49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 4e : tester un nombre, résoudre une équation du premier degré*

À retenir : Tester : je calcule chaque membre séparément, les négatifs entre parenthèses. Résoudre : même opération sur les deux membres, puis division par le coefficient de x avec son signe ($-3x = 12 \to x = -4$). Si les x disparaissent : égalité fausse → aucune solution ; vraie → une infinité.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : tester un nombre** — Pour tester, remplace x par le nombre, calcule chaque membre séparément (les nombres négatifs entre parenthèses), puis compare.

(a) -4 est-il solution de $3x + 7 = -5$? Justifie.

(b) Calcule chaque membre de $x^2 + 3 = 4x - 1$ pour $x = -2$, puis conclus.

(c) Parmi 1, 2,5 et 4, lequel est solution de $4x - 3 = 2x + 2$? Justifie.

(d) $\frac{1}{3}$ est-il solution de $6x - 1 = 9x - 2$? Justifie.

(e) Léo teste -1 dans $5 - 2x = 3(x + 2)$. À gauche, il écrit $5 - 2 \times 1 = 3$. Corrige son calcul, calcule l'autre membre et conclus.

(f) Écris une équation de la forme $ax + b = c$, avec a et b non nuls, dont -3 est solution.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : résoudre une équation du premier degré** — Résous chaque équation en écrivant une étape par ligne. Donne la solution en valeur exacte (fraction irréductible si la division ne tombe pas juste).

(a) $8x = 26$

(b) $27 = 6x - 3$

(c) $4 - 7x = -6$

(d) $5x + 9 = 2x - 9$

(e) $1{,}5x - 2 = 0{,}5x + 3{,}4$

(f) $2x - 11 = 9x + 3$

(g) $\frac{2}{3}x = 8$

Ex. 3 ★★☆ **Développer, réduire, puis résoudre** — Développe et réduis chaque membre (s'il y a des quotients, multiplie d'abord chaque terme par un multiple commun des dénominateurs), puis résous l'équation. Si les x disparaissent, conclus à l'aide de l'égalité qui reste.

(a) $4(x - 3) = 7x + 3$

Ex. 3 (suite)

(b) $6x - (2x - 5) = 4x + 5$

(c) $3(2x + 1) - 2 = 6x - 4$

(d) $\frac{x + 4}{3} = \frac{x}{2} + 1$

(e) $5(x + 1) - 3(x - 2) = 0$
(donne la solution en écriture décimale)

Ex. 4 ★★☆ **Repérer et corriger les erreurs** — Pour résoudre $9x - 7 = 4x + 8$, Inès écrit : ligne 1 : $9x = 4x + 8 - 7$; ligne 2 : $5x = 1$; ligne 3 : $x = 5$.

(a) Teste le nombre 5 dans l'équation de départ en calculant chaque membre. Que peux-tu dire du résultat d'Inès ?

(b) Repère les deux erreurs d'Inès et explique-les (ligne 1 et ligne 3).

(c) Résous correctement l'équation, puis vérifie ta solution dans l'équation de départ.

(d) Pour résoudre $34 = 4x$, Hugo écrit : « $x = 34 - 4 = 30$ ». A-t-il raison ? Justifie, puis résous l'équation.

Ex. 5 ★★★ **Tester n'est pas résoudre** — On considère l'équation (E) : $3(x - 4) + 2x = 5x - 12$. Chloé teste le nombre 2 et conclut : « 2 est LA solution de (E) ».

(a) Teste le nombre 2 dans (E) en calculant chaque membre séparément.

(b) Teste le nombre -3 dans (E), en écrivant les nombres négatifs entre parenthèses.

(c) Chloé a-t-elle raison de parler de « la » solution ? Résous (E) pour justifier.

(d) Remplace le nombre -12 du membre de droite par un autre nombre, de sorte que la nouvelle équation n'ait aucune solution. Justifie.

Ex. 6 ★★★ **Deux programmes de calcul** — Programme A : choisir un nombre ; le multiplier par 3 ; soustraire le résultat à 8. Programme B : choisir un nombre ; lui ajouter 5 ; multiplier le résultat par 2.

(a) Applique chaque programme au nombre -2.

(b) Noé affirme : « Si je choisis x, le coefficient de x dans le résultat du programme A est 3. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Quel nombre faut-il choisir pour que le programme A donne -5 ? Donne la valeur exacte, puis explique pourquoi 4,33 n'est pas la solution.

(d) Quel nombre faut-il choisir pour que les deux programmes donnent le même résultat ? Vérifie avec les deux programmes.

Ex. 7 ★★★ **Salle d'escalade à Annecy** — Une salle d'escalade d'Annecy propose deux tarifs. Tarif A : 9,50 € par séance. Tarif B : un abonnement de 30 € par an, plus 5,50 € par séance. On note x le nombre de séances dans l'année.

