x = -16$. On divise les deux membres par 4 : $x = -4$. La solution est -4. Vérification : $4 \times (-4) + 7 = -16 + 7 = -9$ ✓

Ex. 11 **(suite)**

(b) Test : $7 \times 21 - 4 = 147 - 4 = 143$, et $143 \neq 24 : 21$ n'est pas solution. $7x$ veut dire $7 \times x$: Hugo devait diviser par 7, pas soustraire 7. De plus, il a vérifié dans son calcul, pas dans l'équation de départ. On ajoute 4 aux deux membres : $7x = 28$. On divise les deux membres par 7 : $x = 4$. La solution est 4. Vérification : $7 \times 4 - 4 = 28 - 4 = 24$ ✓

(c) Test : $1 - 2 \times 5{,}5 = 1 - 11 = -10$, et $-10 \neq 12 : 5{,}5$ n'est pas solution. Maé a divisé par 2 alors que le coefficient de x est -2. De $-2x = 11$, on divise les deux membres par -2 : $x = -5{,}5$. La solution est $-5{,}5$. Vérification : $1 - 2 \times (-5{,}5) = 1 + 11 = 12$ ✓

Ex. 12 ★★☆ **Retrouver l'équation**

(a) On remplace x par 2 : $3 \times 2 + b = 11$, donc $6 + b = 11$. On soustrait 6 aux deux membres : $b = 5$. Vérification : $3x + 5 = 11$ donne $3x = 6$, donc $x = 2$ ✓.
Donc $b = 5$.

(b) On remplace x par -7 : $m \times (-7) - 4 = 10$. On ajoute 4 aux deux membres : $-7m = 14$. On divise par -7 : $m = -2$. Vérification : $-2 \times (-7) - 4 = 14 - 4 = 10$ ✓.
Donc $m = -2$.

(c) On remplace x par 12 : $\frac{12+p}{4} = 5$. On multiplie les deux membres par 4 : $12 + p = 20$. On soustrait 12 aux deux membres : $p = 8$. Vérification : $(12 + 8) \div 4 = 20 \div 4 = 5$ ✓.
Donc $p = 8$.

(d) Par exemple $-3x + 1 = -1$. On soustrait 1 aux deux membres : $-3x = -2$. On divise par -3 : $x = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$. Vérification : $-3 \times \frac{2}{3} + 1 = -2 + 1 = -1$ ✓

Ex. 13 ★★☆ **La salle d'escalade**

(a) La carte coûte 12 € et les n séances coûtent $6{,}5 \times n$ €. Le prix total est donc $12 + 6{,}5n$ euros.

(b) Équation : $6{,}5n + 12 = 70{,}5$. On soustrait 12 aux deux membres : $6{,}5n = 58{,}5$. On divise par 6,5 : $n = 58{,}5 \div 6{,}5 = 9$. La solution est 9.

(c) Vérification : $12 + 6{,}5 \times 9 = 12 + 58{,}5 = 70{,}5$ ✓. Inès a fait 9 séances d'escalade cette année.

(d) $6{,}5n + 12 = 50$. On soustrait 12 aux deux membres : $6{,}5n = 38$. On divise par 6,5 : $n = \frac{38}{6{,}5} = \frac{76}{13} \approx 5{,}85$. Un nombre de séances est forcément un entier : Malo n'a pas pu payer 50 € avec ce tarif.

Ex. 14 ★★★ **Trois programmes de calcul**

(a) Programme A : $-4x + 10$, qu'on peut aussi écrire $10 - 4x$. Programme B : $\frac{x}{5} - 2$. Programme C : $0{,}2x - 1$.

(b) On résout $10 - 4x = 25$. Le coefficient de x est -4 : le signe $-$ reste collé au $4x$. On soustrait 10 aux deux membres : $-4x = 15$. On divise les deux membres par -4 : $x = 15 \div (-4) = -\frac{15}{4} = -3{,}75$. La solution est $-3{,}75$. Vérification : $10 - 4 \times (-3{,}75) = 10 + 15 = 25$ ✓. Il faut choisir $-3{,}75$.

(c) On résout $\frac{x}{5} - 2 = -5$. On ajoute 2 aux deux membres : $\frac{x}{5} = -3$. On multiplie les deux membres par 5 (on ne divise pas) : $x = -3 \times 5 = -15$. La solution est -15. Vérification : $(-15) \div 5 - 2 = -3 - 2 = -5$ ✓. Il faut choisir -15.

(d) Avec A, Lou obtient $-4 \times 0 + 10 = 10$. On résout $0{,}2x - 1 = 10$. On ajoute 1 aux deux membres : $0{,}2x = 11$. On divise les deux membres par 0,2 : $x = 11 \div 0{,}2 = 55$. Diviser par 0,2, c'est multiplier par 5 : la réponse n'est pas 2,2. La solution est 55. Vérification : $0{,}2 \times 55 - 1 = 11 - 1 = 10$ ✓. Lou doit choisir 55 avec le programme C.

(e) Programme A : $10 - 4x = 4$. On soustrait 10 aux deux membres : $-4x = -6$. On divise par -4 : $x = \frac{-6}{-4} = 1{,}5$. Vérification : $10 - 4 \times 1{,}5 = 10 - 6 = 4$ ✓. Programme B : $\frac{x}{5} - 2 = 4$. On ajoute 2 : $\frac{x}{5} = 6$. On multiplie par 5 : $x = 30$. Vérification : $30 \div 5 - 2 = 6 - 2 = 4$ ✓. Il faut choisir 1,5 avec A et 30 avec B : Ali a tort, son affirmation est fausse.

Ex. 15 ★★★ **Trois entiers consécutifs**

(a) Les deux autres entiers sont $n + 1$ et $n + 2$. Leur somme vaut $n + (n + 1) + (n + 2) = n + n + n + 1 + 2 = 3n + 3$.

(b) On résout $3n + 3 = 141$. On soustrait 3 aux deux membres : $3n = 138$. On divise les deux membres par 3 : $n = 46$. La solution est 46. Vérification : $46 + 47 + 48 = 141$ ✓. Les trois entiers sont 46, 47 et 48.

(c) On résout $3n + 3 = -48$. On soustrait 3 aux deux membres : $3n = -48 - 3 = -51$. On divise les deux membres par 3 : $n = -17$. La solution est -17. Vérification : $(-17) + (-16) + (-15) = -48$ ✓. Les trois entiers sont -17, -16 et -15.

Ex. 15 (suite)

(d) On résout $3n + 3 = 100$. On soustrait 3 aux deux membres : $3n = 97$. On divise les deux membres par 3 : $n = \frac{97}{3}$. Cette fraction est irréductible, car $97 = 3 \times 32 + 1$: ce n'est pas un nombre entier. La solution de l'équation est $\frac{97}{3}$, mais n doit être un entier : aucun trio d'entiers consécutifs n'a pour somme 100, donc Zoé ne trouvera pas.