Nombre de séances	2	5	10
Tarif A (en €)			
Tarif B (en €)			

(a) Complète le tableau.

(b) Écris une équation qui traduit « les deux tarifs coûtent le même prix ».

(c) Pour résoudre, Max « passe 5,5x de l'autre côté » et obtient $15x = 30$. Corrige son erreur, puis résous l'équation et vérifie la solution.

(d) Cette solution a-t-elle un sens ? Compare les deux tarifs pour 7 séances, puis pour 8 séances, et conclus.

(e) Le gérant garde les prix de 9,50 € et 5,50 € par séance. Il veut que les deux tarifs coûtent le même prix pour 6 séances. Écris et résous une équation pour trouver le prix a de l'abonnement.

2. *Développer et réduire avant de résoudre, équations avec des quotients*

À retenir : Je développe chaque membre : $-(4x-7) = -4x+7$ et $(x+4)^2 = x^2+8x+16$. Le même x^2 s'enlève des deux membres. Avec des quotients, je multiplie CHAQUE terme par le dénominateur commun : $\frac{x}{3}+2 = x$ devient $x+6 = 3x$.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : développer et réduire avant de résoudre** — Développe et réduis chaque membre, puis résous l'équation. Vérifie ta solution.

(a) $11-(5x-8) = 3x+3$

(b) $(x-4)(x+6) = x^2-2x+1$

(c) $(x+7)^2 = x^2+21$

(d) $2(3x-1)-(x-5) = 5x+3$

(e) $(2x-1)(x+3) = 2x^2-7$

(f) $(x-3)(x+3) = x(x-3)+1$

(g) $5-(2x+3) = 4(1-x)+2x$

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : équations avec des quotients** — Multiplie chaque terme par le plus petit multiple commun des dénominateurs, puis résous l'équation. Vérifie ta solution.

(a) $\frac{x}{6}+\frac{x}{9} = 15$

(b) $\frac{x}{5}+3 = x$

(c) $\frac{3x-1}{4} = \frac{x+2}{3}$

(d) $\frac{x}{2}-\frac{x-1}{3} = 2$

(e) $\frac{2x+5}{6} = \frac{x}{4}-1$

(f) $\frac{5}{2}-\frac{x}{3} = \frac{x}{4}$

Ex. 10 ★★☆ **Repérer et corriger l'erreur d'un élève** — Chaque élève a fait une erreur. Repère-la, explique-la, puis résous correctement l'équation.

(a) Léna : $(x+6)^2 = x^2+3x \to x^2+36 = x^2+3x \to 36 = 3x \to x = 12$.

(b) Malo : $\frac{x}{4}+5 = \frac{x}{2} \to x+5 = 2x \to x = 5$.

(c) Inès : $x(x-5) = 2x \to x^2-5x = 2x \to$ je divise par x : $x-5 = 2 \to x = 7$.

(d) Théo : $3-(x-4)(x+2) = 1-x^2 \to 3-x^2-2x-8 = 1-x^2 \to -2x-5 = 1 \to x = -3$.

Ex. 11 ★★☆ **Deux potagers de même aire** — Yanis a un potager carré de côté $(x+3)$ m. Sofia a un potager rectangulaire de longueur $(x+8)$ m et de largeur $(x-1)$ m, avec $x > 1$.

(a) Exprime l'aire du potager de Yanis en fonction de x, sous forme développée et réduite.

(b) Exprime l'aire du potager de Sofia en fonction de x, sous forme développée et réduite.

(c) Écris une équation traduisant « les deux potagers ont la même aire », puis résous-la. Vérifie.

(d) Sofia affirme : « Pour cette valeur de x, nos potagers ont aussi le même périmètre. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 12 ★★★ **Deux programmes de calcul qui se croisent** — Programme A : choisir un nombre ; lui ajouter 2 ; élever le résultat au carré ; soustraire 4. Programme B : choisir un nombre ; lui soustraire 3 ; multiplier le résultat par le nombre de départ augmenté de 5. On note x le nombre de départ.

(a) Mia choisit 3 avec les deux programmes. Obtient-elle le même résultat ? Justifie.

(b) Alex affirme : « Le programme A revient toujours à calculer x^2. » A-t-il raison ? Justifie en développant $(x+2)^2-4$.

(c) Exprime le résultat du programme B en fonction de x, puis trouve le nombre de départ qui donne le même résultat avec les deux programmes. Vérifie.

(d) Lou cherche le nombre que A transforme en son triple : il écrit $(x+2)^2-4 = 3x$, développe, divise par x et trouve -1. Teste 0, puis résous correctement.

Ex. 13 ★★★ **L'argent d'anniversaire de Noé** — Noé reçoit une somme d'argent pour son anniversaire. Il en dépense le tiers pour un billet de concert à Lille et le cinquième pour des livres. Il lui reste 28 €. On note x la somme reçue, en euros.

(a) Explique pourquoi la situation se traduit par l'équation $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}+28 = x$.

(b) Quel est le plus petit multiple commun de 3 et de 5 ? Bastien multiplie chaque terme par ce nombre et écrit $5x+3x+28 = 15x$. Corrige son erreur.

(c) Résous l'équation, vérifie ta solution dans l'énoncé et conclus par une phrase.

Ex. 13 **(suite)**

(d) Si Noé avait reçu une autre somme, pourrait-il lui rester exactement 30 € avec les mêmes dépenses ? Justifie par une équation.

Ex. 14 ★★★ **Une, aucune ou une infinité de solutions ?** — Développe et réduis chaque membre (ou supprime les dénominateurs) avant de conclure. Justifie chaque réponse.

(a) Résous $(2x-3)(x+4)-2x^2=3(x-1)-(x+7)$.

(b) Résous $\frac{x+2}{3}-\frac{2x-1}{6}=\frac{5}{6}$. Que remarques-tu ?

(c) Nora affirme que l'équation $(x-5)^2=(x+1)(x-11)$ a pour solution $-3{,}6$. Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Soit l'équation $(2x+1)^2=4x(x+1)+c$, où c est un nombre. Pour quelle valeur de c a-t-elle une infinité de solutions ? Peut-on choisir c pour que 4 soit la seule solution ?

3. *Équation produit nul*

À retenir : Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $(x+3)(2x-1)=0$ donne $x+3=0$ ou $2x-1=0$, soit $x=-3$ ou $x=0{,}5$. Seulement avec « $=0$ », avec « ou », sans développer.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : résoudre une équation produit nul** — Résous chaque équation. Écris la propriété du produit nul et donne toutes les solutions en valeur exacte.

(a) $(x+6)(x-9)=0$

(b) $x(4x-14)=0$

(c) $(3x+2)(7x-5)=0$

(d) $-5(x+7)=0$

(e) $(2x-9)^2=0$

(f) $(x-2)(x+8)(5x+4)=0$

(g) $0=(1-4x)(x+0{,}5)$

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : vrai ou faux ?** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse.

(a) L'équation $(x-4)(x+2)=5$ revient à « $x-4=5$ ou $x+2=5$ ».

(b) Les solutions de $(x+10)(x-1)=0$ sont 10 et -1.

(c) L'équation $8(x-2{,}5)=0$ a deux solutions.

(d) 0 est une solution de l'équation $x(6x+11)=0$.

(e) L'équation $(5x+3)^2=0$ a une seule solution.

(f) Pour résoudre $(x-3)(x+7)=0$, on écrit « $x-3=0$ et $x+7=0$ ».

Ex. 17 ★★☆ **Corriger les erreurs** — Ben a relevé les copies de quatre élèves. Pour chacun, explique l'erreur, puis réponds à la question.

(a) Pour $(2x-3)(x+4)=0$, Noé développe et obtient $2x^2+5x-12=0$, puis il est bloqué. Résous correctement.

(b) Pour $(x-6)(x+1)=10$, Inès écrit « $x-6=10$ ou $x+1=10$ », donc $x=16$ ou $x=9$. Teste ses deux valeurs.

(c) Pour $x(3x-12)=0$, Tom divise les deux membres par x : $3x-12=0$, donc $x=4$. Quelle solution oublie-t-il ?

(d) Pour $(x+5)(4x-3)=0$, Zoé trouve « $x=5$ ou $x=0{,}75$ ». Corrige, puis vérifie la solution corrigée.

Ex. 18 ★★☆ **Équations à construire**

(a) Écris une équation produit nul dont les solutions sont -2 et 7. Justifie.

(b) Écris une équation produit nul dont la seule solution est $\frac{2}{3}$. Justifie.

(c) Complète $x(2x+\ldots)(x-\ldots)=0$ avec deux nombres pour que ses solutions soient 0 ; $-1{,}5$ et 4. Justifie.

(d) Complète l'équation $(x-5)(\ldots x+3)=0$ avec un nombre pour que ses solutions soient 5 et $-\frac{3}{4}$. Justifie.

Ex. 19 ★★★ **Une expression, trois équations** — On considère l'expression $E=(3x+2)^2-(x+4)^2$.

(a) Développe et réduis E.

(b) Factorise E à l'aide de l'égalité $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

(c) Résous l'équation $E=0$. Explique pourquoi tu choisis cette forme de E.

(d) Résous l'équation $E=-12$. Explique pourquoi tu choisis cette forme de E.

(e) Pour résoudre $E=4$, Maël prend la forme factorisée et écrit « premier facteur $=4$ ou second facteur $=4$ ». Calcule E pour la valeur que donne son premier facteur. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 20 ★★★ **Deux programmes de calcul qui donnent 0** — Programme A : choisir un nombre ; lui ajouter 4 ; multiplier le résultat par la différence entre le nombre de départ et 7 ; multiplier le tout par 3.
Programme B : choisir un nombre ; le multiplier par 5 puis soustraire 2 ; élever le résultat au carré ; multiplier par le nombre de départ.