Ex. 16 ★★★ **La balance et les boîtes de thé**

(a) 1,8 kg = 1 800 g. L'équation s'écrit $1\,800 = 5m + 300$ (l'inconnue est dans le membre de droite).

(b) Test : $5 \times 60 + 300 = 300 + 300 = 600$, et $600 \neq 1\,800$: 60 n'est pas solution. Tom a divisé 1 800 par 5 (il trouve 360), puis il a soustrait 300. Il n'a divisé par 5 que le terme $5m$, pas le 300. En divisant tous les termes, on obtient $360 = m + 60$. Le plus simple reste d'enlever d'abord 300, puis de diviser par 5.

(c) $1\,800 = 5m + 300$. On soustrait 300 aux deux membres : $1\,500 = 5m$. On divise les deux membres par 5 : $300 = m$. La solution est 300. Vérification dans l'équation de départ : $5 \times 300 + 300 = 1\,500 + 300 = 1\,800$ ✓. Une boîte de thé pèse 300 g.

(d) On note b le nombre de boîtes. 2,15 kg = 2 150 g, donc $2\,150 = 300b + 350$. On soustrait 350 aux deux membres : $1\,800 = 300b$. On divise les deux membres par 300 : $b = 6$. La solution est 6, et c'est bien un nombre entier de boîtes. Vérification : $300 \times 6 + 350 = 1\,800 + 350 = 2\,150$ ✓. Ben doit placer 6 boîtes de thé à côté du pot.

3. *Résoudre $ax + b = cx + d$*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : l'inconnue dans les deux membres**

(a) On soustrait $3x$ aux deux membres : $4x - 4 = 16$. On ajoute 4 aux deux membres : $4x = 20$. On divise par 4 : $x = 5$. La solution est 5. Vérification : $7 \times 5 - 4 = 31$; $3 \times 5 + 16 = 31$ ✓

(b) Le plus grand coefficient est à droite. On soustrait $2t$ aux deux membres : $11 = 4t - 5$. On ajoute 5 : $16 = 4t$. On divise par 4 : $t = 4$. La solution est 4. Vérification : $2 \times 4 + 11 = 19$; $6 \times 4 - 5 = 19$ ✓

(c) On ajoute x aux deux membres : $9 = 5x - 6$. On ajoute 6 : $15 = 5x$. On divise par 5 : $x = 3$. La solution est 3. Vérification : $-3 + 9 = 6$; $4 \times 3 - 6 = 6$ ✓

Ex. 17 (suite)

(d) On réduit le membre de gauche : $4n + 3 = 2n - 7$. On soustrait $2n$ aux deux membres : $2n + 3 = -7$. On soustrait 3 : $2n = -10$. On divise par 2 : $n = -5$. La solution est -5. Vérification : $5 \times (-5) + 3 - (-5) = -25 + 3 + 5 = -17$; $2 \times (-5) - 7 = -17$ ✓

(e) On soustrait $0{,}5x$ aux deux membres : $x + 2 = 6{,}5$. On soustrait 2 : $x = 4{,}5$. La solution est 4,5. Vérification : $1{,}5 \times 4{,}5 + 2 = 6{,}75 + 2 = 8{,}75$; $0{,}5 \times 4{,}5 + 6{,}5 = 2{,}25 + 6{,}5 = 8{,}75$ ✓

(f) On soustrait $5a$ aux deux membres : $3a - 1 = 3$. On ajoute 1 : $3a = 4$. On divise par 3 : $a = \frac{4}{3}$. La solution est $\frac{4}{3}$. Vérification : $8 \times \frac{4}{3} - 1 = \frac{32}{3} - \frac{3}{3} = \frac{29}{3}$; $5 \times \frac{4}{3} + 3 = \frac{20}{3} + \frac{9}{3} = \frac{29}{3}$ ✓

Ex. 18 ★☆☆ Automatismes : quand les x disparaissent

(a) On soustrait $4x$ aux deux membres : $7 = -2$. Cette égalité est fausse quelle que soit la valeur de x : l'équation n'a aucune solution.

(b) On développe : $5x - 10 = 5x - 10$. Cette égalité est vraie pour toute valeur de x : tous les nombres sont solutions.

(c) On soustrait $2x$ aux deux membres : $4x - 1 = -1$. On ajoute 1 : $4x = 0$, donc $x = 0$. La solution est 0. Vérification : $6 \times 0 - 1 = -1$; $2 \times 0 - 1 = -1$ ✓

(d) Le signe $-$ change le signe de chaque terme de la parenthèse : $-x + 3 = 3 - x$. Les deux membres sont égaux pour toute valeur de x : tous les nombres sont solutions.

(e) On développe : $3x + 6 = 3x + 2$. On soustrait $3x$: $6 = 2$, ce qui est faux. L'équation n'a aucune solution.

Ex. 19 ★★☆ Corrige les erreurs

(a) Pour enlever $2x$ du membre de droite, il faut soustraire $2x$ aux deux membres : à gauche, $9x - 2x = 7x$. Léa a ajouté $2x$ à gauche et obtenu $11x$ au lieu de $7x$.

(b) On soustrait $2x$ aux deux membres : $7x - 4 = 17$. On ajoute 4 : $7x = 21$. On divise par 7 : $x = 3$. La solution est 3.

(c) Membre de gauche : $9 \times 3 - 4 = 23$. Membre de droite : $2 \times 3 + 17 = 23$. Les deux membres sont égaux, donc 3 est bien la solution.

Ex. 19 (suite)

(d) Les étapes de Tom sont justes jusqu'à $-4x = -20$. Mais $-20 \div (-4) = 5$ et non -5 : la solution est 5. Vérification : $3 \times 5 + 8 = 23$; $7 \times 5 - 12 = 23$ ✓. En soustrayant plutôt $3x$, on évitait les négatifs : $8 = 4x - 12$, puis $20 = 4x$ et $x = 5$.

Ex. 20 ★★☆ Deux programmes de calcul

(a) Programme A : $(-1) \times 5 - 9 = -5 - 9 = -14$. Programme B : $(-1 + 4) \times 2 = 3 \times 2 = 6$.

(b) Programme A : $5x - 9$. Programme B : $(x + 4) \times 2 = 2x + 8$.