(a) Applique le programme A au nombre 2.

(b) On note x le nombre de départ. Écris le résultat du programme A sous la forme d'un produit.

(c) Quels nombres faut-il choisir pour que le programme A donne 0 ? Résous une équation et donne toutes les solutions.

Ex. 20 (suite)

(d) Jade dit : « Pour obtenir 0 avec A, je cherche un nombre qui annule $x+4$ et $x-7$ en même temps. » A-t-elle raison ? Justifie.

(e) Quels nombres faut-il choisir pour que le programme B donne 0 ? Résous une équation et donne toutes les solutions en valeur exacte.

Ex. 21 ★★★ **Les boîtes de Lou** — À Annecy, Lou fabrique des boîtes en carton en forme de pavé droit. La boîte A a pour dimensions x cm, $(x-4)$ cm et $(2x-11)$ cm. La boîte B a pour dimensions x cm, $(x-4)$ cm et $(x+1)$ cm. Ici, x est un nombre.

(a) Résous l'équation $x(x-4)(2x-11)=0$. Donne toutes les solutions.

(b) Pour chacune de ces solutions, la boîte A existe-t-elle ? Justifie avec ses dimensions.

(c) Pour trouver quand les deux boîtes ont le même volume, Rayan divise les deux membres par $x(x-4)$ et trouve 12. A-t-il trouvé toutes les solutions ? Résous l'équation en factorisant.

(d) Quelle solution a un sens pour les boîtes ? Calcule alors le volume de chaque boîte et conclus par une phrase.

4. *Factoriser pour se ramener à un produit nul*

À retenir : Je ramène tout à « $=0$ », je factorise (facteur commun d'abord, sinon $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$), puis j'applique le produit nul. Je ne divise jamais par x : $x^2=5x \to x(x-5)=0 \to 0$ et 5. $x^2+4=0$ n'a aucune solution.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : factoriser par un facteur commun** — Résous chaque équation : ramène tout dans un membre pour obtenir « $=0$ », factorise, puis applique la propriété du produit nul.

(a) $x^2=9x$ (b) $5x^2+15x=0$

(c) $4x=6x^2$ (d) $3x^2-2x=4x$

(e) $0{,}2x^2+x=0$

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : différence de deux carrés** — Résous chaque équation. Quand c'est possible, factorise avec $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, puis applique la propriété du produit nul.

(a) $x^2-49=0$ (b) $81=4x^2$

(c) $(x-4)^2-25=0$ (d) $(3x+1)^2-4=0$

(e) $x^2+36=0$

Ex. 24 ★★☆ **Une parenthèse commune** — Repère la parenthèse commune, factorise, puis résous. Attention au signe $-$ devant une parenthèse.

(a) Résous $(x-6)(4x+1)-(x-6)(x+7)=0$.

(b) Résous $(2x+5)(x-1)=(2x+5)(3x+7)$.

(c) Résous $(x+3)^2+(x+3)(2x-9)=0$, puis contrôle ta factorisation en redéveloppant.

(d) Résous $(3x-12)(x+2)-(x-4)(2x+9)=0$. Indice : écris d'abord $3x-12$ sous la forme d'un produit.

Ex. 25 ★★☆ **Vrai ou faux sur les produits nuls** — Vrai ou faux ? Justifie.

(a) « L'équation $x^2=2{,}5x$ a une seule solution : 2,5. »

(b) « Pour résoudre $x^2+9=0$, on écrit $(x+3)(x-3)=0$. »

(c) « L'équation $(x-2)(x+5)=3$ a pour solutions 2 et -5. »

(d) « L'équation $x^2-5x=36-5x$ a deux solutions opposées. »

Ex. 26 ★★★ **Les quatre erreurs de Malik** — Malik a résolu quatre équations, et chaque résolution contient une erreur. Pour chacune, explique l'erreur, puis écris une résolution correcte avec toutes les solutions.

(a) Malik résout $5x^2=3x$. Il divise les deux membres par x et obtient $5x=3$, donc une seule solution : $\frac{3}{5}$.

(b) Malik résout $(3x-4)(x+6)=(3x-4)(2x-1)$. Il simplifie par $(3x-4)$ et écrit $x+6=2x-1$, puis trouve une seule solution : 7.

(c) Malik résout $(2x-3)^2-16=0$. Il écrit $(2x-3)^2=16$, puis $2x-3=4$, et donne une seule solution : 3,5.

(d) Malik résout $(x+1)(x-7)-(x+1)(2x-3)=0$. Il écrit $(x+1)(x-7-2x-3)=0$, puis $(x+1)(-x-10)=0$, et donne deux solutions : -1 et -10.

Ex. 27 ★★★ **Choisir la bonne forme d'une expression** — On considère l'expression $E=(3x+2)^2-49$.

(a) Développe et réduis E.

(b) Factorise E en reconnaissant une différence de deux carrés, puis contrôle ta factorisation en la redéveloppant.

(c) Résous l'équation $E=0$ en choisissant la forme de E la plus adaptée.

(d) Résous l'équation $E=-45$. Justifie le choix de la forme de E que tu utilises.

Ex. 28 ★★★ **Deux programmes de calcul** — Programme A : choisir un nombre ; ajouter 3 ; mettre le résultat au carré ; soustraire 64.
Programme B : choisir un nombre ; lui soustraire 5 ; multiplier le résultat par le nombre choisi au départ.

(a) Applique les deux programmes au nombre -2. Ensuite, note x le nombre choisi et exprime le résultat de chaque programme à l'aide de x.

(b) Quels nombres faut-il choisir pour que le programme A donne 0 ? Justifie par une factorisation.

(c) Léo affirme : « Le programme B ne donne 0 que si l'on choisit 5. » Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Trouve tous les nombres pour lesquels les deux programmes donnent le même résultat. Indice : cherche un facteur commun.

5. *Résoudre $x^2 = a$ par le calcul et graphiquement*

À retenir : J'isole x^2. Si $a > 0$: $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$; si $a = 0$: $x = 0$; si $a < 0$: aucune solution. Exemple : $x^2 = 64$ donne $x = 8$ ou $x = -8$, alors que $\sqrt{64} = 8$. Pour une longueur, je garde la solution positive et je le dis.

Ex. 29 ★☆☆ **Résoudre directement** — Résous chaque équation. Donne les solutions en valeur exacte. Si une solution s'écrit avec le symbole $\sqrt{\ }$, donne aussi une valeur approchée au centième.

(a) $x^2 = 81$ (b) $-64 = x^2$

(c) $x^2 = 1{,}44$ (d) $x^2 - 17 = 0$

(e) $49x^2 = 4$ (f) $2x^2 + 7 = 57$

(g) $x^2 + 9 = 9$

Ex. 30 ★☆☆ **Carrés et racines : vrai ou faux ?** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse.

(a) L'équation $x^2 = 100$ a pour solutions 50 et -50.

(b) $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{36} + \sqrt{64} = 14$.

(c) $-3^2 = 9$.

(d) -13 est une solution de l'équation $x^2 = -169$.

(e) L'équation $(x - 3)^2 = 121$ a pour seule solution 14.

(f) $\sqrt{11} = 3{,}32$.

(g) $\sqrt{60}$ est compris entre 6 et 7.

Ex. 31 ★★☆ **Lire un graphique, puis confirmer par le calcul** — Nina a tracé la parabole d'équation $y = x^2$ et deux droites horizontales. La droite d'équation $y = 6$ coupe la parabole en deux points d'abscisses environ $-2{,}4$ et $2{,}4$. La droite d'équation $y = -3$ ne coupe pas la parabole.

(a) Que représentent les nombres $-2{,}4$ et $2{,}4$ pour l'équation $x^2 = 6$? Sont-ils des valeurs exactes ? Justifie.

Ex. 31 (suite)

(b) Résous $x^2 = 6$ par le calcul. Donne les valeurs exactes, puis des valeurs approchées au centième.

(c) Que peux-tu en déduire pour l'équation $x^2 = -3$? Confirme par le calcul.

(d) Nina veut résoudre $5x^2 - 8 = 72$ avec son graphique. Quelle droite horizontale doit-elle tracer ? Résous ensuite cette équation par le calcul.

Ex. 32 ★★☆ **Le potager et le bassin d'Inès** — À Rodez, Inès a un potager carré de côté x mètres. Elle allonge chaque côté de 2 m : le nouveau potager est encore un carré, et son aire vaut 56,25 m². Elle veut aussi creuser un bassin en forme de disque, d'aire 12 m².

(a) Explique pourquoi x vérifie l'équation $(x + 2)^2 = 56{,}25$.

(b) Résous l'équation $(x + 2)^2 = 56{,}25$ en gardant toutes ses solutions.

(c) Quel est le côté du potager de départ ? Justifie ton choix.

(d) Le rayon r du bassin, en mètres, vérifie $\pi \times r^2 = 12$. Donne r en valeur exacte, puis une valeur approchée au centimètre.

Ex. 33 ★★☆ **La copie de Malo** — Malo a résolu quatre équations. Pour chacune, dis si sa réponse est juste et justifie. S'il y a une erreur, explique-la et écris la bonne résolution.