(c) On résout $5x - 9 = 2x + 8$. On soustrait $2x$ aux deux membres : $3x - 9 = 8$. On ajoute 9 : $3x = 17$. On divise par 3 : $x = \frac{17}{3}$. La solution est $\frac{17}{3}$. Vérification : $5 \times \frac{17}{3} - 9 = \frac{85}{3} - \frac{27}{3} = \frac{58}{3}$; $2 \times \frac{17}{3} + 8 = \frac{34}{3} + \frac{24}{3} = \frac{58}{3}$ ✓. Les deux programmes donnent le même résultat quand on choisit $\frac{17}{3}$.

(d) Le programme C donne $2x + 6$. On résout $2x + 8 = 2x + 6$: on soustrait $2x$ et il reste $8 = 6$, ce qui est faux. Aucun nombre ne donne le même résultat avec B et C : Lucas a tort.

Ex. 21 ★★☆ Deux tarifs à la piscine

(a) Tarif A : $6 \times 4{,}50 = 27$ €. Tarif B : $18 + 6 \times 2{,}25 = 18 + 13{,}50 = 31{,}50$ €.

(b) Tarif A : $4{,}5n$ €. Tarif B : $18 + 2{,}25n$ €.

(c) On résout $4{,}5n = 18 + 2{,}25n$. On soustrait $2{,}25n$ aux deux membres : $2{,}25n = 18$. On divise par 2,25 : $n = 8$. La solution est 8. C'est bien un nombre entier d'entrées. Vérification : $4{,}5 \times 8 = 36$; $18 + 2{,}25 \times 8 = 18 + 18 = 36$ ✓. Pour 8 entrées, les deux tarifs coûtent 36 €.

(d) Tarif A : $10 \times 4{,}50 = 45$ €. Tarif B : $18 + 10 \times 2{,}25 = 18 + 22{,}50 = 40{,}50$ €. Pour 10 entrées, le tarif B est le plus avantageux.

Ex. 22 ★★★ Vrai ou faux sur des équations

(a) Faux. Le plus grand coefficient de a est à droite (1 contre -3). On ajoute $3a$ aux deux membres : $2 = 4a + 18$. On soustrait 18 aux deux membres : $-16 = 4a$. On divise par 4 : $a = -4$. La solution est -4. Vérification : $-3 \times (-4) + 2 = 14$ et $-4 + 18 = 14$ ✓. Avec 4, on trouve $-3 \times 4 + 2 = -10$ et $4 + 18 = 22$: les deux membres ne sont pas égaux. L'affirmation est donc fausse.

Ex. 22 **(suite)**

(b) Faux. On réduit le membre de gauche : $7n - 4 - 2n = 5n - 4$. On développe et on réduit celui de droite : $5(n-1) + 1 = 5n - 5 + 1 = 5n - 4$. L'équation s'écrit $5n - 4 = 5n - 4$: cette égalité est vraie pour toute valeur de n. Tous les nombres sont solutions. 1 en fait partie ($7 \times 1 - 4 - 2 \times 1 = 1$ et $5 \times (1-1) + 1 = 1$), mais ce n'est pas la seule solution.

(c) Vrai. On soustrait $0{,}5t$ aux deux membres : $2t - 1 = 6$. On ajoute 1 aux deux membres : $2t = 7$. On divise par 2 : $t = 3{,}5$. La solution est 3,5. Vérification : $2{,}5 \times 3{,}5 - 1 = 8{,}75 - 1 = 7{,}75$ et $0{,}5 \times 3{,}5 + 6 = 1{,}75 + 6 = 7{,}75$ ✓. L'affirmation est vraie.

(d) Faux. On soustrait $3x$ aux deux membres : $4x + 2 = 5$. On soustrait 2 aux deux membres : $4x = 3$. On divise par 4 : $x = \frac{3}{4}$. La solution est $\frac{3}{4}$. Vérification : $7 \times \frac{3}{4} + 2 = \frac{21}{4} + \frac{8}{4} = \frac{29}{4}$ et $3 \times \frac{3}{4} + 5 = \frac{9}{4} + \frac{20}{4} = \frac{29}{4}$ ✓. Une solution peut être une fraction : Yanis a tort.

Ex. 23 ★★★ **Carré et rectangle de même périmètre**

(a) Périmètre du carré : $4 \times (x+3) = 4x + 12$. Périmètre du rectangle : $2 \times (2x+1) + 2 \times (x-1) = 4x + 2 + 2x - 2 = 6x$. Le carré a donc pour périmètre $4x + 12$, et le rectangle $6x$
(en cm).

(b) L'équation est $4x + 12 = 6x$. Le plus grand coefficient est à droite : on soustrait $4x$ aux deux membres, ce qui donne $12 = 2x$. On divise par 2 : $x = 6$. La solution est 6. Vérification : $4 \times 6 + 12 = 36$ et $6 \times 6 = 36$ ✓.

(c) Avec $x = 6$, le carré a un côté de $6 + 3 = 9$ cm et un périmètre de $4 \times 9 = 36$ cm. Le rectangle mesure $2 \times 6 + 1 = 13$ cm sur $6 - 1 = 5$ cm, donc son périmètre est $2 \times 13 + 2 \times 5 = 36$ cm. Les deux figures ont bien un périmètre de 36 cm.

(d) L'équation est $6x = 4x + 12 - 10$, c'est-à-dire $6x = 4x + 2$. On soustrait $4x$ aux deux membres : $2x = 2$. On divise par 2 : $x = 1$. Mais la largeur vaudrait alors $1 - 1 = 0$ cm : ce ne serait plus un rectangle, et l'énoncé impose que x soit plus grand que 1. Le souhait de Lina est donc impossible.

Ex. 24 ★★★ **Équations à compléter**

(a) On remplace x par -2. Le membre de droite vaut $2 \times (-2) - 1 = -5$. Le membre de gauche vaut $5 \times (-2) + \square = -10 + \square$. Il faut $-10 + \square = -5$, donc $\square = 5$. Vérification : $5 \times (-2) + 5 = -5$ ✓. Il faut écrire 5.

Ex. 24 **(suite)**

(b) Il faut écrire 6. On obtient $6x + 4 = 6x - 3$. On soustrait $6x$ aux deux membres : il reste $4 = -3$, ce qui est faux quelle que soit la valeur de x. L'équation n'a aucune solution. Avec un autre nombre, les termes en x ne disparaîtraient pas, et l'équation aurait une solution.

(c) On développe et on réduit le membre de gauche : $4(x-2) + x = 4x - 8 + x = 5x - 8$. Avec $\square = -8$, l'équation devient $5x - 8 = 5x - 8$, une égalité vraie pour toute valeur de x. Il faut écrire -8 : tous les nombres sont alors solutions.

(d) Exemple : $5x + 1 = 2x - 1$. On soustrait $2x$ aux deux membres : $3x + 1 = -1$. On soustrait 1 aux deux membres : $3x = -2$. On divise par 3 : $x = -\frac{2}{3}$. La solution est bien $-\frac{2}{3}$. Vérification : $5 \times (-\frac{2}{3}) + 1 = -\frac{10}{3} + \frac{3}{3} = -\frac{7}{3}$ et $2 \times (-\frac{2}{3}) - 1 = -\frac{4}{3} - \frac{3}{3} = -\frac{7}{3}$ ✓. D'autres équations conviennent.

4. *Équations avec des parenthèses*

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : développer avant de résoudre**

(a) $4(x-3) = 4 \times x - 4 \times 3 = 4x - 12$
(le 4 multiplie les deux termes).

(b) $-(2x - 5) = -2x + 5$: le signe $-$ change le signe de chaque terme.

(c) $-3(x-6) = -3x + 18$ car $-3 \times (-6) = 18$.

(d) $5 - 2(x+1) = 5 - 2x - 2 = 3 - 2x$: c'est -2 qui multiplie la parenthèse, pas 3.

(e) $7x - (3x + 8) = 7x - 3x - 8 = 4x - 8$.

(f) $2(5 - 3t) = 10 - 6t$.

Ex. 26 ★☆☆ **Automatismes : une parenthèse dans un membre**

(a) On développe : $3x + 12 = 27$.
On soustrait 12 aux deux membres : $3x = 15$.
On divise par 3 : $x = 5$. La solution est 5.
Vérification : $3 \times (5 + 4) = 27$ ✓

(b) On développe : $-2x + 6 = 14$.
On soustrait 6 aux deux membres : $-2x = 8$.
On divise par -2 : $x = -4$. La solution est -4.
Vérification : $-2 \times (-4 - 3) = -2 \times (-7) = 14$ ✓

(c) On développe : $5n - 5 = 2$.
On ajoute 5 aux deux membres : $5n = 7$.
On divise par 5 : $n = \frac{7}{5}$. La solution est $\frac{7}{5}$.
Vérification : $5 \times (\frac{7}{5} - 1) = 5 \times \frac{2}{5} = 2$ ✓

Ex. 26 (suite)

(d) On supprime la parenthèse : $3 = 12 - t - 5$, donc $3 = 7 - t$.
On ajoute t aux deux membres : $t + 3 = 7$.
On soustrait 3 aux deux membres : $t = 4$. La solution est 4.
Vérification : $12 - (4 + 5) = 12 - 9 = 3$ ✓

(e) On développe : $8x + 4 = 10$.
On soustrait 4 aux deux membres : $8x = 6$.
On divise par 8 : $x = \frac{6}{8} = 0{,}75$. La solution est 0,75.
Vérification : $4 \times (2 \times 0{,}75 + 1) = 4 \times 2{,}5 = 10$ ✓

(f) On développe : $2 - 3x - 3 = 8$, puis on réduit : $-1 - 3x = 8$.
On ajoute 1 aux deux membres : $-3x = 9$.
On divise par -3 : $x = -3$. La solution est -3.
Vérification : $2 - 3 \times (-3 + 1) = 2 + 6 = 8$ ✓

Ex. 27 ★★☆ Des parenthèses dans les deux membres

(a) On développe : $2x + 10 = 3x - 3$.
On soustrait $2x$ aux deux membres : $10 = x - 3$.
On ajoute 3 aux deux membres : $13 = x$. La solution est 13.
Vérification : $2 \times 18 = 36$ et $3 \times 12 = 36$ ✓

(b) On développe : $-3t + 4 = 2t + 14$.
On ajoute $3t$ aux deux membres : $4 = 5t + 14$.
On soustrait 14 : $-10 = 5t$, puis on divise par 5 : $t = -2$. La solution est -2.
Vérification : $-(3 \times (-2) - 4) = 10$ et $2 \times (-2 + 7) = 10$ ✓

(c) On développe et on réduit : $6x - 6 - 2x = 4x - 6$, donc $4x - 6 = 3x + 3$.
On soustrait $3x$ aux deux membres : $x - 6 = 3$.
On ajoute 6 aux deux membres : $x = 9$. La solution est 9.
Vérification : $6 \times (9 - 1) - 2 \times 9 = 48 - 18 = 30$ et $3 \times (9 + 1) = 30$ ✓

(d) On développe : $-5x - 10 = 3 - 3x$.
Le plus grand coefficient est -3, à droite : on ajoute $5x$ aux deux membres : $-10 = 3 + 2x$.
On soustrait 3 aux deux membres : $-13 = 2x$.
On divise par 2 : $x = -\frac{13}{2} = -6{,}5$. La solution est $-6{,}5$.
Vérification : $-5 \times (-6{,}5 + 2) = -5 \times (-4{,}5) = 22{,}5$ et $3 \times (1 - (-6{,}5)) = 3 \times 7{,}5 = 22{,}5$ ✓

Ex. 27 (suite)

(e) On développe : $6x + 3 = 6x - 8$.
On soustrait $6x$ aux deux membres : $3 = -8$, ce qui est faux pour toute valeur de x.
L'équation n'a aucune solution.

Ex. 28 ★★☆ L'erreur de Léa

(a) Pour $x = 1$: membre de gauche $8 - 4 \times (1 - 3) = 8 + 8 = 16$; membre de droite $2 \times 1 - 10 = -8$.
$16 \neq -8$, donc 1 n'est pas solution.

(b) L'erreur est à la ligne 1 : $-4 \times (-3) = +12$, donc $-4(x - 3) = -4x + 12$ et non $-4x - 12$.

(c) On développe : $8 - 4x + 12 = 2x - 10$, donc $20 - 4x = 2x - 10$.
On ajoute $4x$ aux deux membres : $20 = 6x - 10$.
On ajoute 10 : $30 = 6x$, puis on divise par 6 : $x = 5$. La solution est 5.
Vérification : $8 - 4 \times (5 - 3) = 0$ et $2 \times 5 - 10 = 0$ ✓

Ex. 29 ★★☆ Deux programmes de calcul

(a) Programme A : $(-1 + 3) \times 4 = 8$.
Programme B : $(-1 - 2) \times 6 = -18$.

(b) Programme A : $4(x + 3) = 4x + 12$.
Programme B : $6(x - 2) = 6x - 12$.

(c) On résout $4x + 12 = 6x - 12$.
On soustrait $4x$ aux deux membres : $12 = 2x - 12$.
On ajoute 12 : $24 = 2x$, donc $x = 12$.
Vérification : $(12 + 3) \times 4 = 60$ et $(12 - 2) \times 6 = 60$ ✓
Les deux programmes donnent le même résultat pour le nombre 12.