(a) $4x^2 + 11 = 47$. Malo : « $4x^2 = 36$, donc $x^2 = 9$. Comme $\sqrt{9} = 3$, la solution est 3. »

(b) $x^2 = 36$. Malo : « $x = 36 \div 2$, donc la solution est 18. »

(c) $x^2 + 31 = 6$. Malo : « $x^2 = -25$. Or $-5^2 = -25$, donc la solution est -5. »

(d) $7x^2 = 0$. Malo : « $x^2 = 0$. Il faut un nombre positif pour trouver des solutions, donc il n'y a aucune solution. »

Ex. 34 ★★★ **La terrasse de Lou à Annecy** — À Annecy, Lou ouvre un restaurant. Sa terrasse est un carré de 42 m² d'aire. Dans un coin, entre deux murs perpendiculaires, Lou tend une guirlande en ligne droite d'un point situé à 2,4 m du coin à un point situé à 3,2 m du coin. D'après le théorème de Pythagore, sa longueur d, en mètres, vérifie $d^2 = 2{,}4^2 + 3{,}2^2$.

(a) Sans calculatrice, encadre $\sqrt{42}$ entre deux nombres entiers consécutifs. Justifie.

(b) Écris l'équation vérifiée par le côté c de la terrasse, en mètres, puis résous-la. Donne le côté en valeur exacte, puis au centième.

(c) Lou écrit « $c = 6{,}48$ m ». Est-ce exact ? Justifie par un calcul.

(d) Lou veut une terrasse carrée deux fois plus grande, d'aire 84 m². Résous l'équation vérifiée par son côté C, puis dis si le côté a doublé. Justifie.

Ex. 34 **(suite)**

(e) Lou affirme : « donc $d = 2{,}4 + 3{,}2 = 5{,}6$ m ». Ce raisonnement est-il juste ? Justifie, puis calcule d.

Ex. 35 ★★★ **Le programme de calcul de Yanis** — À Toulouse, Yanis propose ce programme de calcul : « Choisis un nombre. Soustrais 4. Élève le résultat au carré. Multiplie par 3. » Sur sa calculatrice graphique, Yanis observe que la droite d'équation $y = 7$ coupe la parabole d'équation $y = x^2$ en deux points d'abscisses environ $-2{,}6$ et $2{,}6$.

(a) On note x le nombre choisi. Écris le résultat du programme à l'aide de x.

(b) Quels nombres faut-il choisir pour obtenir 75 ? Résous une équation.

(c) Combien de nombres permettent d'obtenir 0 ? Justifie.

(d) Peut-on obtenir -12 ? Justifie.

(e) Pour obtenir 21, Yanis dit qu'il faut choisir $-2{,}6$ ou $2{,}6$. Corrige, en donnant les nombres en valeur exacte, puis au centième.

6. *Inéquations du premier degré (complément)*

À retenir : Complément : je résous comme une équation. Ajouter ou soustraire ne change pas le sens. Multiplier ou diviser par un négatif le change : $-2x > 6$ donne $x < -3$. Il y a une infinité de solutions ; je teste la borne ($\leqslant$ ou $<$).

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : résoudre une inéquation** — Complément hors programme (étudié en seconde). Résous chaque inéquation. Donne les solutions sous la forme $x < \ldots$, $x \leqslant \ldots$, $x > \ldots$ ou $x \geqslant \ldots$.

(a) $x + 7 > 3$

(b) $4x \leqslant 18$

(c) $-5x < 30$

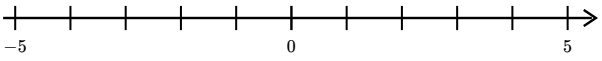
(d) $12 \geqslant 3x - 9$

(e) $6 - 2x \geqslant 1$

(f) $-\dfrac{3}{4}x > 6$

(g) $0{,}5x + 1{,}2 \leqslant 2{,}7$

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : la borne et la droite graduée** — Complément hors programme. Pour les représentations, utilise la droite graduée : Décris la partie coloriée et le sens du crochet.



(a) -3 est-il solution de l'inéquation $2x + 5 \geqslant -1$? Justifie.

(b) -3 est-il solution de l'inéquation $2x + 5 > -1$? Justifie.

(c) Lina dit : « L'inéquation $x - 2 < 5$ a pour solution 7. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Résous $3x - 4 \leqslant 2$, puis décris la représentation de ses solutions sur la droite graduée.

(e) Résous $-x + 1 < 2$, puis décris la représentation de ses solutions sur la droite graduée.

Ex. 37 **(suite)**

(f) Sur une droite, on a colorié la partie à gauche de 1, et le crochet en 1 est tourné vers la droite. Quelle inéquation convient : $x \leqslant 1$, $x < 1$ ou $x > 1$? Justifie.

Ex. 38 ★★☆ **Erreurs d'élèves sur les inéquations** — Complément hors programme : les inéquations sont étudiées en seconde. Lis chaque résolution avec attention.

(a) Hugo résout $7 - 4x \geqslant 35$: « $-4x \geqslant 28$, donc $x \geqslant -7$ ». Trouve son erreur et corrige-la.

(b) Chloé résout $x + 6 < -4$: « je soustrais 6 et je change le sens : $x > -10$ ». A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Résous $5x - 2 > 8x + 13$ en regroupant les x à droite, du côté du coefficient positif, pour ne pas changer le sens.