(d) Programme B transformé : $4(x - 2) + 20 = 4x - 8 + 20 = 4x + 12$.
On résout $4x + 12 = 4x + 12$: on soustrait $4x$ aux deux membres : $12 = 12$, ce qui est vrai pour toute valeur de x.
Tous les nombres sont solutions : c'est vrai, A et B donnent toujours le même résultat.

Ex. 30 ★★★ Deux périmètres égaux

(a) Périmètre du rectangle : $2(2x + 1) + 2(x - 3) = 4x + 2 + 2x - 6 = 6x - 4$. Attention : $2(x - 3) = 2x - 6$, et non $2x - 3$.

(b) Périmètre du carré : $4(x + 3) = 4x + 12$.

(c) Équation : $6x - 4 = 4x + 12$. On soustrait $4x$ aux deux membres : $2x - 4 = 12$. On ajoute 4 aux deux membres : $2x = 16$. On divise par 2 : $x = 8$. La solution est 8. Vérification : $6 \times 8 - 4 = 44$; $4 \times 8 + 12 = 44$ ✓

Ex. 30 **(suite)**

(d) Pour $x = 8$: le rectangle mesure $2 \times 8 + 1 = 17$ cm sur $8 - 3 = 5$ cm, son périmètre vaut $2 \times 17 + 2 \times 5 = 44$ cm. Le carré a pour côté $8 + 3 = 11$ cm, son périmètre vaut $4 \times 11 = 44$ cm. Les deux périmètres sont bien égaux à 44 cm.

(e) Périmètre du triangle : $3(2x - 2) = 6x - 6$. Il faudrait $6x - 4 = 6x - 6$. On soustrait $6x$ aux deux membres : $-4 = -6$, ce qui est faux quelle que soit la valeur de x. L'équation n'a aucune solution : le rectangle et le triangle n'ont jamais le même périmètre (celui du rectangle dépasse toujours de 2 cm).

Ex. 31 ★★★ **Une équation pleine de signes —**

(a) Pour $t = 1$: $5 - 2 \times (1 + 1) = 5 - 4 = 1$, mais $3 \times (1 + 1) = 6$. Comme $1 \neq 6$, c'est faux. Le -2 multiplie la parenthèse : on ne doit pas calculer $5 - 2$ d'abord. Il faut écrire $5 - 2(t + 1) = 5 - 2t - 2 = 3 - 2t$.

(b) $3 - (4t - 7) = 3 - 4t + 7 = 10 - 4t$. Le signe $-$ change le signe des deux termes : -7 devient $+7$.

(c) L'équation devient $3 - 2t = 10 - 4t$. Le plus grand coefficient est -2, à gauche : on ajoute $4t$ aux deux membres : $3 + 2t = 10$. On soustrait 3 aux deux membres : $2t = 7$. On divise par 2 : $t = 3{,}5$. La solution est 3,5. Vérification : $5 - 2 \times (3{,}5 + 1) = 5 - 9 = -4$; $3 - (4 \times 3{,}5 - 7) = 3 - 7 = -4$ ✓

(d) Pour $t = -2$, le membre de gauche vaut $5 - 2 \times (-2 + 1) = 5 + 2 = 7$ et celui de droite vaut $3 - (4 \times (-2) - k) = 3 + 8 + k = 11 + k$. On résout $7 = 11 + k$: on soustrait 11 aux deux membres, donc $k = -4$. Vérification : $3 - (-8 + 4) = 3 + 4 = 7$ ✓. Il faut prendre $k = -4$.

(e) On développe : $3 - 2t = 3 - 4t + k$. On ajoute $4t$ aux deux membres : $3 + 2t = 3 + k$, donc $2t = k$ et $t = \frac{k}{2}$. Les termes en t ne disparaissent jamais, car leurs coefficients (-2 et -4) sont différents. Quelle que soit la valeur de k, l'équation a donc exactement une solution : on ne peut pas choisir k pour qu'elle n'en ait aucune.

Ex. 32 ★★★ **Trois agences de car**

(a) Le groupe compte $25 + 3 = 28$ personnes. Agence A : $120 + 5 \times 28 = 260$ €. Agence B : on paie $28 - 2 = 26$ places, soit $8 \times 26 = 208$ €.

Ex. 32 **(suite)**

(b) Le groupe compte $n + 3$ personnes. Agence A : $5(n + 3) + 120 = 5n + 15 + 120 = 5n + 135$. Agence B : on paie $n + 3 - 2 = n + 1$ places, soit $8(n + 1) = 8n + 8$ (et non $8n + 1$).

(c) On résout $5n + 135 = 8n + 8$. On soustrait $5n$ aux deux membres : $135 = 3n + 8$. On soustrait 8 aux deux membres : $127 = 3n$. On divise par 3 : $n = \frac{127}{3} \approx 42{,}33$. La solution n'est pas un nombre entier, or un nombre d'élèves est entier. Mila a tort : les agences A et B ne coûtent jamais le même prix.

(d) Agence C : $6(n + 3) + 50 = 6n + 18 + 50 = 6n + 68$. On résout $8n + 8 = 6n + 68$. On soustrait $6n$ aux deux membres : $2n + 8 = 68$. On soustrait 8 aux deux membres : $2n = 60$. On divise par 2 : $n = 30$. La solution est 30. Vérification dans l'énoncé : 33 personnes ; agence B : $8 \times 31 = 248$ € ; agence C : $50 + 6 \times 33 = 248$ € ✓. Pour une classe de 30 élèves, les agences B et C coûtent toutes les deux 248 €.

5. *Équations avec des fractions*

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes — Un seul dénominateur**

(a) On multiplie les deux membres par 3 (on ne divise pas) : $x = 21$. La solution est 21. Vérification : $21 \div 3 = 7$ ✓

(b) On multiplie les deux membres par 5 : $-20 = n$. La solution est -20. Vérification : $(-20) \div 5 = -4$ ✓

(c) On multiplie les deux membres par 5 : $2x = 15$. On divise par 2 : $x = 7{,}5$. La solution est 7,5. Vérification : $2 \times 7{,}5 = 15$ et $15 \div 5 = 3$ ✓

(d) Diviser par $\frac{3}{4}$ revient à multiplier par $\frac{4}{3}$: $t = 9 \times \frac{4}{3} = 12$. La solution est 12. Vérification : $\frac{3}{4} \times 12 = 9$ ✓

(e) On multiplie les deux membres par 2 : $-x = 7$, donc $x = -7$. La solution est -7. Vérification : $-\frac{-7}{2} = \frac{7}{2} = 3{,}5$ ✓

(f) On multiplie les deux membres par 7 : $3a = 14$. On divise par 3 : $a = \frac{14}{3}$. La solution est $\frac{14}{3}$. Vérification : $3 \times \frac{14}{3} = 14$ et $14 \div 7 = 2$ ✓

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes — Chasser les dénominateurs**

(a) Le numérateur forme un bloc : $\frac{x-6}{4} \times 4 = x - 6$. On obtient $x - 6 = 12$.

(b) On multiplie tout le membre de droite : $3 \times (x - 2) = 3x - 6$. On obtient $2x + 1 = 3x - 6$ (et non $3x - 2$).

(c) On multiplie tous les termes, même le 1 : $3x + 6 = 2x$.

(d) On multiplie tous les termes, même le 7 : $84 = 3x - 2x$.

(e) Le numérateur forme un bloc : $10 - (x - 3) = 2$. Le signe $-$ change les signes dans la parenthèse : $10 - x + 3 = 2$.

Ex. 35 ★★☆ **Résoudre avec un ou deux dénominateurs**

(a) On multiplie les deux membres par 2 : $x + 9 = 6x - 8$. On soustrait x aux deux membres : $9 = 5x - 8$. On ajoute 8 : $17 = 5x$. On divise par 5 : $x = \frac{17}{5}$. La solution est $\frac{17}{5}$. Vérification : $(\frac{17}{5} + \frac{45}{5}) \div 2 = \frac{62}{5} \div 2 = \frac{31}{5}$ et $3 \times \frac{17}{5} - 4 = \frac{51}{5} - \frac{20}{5} = \frac{31}{5}$ ✓

(b) On multiplie tous les termes par 6 : $3x - 6 = 2(x + 4)$. On développe : $3x - 6 = 2x + 8$. On soustrait $2x$: $x - 6 = 8$. On ajoute 6 : $x = 14$. La solution est 14. Vérification : $14 \div 2 - 1 = 6$ et $(14 + 4) \div 3 = 6$ ✓

(c) On multiplie tous les termes par 6 : $12 - 2(n + 1) = 3n$. On développe : $12 - 2n - 2 = 3n$, donc $10 - 2n = 3n$. On ajoute $2n$ aux deux membres : $10 = 5n$. On divise par 5 : $n = 2$. La solution est 2. Vérification : $2 - (2 + 1) \div 3 = 1$ et $2 \div 2 = 1$ ✓

(d) On multiplie les deux membres par 15 : $3(2a - 1) = 5(a - 4)$. On développe : $6a - 3 = 5a - 20$. On soustrait $5a$: $a - 3 = -20$. On ajoute 3 : $a = -17$. La solution est -17. Vérification : $(2 \times (-17) - 1) \div 5 = (-35) \div 5 = -7$ et $(-17 - 4) \div 3 = (-21) \div 3 = -7$ ✓

Ex. 36 ★★☆ **L'erreur de Lucas**

(a) Membre de gauche : $3 \div 3 - 2 = -1$. Membre de droite : $\frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$. Comme $-1 \neq \frac{7}{4}$, 3 n'est pas solution.

(b) Lucas a multiplié seulement les fractions par 12. Il fallait multiplier tous les termes, aussi -2 et 1 : $4x - 24 = 3x + 12$.

(c) On multiplie tous les termes par 12 : $4x - 24 = 3x + 12$. On soustrait $3x$: $x - 24 = 12$. On ajoute 24 : $x = 36$. La solution est 36. Vérification : $36 \div 3 - 2 = 10$ et $36 \div 4 + 1 = 10$ ✓

Ex. 37 ★★☆ **L'argent d'anniversaire de Zoé**

(a) Le livre coûte $\frac{x}{3}$ € et la place de concert coûte $\frac{x}{4}$ €.

(b) Ce qui reste, c'est la somme reçue moins les deux dépenses : $x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4}$ €. Il reste 15 €, donc l'équation est $x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 15$.

(c) On multiplie tous les termes par 12, y compris le 15 : $12x - 4x - 3x = 180$. On réduit : $5x = 180$. On divise par 5 : $x = 36$. La solution est 36.

(d) Le livre coûte $36 \div 3 = 12$ € et la place $36 \div 4 = 9$ €. Il reste $36 - 12 - 9 = 15$ € ✓. Zoé a reçu 36 € pour son anniversaire.

Ex. 38 ★★★ **Vrai ou faux avec des fractions**

(a) On multiplie les deux membres par 5 : $2x = 30$. On divise les deux membres par 2 : $x = 15$. La solution est 15. Vérification : $\frac{2 \times 15}{5} = \frac{30}{5} = 6$ ✓. Avec $\frac{12}{5}$: $\frac{2 \times \frac{12}{5}}{5} = \frac{24}{25}$, et $\frac{24}{25} \neq 6$. L'affirmation est fausse.

(b) Diviser par $\frac{3}{5}$, c'est multiplier par $\frac{5}{3}$: $x = 6 \times \frac{5}{3} = \frac{30}{3} = 10$. La solution est 10. Vérification : $\frac{3}{5} \times 10 = \frac{30}{5} = 6$ ✓. Le nombre $\frac{18}{5}$ vient d'une multiplication par $\frac{3}{5}$ au lieu d'une division : $\frac{3}{5} \times \frac{18}{5} = \frac{54}{25} \neq 6$. L'affirmation est fausse.

(c) Le numérateur $x - 1$ est un bloc : $12 \times \frac{x-1}{4} = 3(x - 1) = 3x - 3$. À droite, on multiplie tous les termes : $12 \times \frac{x}{6} + 12 \times 2 = 2x + 24$. On obtient $3x - 3 = 2x + 24$, et pas $3x - 1 = 2x + 24$. L'affirmation est fausse.

(d) On multiplie tous les termes par 6 : $3x + 2x = 5x + 6$, donc $5x = 5x + 6$. On soustrait $5x$ aux deux membres : il reste $0 = 6$. C'est faux quelle que soit la valeur de x. L'équation n'a aucune solution : l'affirmation est vraie.

Ex. 39 ★★★ **Les programmes d'Inès et de Malik**

(a)

Nombre choisi	-2	1	7
Programme A	-2,5	2	11
Programme B	-2	-1	1

Par exemple : $\frac{3 \times (-2) + 1}{2} = \frac{-5}{2} = -2{,}5$ et $\frac{-2-4}{3} = -2$. Aucun de ces trois nombres ne donne le même résultat avec les deux programmes.

(b) Programme A : $\frac{3x+1}{2}$. Programme B : $\frac{x-4}{3}$. Chaque numérateur est un bloc : on divise tout le résultat.

Ex. 39 **(suite)**

(c) L'équation est $\frac{3x+1}{2} = \frac{x-4}{3}$. On multiplie les deux membres par 6 : $3(3x+1) = 2(x-4)$. On développe : $9x + 3 = 2x - 8$. On soustrait $2x$ aux deux membres : $7x + 3 = -8$. On soustrait 3 aux deux membres : $7x = -11$. On divise par 7 : $x = -\frac{11}{7}$. La solution est $-\frac{11}{7}$.