(d) Nora résout $2(3 - x) < 10$: « $6 - x < 10$, donc $x > -4$ ». Trouve son erreur et corrige-la.

Ex. 39 ★★☆ **Deux tarifs à la piscine** — Complément hors programme. À la piscine de Rennes, le tarif A coûte 8 € la séance. Le tarif B coûte 40 € d'abonnement, puis 3,50 € la séance. On note x le nombre de séances.

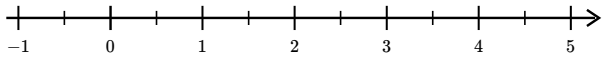
(a) Exprime en fonction de x le prix payé avec le tarif A, puis avec le tarif B. Calcule chaque prix pour 5 séances.

(b) Avec un budget de 100 € et le tarif A, combien de séances peut-on faire au plus ?

(c) Avec un budget de 100 € et le tarif B, combien de séances peut-on faire au plus ? Donne aussi la valeur approchée au centième de la borne.

(d) À partir de combien de séances le tarif B est-il strictement moins cher que le tarif A ?

Ex. 40 ★★★ **Deux programmes de calcul à comparer** — Complément hors programme (étudié en seconde). Programme A : choisis un nombre, ajoute 3, élève le résultat au carré, puis soustrais le carré du nombre choisi. Programme B : choisis un nombre, multiplie-le par -4, puis ajoute 29. On note x le nombre choisi.



(a) Teste le nombre -1 avec le programme A, puis avec le programme B.

(b) Montre que le programme A donne $6x + 9$ quand on choisit le nombre x.

(c) Pour quels nombres le résultat du programme B est-il strictement supérieur à 15 ? Représente ces solutions sur la droite graduée.

(d) Pour quels nombres le résultat de A est-il au moins égal à celui de B ? Regroupe les x du côté où leur coefficient est positif.

(e) Léa affirme : « À la question précédente, un seul nombre convient. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 41 ★★★ **Inès économise, Noah dépense** — Complément hors programme. Inès a 85 € et économise 12 € chaque semaine. Son frère Noah a 260 € et dépense 15 € chaque semaine. On note x le nombre de semaines écoulées (x est un nombre entier).

(a) Exprime en fonction de x la somme d'Inès, puis celle de Noah, après x semaines.

(b) Inès veut s'acheter une trottinette à 300 €. À partir de combien de semaines aura-t-elle assez d'argent ? Écris et résous une inéquation.

(c) Noah veut garder au moins 45 €. Pendant combien de semaines au plus peut-il dépenser ainsi ? Écris et résous une inéquation.

(d) Pour savoir quand Noah aura moins de 100 €, Mathis écrit : « $-15x < -160$, donc $x < 10{,}67$: au plus 10 semaines. » Trouve son erreur et corrige-la.

(e) À partir de combien de semaines Inès aura-t-elle strictement plus d'argent que Noah ? Regroupe les x du côté où leur coefficient est positif.

Ex. 42 ★★★ **Vrai ou faux : cinq inéquations piégées** — Complément hors programme (étudié en seconde). Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse, puis justifie par une résolution ou un contre-exemple.

(a) « Les solutions de $x - 2{,}5 \geqslant -6$ sont les nombres inférieurs ou égaux à $-3{,}5$. » Vrai ou faux ? Justifie.

(b) « -5 est solution de l'inéquation $3 - 2x < 13$. » Vrai ou faux ? Justifie.

(c) « Les solutions de $\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} > 2$ sont les nombres strictement supérieurs à -9. » Vrai ou faux ? Justifie.

(d) « L'inéquation $2(x+5) \leqslant 2x + 7$ n'a aucune solution. » Vrai ou faux ? Justifie.

(e) « L'inéquation $(x-3)^2 \geqslant x^2 - 6x$ est vraie pour tous les nombres x. » Vrai ou faux ? Justifie.

7. *Mettre un problème en équation, exercices type brevet*

À retenir : Je pose « Soit $x\ldots$ » avec son unité, j'écris la même quantité de deux façons (même unité), je résous, je vérifie dans l'énoncé et je conclus par une phrase. La solution doit avoir un sens : $x = 2{,}5$ personnes ou une longueur $x - 5 < 0$ est impossible.

Ex. 43 ★☆☆ **Traduire une phrase par une équation** — Automatismes. Choisis l'inconnue et écris-la avec son unité s'il y en a une : « Soit $x\ldots$ ». Écris une équation, résous-la, vérifie dans l'énoncé et conclus par une phrase.

(a) La somme de trois nombres entiers consécutifs est égale à 87. Trouve ces trois nombres.

(b) 51 est égal au triple de la somme d'un nombre et de 4. Trouve ce nombre.

Ex. 43 (suite)

(c) Le quart d'un nombre, augmenté de 3, est égal au tiers de ce nombre. Trouve ce nombre.