(d) Programme A : $3 \times \left(-\frac{11}{7}\right) = -\frac{33}{7}$, puis $-\frac{33}{7} + 1 = -\frac{26}{7}$, puis $-\frac{26}{7} \div 2 = -\frac{13}{7}$. Programme B : $-\frac{11}{7} - 4 = -\frac{39}{7}$, puis $-\frac{39}{7} \div 3 = -\frac{13}{7}$ ✓. Si on choisit $-\frac{11}{7}$, les deux programmes donnent le même résultat, $-\frac{13}{7}$.

Ex. 40 ★★★ **Les âges de Léna et de son père**

(a) Aujourd'hui, le père a $x + 28$ ans. Dans 4 ans, Léna aura $x + 4$ ans et son père aura $x + 28 + 4 = x + 32$ ans.

(b) L'équation est $x + 4 = \frac{x+32}{3}$. On multiplie les deux membres par 3 : $3(x+4) = x + 32$, donc $3x + 12 = x + 32$. On soustrait x aux deux membres : $2x + 12 = 32$. On soustrait 12 : $2x = 20$. On divise par 2 : $x = 10$. La solution est 10. Vérification dans l'énoncé : dans 4 ans, Léna aura 14 ans et son père 42 ans, et $42 \div 3 = 14$ ✓. Aujourd'hui, Léna a 10 ans et son père a 38 ans.

(c) L'équation est $10 + n = \frac{38+n}{2}$. On multiplie les deux membres par 2 : $20 + 2n = 38 + n$. On soustrait n aux deux membres : $20 + n = 38$. On soustrait 20 : $n = 18$. La solution est 18. Vérification : dans 18 ans, Léna aura 28 ans et son père 56 ans, et $56 \div 2 = 28$ ✓. Dans 18 ans, l'âge de Léna sera la moitié de celui de son père.

(d) L'équation est $10 + n = \frac{2}{5}(38 + n)$. On multiplie les deux membres par 5 : $50 + 5n = 2(38 + n)$, donc $50 + 5n = 76 + 2n$. On soustrait $2n$ aux deux membres : $50 + 3n = 76$. On soustrait 50 : $3n = 26$. On divise par 3 : $n = \frac{26}{3}$, environ 8,67. Ce nombre n'est pas entier. Contrôle : dans 8 ans, Léna aura 18 ans et $\frac{2}{5} \times 46 = 18{,}4$, avec $18 \neq 18{,}4$. Dans 9 ans, elle aura 19 ans et $\frac{2}{5} \times 47 = 18{,}8$, avec $19 \neq 18{,}8$. Léna a tort : avec des années entières, cela n'arrivera jamais.

6. *Mettre un problème en équation*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : traduire une phrase par une équation**

(a) $3(x + 4) = 18$ (et non $3x + 4 = 18$). On divise les deux membres par 3 : $x + 4 = 6$. On soustrait 4 aux deux membres : $x = 2$. La solution est 2. Vérification : $3 \times (2 + 4) = 3 \times 6 = 18$ ✓

Ex. 41 **(suite)**

(b) $2x - 5 = -11$. On ajoute 5 aux deux membres : $2x = -6$. On divise les deux membres par 2 : $x = -3$. La solution est -3. Vérification : $2 \times (-3) - 5 = -6 - 5 = -11$ ✓

(c) $\frac{x}{2} + 4 = 10$. On soustrait 4 aux deux membres : $\frac{x}{2} = 6$. On multiplie les deux membres par 2 (on ne divise pas !) : $x = 12$. La solution est 12. Vérification : $\frac{12}{2} + 4 = 6 + 4 = 10$ ✓

(d) $-x + 6 = 11$. On soustrait 6 aux deux membres : $-x = 5$. On multiplie les deux membres par -1 : $x = -5$. La solution est -5. Vérification : $-(-5) + 6 = 5 + 6 = 11$ ✓

(e) $4x = x + 7$. On soustrait x aux deux membres : $3x = 7$. On divise les deux membres par 3 : $x = \frac{7}{3}$. La solution est $\frac{7}{3}$. Vérification : $4 \times \frac{7}{3} = \frac{28}{3}$ et $\frac{7}{3} + 7 = \frac{7}{3} + \frac{21}{3} = \frac{28}{3}$ ✓

(f) $x - 9 = 3x$. On soustrait x aux deux membres : $-9 = 2x$. On divise les deux membres par 2 : $x = -4{,}5$. La solution est $-4{,}5$. Vérification : $-4{,}5 - 9 = -13{,}5$ et $3 \times (-4{,}5) = -13{,}5$ ✓

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : exprimer une grandeur en fonction de l'inconnue**

(a) Aujourd'hui, la sœur a $x + 4$ ans. Dans 6 ans, elle aura $(x + 4) + 6 = x + 10$ ans.

(b) Le nombre pair qui suit n est $n + 2$ (et pas $n + 1$, qui est impair). La somme vaut $n + (n + 2) = 2n + 2$.

(c) La longueur mesure $x + 3$ cm. Le périmètre vaut $2(L + \ell) = 2(x + 3 + x) = 2(2x + 3) = 4x + 6$, en cm.

(d) Le prix payé vaut $25 + 3t$, en euros.

(e) Le kilo de poires coûte $a - 1{,}5$ euros. Le prix de 2 kg vaut $2(a - 1{,}5) = 2a - 3$, en euros.

(f) Les masses sont x, $2x$ et $2x - 5$. La masse totale vaut $x + 2x + (2x - 5) = 5x - 5$, en kg.

Ex. 43 ★★☆ **L'erreur de Sacha sur les âges**

(a) $40 + x = 24 + x$. On soustrait x aux deux membres : $40 = 24$, ce qui est faux. L'équation de Sacha n'a aucune solution : il ne peut pas conclure, ce qui signale une erreur.

(b) Dans x années, Lina aura $12 + x$ ans. Le double de son âge sera alors $2(12 + x)$. Sacha a doublé l'âge actuel de Lina, 2×12, puis ajouté x. Or les deux âges augmentent de x, et c'est le nouvel âge de Lina qu'il faut doubler.

Ex. 43 **(suite)**

(c) $40 + x = 2(12 + x)$. On développe : $40 + x = 24 + 2x$. On soustrait x aux deux membres : $40 = 24 + x$. On soustrait 24 aux deux membres : $x = 16$. La solution est 16.

(d) Dans 16 ans, Lina aura $12 + 16 = 28$ ans et sa mère $40 + 16 = 56$ ans. Or $2 \times 28 = 56$ ✓. Dans 16 ans, la mère de Lina aura le double de l'âge de sa fille : 56 ans contre 28 ans.

Ex. 44 ★★☆ **Deux tarifs à la piscine**

(a) Soit x le nombre d'entrées (un nombre entier). Avec le tarif A, Idriss paie $6{,}5x$ euros. Avec le tarif B, il paie $30 + 4x$ euros.

(b) $6{,}5x = 30 + 4x$. On soustrait $4x$ aux deux membres : $2{,}5x = 30$. On divise les deux membres par 2,5 : $x = 12$. La solution est 12. C'est bien un nombre entier d'entrées.

(c) Tarif A : $6{,}5 \times 12 = 78$ €. Tarif B : $30 + 4 \times 12 = 30 + 48 = 78$ € ✓. Pour 12 entrées, les deux tarifs coûtent la même somme : 78 €.

(d) Tarif A : $6{,}5 \times 20 = 130$ €. Tarif B : $30 + 4 \times 20 = 110$ €. Pour 20 entrées, le tarif B est le moins cher : Idriss paiera 110 € au lieu de 130 €.

Ex. 45 ★★☆ **Une chorale impossible ?**

(a) Soit x le nombre de garçons de la chorale. Il y a $x + 5$ filles. Le nombre total de choristes s'écrit de deux façons : $x + (x + 5) = 28$.

(b) On réduit : $2x + 5 = 28$. On soustrait 5 aux deux membres : $2x = 23$. On divise les deux membres par 2 : $x = 11{,}5$. La solution est 11,5. Or un nombre de garçons doit être entier : le problème n'a pas de réponse possible, l'énoncé contient une erreur.

(c) $x + (x + 5) = 31$, soit $2x + 5 = 31$. On soustrait 5 aux deux membres : $2x = 26$. On divise les deux membres par 2 : $x = 13$. La solution est 13.

(d) Il y a 13 garçons et $13 + 5 = 18$ filles. On a bien $18 - 13 = 5$ et $13 + 18 = 31$ ✓. La chorale compte 18 filles (ce n'est pas 13, qui est le nombre de garçons).

Ex. 46 ★★★ **Trois entiers qui se suivent**

(a) Les deux autres entiers sont $n + 1$ et $n + 2$. Leur somme vaut $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3$.

Ex. 46 **(suite)**

(b) Soit n le plus petit des trois entiers. Équation : $3n + 3 = 147$. On soustrait 3 aux deux membres : $3n = 144$. On divise les deux membres par 3 : $n = 48$. La solution est 48. Vérification dans l'énoncé : $48 + 49 + 50 = 147$ ✓. Les trois entiers sont 48, 49 et 50 : le plus grand est 50.

(c) Équation : $3n + 3 = 100$. On soustrait 3 aux deux membres : $3n = 97$. On divise par 3 : $n = \frac{97}{3}$. La solution est $\frac{97}{3}$. Ce n'est pas un entier, car $97 = 3 \times 32 + 1$. Il n'existe donc pas trois entiers consécutifs dont la somme vaut 100.

(d) Vrai. On appelle m l'entier du milieu. Les trois entiers sont alors $m - 1$, m et $m + 1$. Leur somme vaut $m - 1 + m + m + 1 = 3m$, c'est-à-dire le triple de l'entier du milieu. Exemple : $11 + 12 + 13 = 36 = 3 \times 12$.

(e) Équation : $3n + 3 = -57$. On soustrait 3 aux deux membres : $3n = -60$. On divise par 3 : $n = -20$. La solution est -20. Vérification : $(-20) + (-19) + (-18) = -57$ ✓. Les trois entiers sont -20, -19 et -18.

Ex. 47 ★★★ **Le rectangle et le carré**

(a) Soit x la largeur du rectangle, en cm. La longueur du rectangle est $x + 7$ et le côté du carré est $2x - 3$.

(b) Périmètre du rectangle : $2(x + x + 7) = 2(2x + 7) = 4x + 14$. Attention : on n'écrit pas $2x + x + 7$, car le 2 multiplie la somme de la longueur et de la largeur. Périmètre du carré : $4(2x - 3) = 8x - 12$.

(c) Équation : $4x + 14 = 8x - 12$. On soustrait $4x$ aux deux membres : $14 = 4x - 12$. On ajoute 12 aux deux membres : $26 = 4x$. On divise par 4 : $x = 6{,}5$. La solution est 6,5.

(d) Largeur : 6,5 cm ; longueur : $6{,}5 + 7 = 13{,}5$ cm ; côté du carré : $2 \times 6{,}5 - 3 = 10$ cm. Périmètres : $2 \times (6{,}5 + 13{,}5) = 40$ cm et $4 \times 10 = 40$ cm ✓. Le rectangle mesure 13,5 cm de long sur 6,5 cm de large.

(e) Le côté du carré vaut $x + 4$, donc son périmètre vaut $4(x + 4) = 4x + 16$. Équation : $4x + 14 = 4x + 16$. On soustrait $4x$ aux deux membres : $14 = 16$, ce qui est faux. L'équation n'a aucune solution, donc aucun rectangle ne convient.

Ex. 48 ★★★ **Le cadeau du prof de judo**

(a) Soit x le prix du cadeau, en euros. Maëlys paie $\frac{x}{2}$ € et Ilan paie $\frac{x}{3}$ €.

(b) Les deux membres ne désignent pas la même quantité : à gauche, c'est ce que paient Maëlys et Ilan ensemble ; à droite, c'est ce que paie Yanis. Ces deux sommes n'ont aucune raison d'être égales. D'ailleurs, la solution de son équation est 10,8 : Maëlys paierait alors 5,40 €, ce qui est moins que les 9 € de Yanis, alors qu'elle paie la plus grande part.

(c) Le prix du cadeau s'écrit $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 9$, et c'est aussi x. Équation : $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 9 = x$. On multiplie les deux membres par 6 : $3x + 2x + 54 = 6x$, c'est-à-dire $5x + 54 = 6x$. On soustrait $5x$ aux deux membres : $54 = x$. La solution est 54.

(d) Le cadeau coûte 54 €. Maëlys paie $54 \div 2 = 27$ €, Ilan paie $54 \div 3 = 18$ € et Yanis paie 9 €. Total : $27 + 18 + 9 = 54$ € ✓. Ilan a payé 18 €.

(e) Équation : $\frac{x}{2} + \frac{x}{2} + 9 = x$, soit $x + 9 = x$. On soustrait x aux deux membres : $9 = 0$, ce qui est faux. L'équation n'a aucune solution : à elles deux, les deux moitiés font déjà tout le prix, il ne reste rien à payer pour Yanis.