(d) Inès court un certain temps, puis elle marche 20 minutes. Sa sortie dure 1,5 h en tout. Combien de minutes a-t-elle couru ?

(e) Trois cahiers et un stylo à 1,50 € coûtent autant que deux cahiers et un classeur à 4,20 €. Quel est le prix d'un cahier ?

Ex. 44 ★☆☆ **La solution a-t-elle un sens ?** — Automatismes. Pour chaque situation, écris une équation et résous-la. Dis ensuite si la solution a un sens dans le problème, et justifie.

(a) Il y a 16 élèves dans une classe. Chaque table accueille 4 élèves et 6 élèves restent debout. On cherche le nombre de tables.

(b) Dans 5 ans, Zoé aura le double de l'âge qu'elle avait il y a 3 ans. On cherche l'âge de Zoé.

(c) Un rectangle a pour longueur $3x$ et pour largeur $x - 2$ (en cm). Sa longueur dépasse sa largeur de 4 cm. On cherche x.

(d) Un carré a pour côté $x - 3$ (en cm) et son périmètre mesure 10 cm. On cherche x.

Ex. 45 ★★☆ **Deux programmes de calcul** — Programme A : « Choisir un nombre ; ajouter 4 ; élever le résultat au carré. »
Programme B : « Choisir un nombre ; l'élever au carré ; ajouter 30. »
On note x le nombre choisi.

(a) Calcule le résultat de chaque programme quand on choisit -1.

(b) Sami veut obtenir 49 avec le programme A. Il dit : « Il faut choisir 3. » A-t-il trouvé tous les nombres possibles ? Justifie.

(c) Quel nombre faut-il choisir pour que les deux programmes donnent le même résultat ? Vérifie avec les programmes.

Ex. 46 ★★☆ **Choisir un tarif à la piscine** — La piscine d'Annecy propose deux tarifs.
Tarif A : 6,50 € par séance.
Tarif B : un abonnement de 30 € pour l'année, puis 4 € par séance.

Nombre de séances	4	10	15
Tarif A (en €)			
Tarif B (en €)			

(a) Complète le tableau.

(b) Soit x le nombre de séances. Écris le prix payé, en euros, avec chaque tarif.

(c) Pour combien de séances les deux tarifs coûtent-ils le même prix ? Vérifie, puis conclus par une phrase.

Ex. 46 **(suite)**

(d) Jade dispose de 100 €. Avec quel tarif peut-elle faire le plus de séances ? Combien de séances ? Justifie.

Ex. 47 ★★★ **Le double et le triple de l'âge** — Aujourd'hui, à Rennes, Malik a 11 ans et son père Karim a 38 ans. Pour chaque mise en équation, écris l'inconnue avec son unité, résous, vérifie dans l'énoncé et conclus par une phrase.

(a) Calcule l'âge de chacun dans 4 ans, puis il y a 2 ans. Il y a 2 ans, Karim avait-il le quadruple de l'âge de Malik ? Justifie.

(b) Soit x un nombre d'années. Exprime avec x l'âge de Malik et celui de Karim dans x ans.

(c) Dans combien d'années Karim aura-t-il le double de l'âge de Malik ?

(d) Malik affirme : « Il y a quelques années, mon père avait le triple de mon âge. » Soit y le nombre d'années écoulées depuis. Écris une équation et résous-la. Malik a-t-il raison ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Un carré et un rectangle** — Le carré $ABCD$ a pour côté x cm. Le rectangle $EFGH$ a pour longueur $(x+5)$ cm et pour largeur $(x-3)$ cm.

(a) Pour $x = 4$, calcule l'aire de chaque figure. Laquelle a la plus grande aire ?

(b) Explique pourquoi le problème n'a de sens que si $x > 3$.

(c) Pour trouver quand les deux aires sont égales, Tom écrit : « $x^2 = (x+5)(x-3)$ donne $x^2 = x^2 - 15$, donc pas de solution. » Corrige son erreur, puis résous le problème.

(d) Les deux figures peuvent-elles avoir le même périmètre ? Justifie à l'aide d'une équation.

(e) Pour quelle valeur de x l'aire du rectangle est-elle inférieure de 11 cm² à celle du carré ? Cette solution a-t-elle un sens ? Justifie.

Ex. 49 ★★★ **Un programme de calcul à démasquer** — Programme : « Choisir un nombre ; lui ajouter 3 ; élever le résultat au carré ; soustraire le carré du nombre choisi. »

(a) Teste le programme avec 2, puis avec -5.

(b) Léna applique le programme à 2. Elle calcule $2^2 + 3 = 7$, puis $7 - 4 = 3$. Quelle erreur a-t-elle faite ?

(c) Soit x le nombre choisi. Hugo affirme : « Le résultat vaut toujours 9, car $(x+3)^2 - x^2 = x^2 + 9 - x^2 = 9$. » A-t-il raison ? Justifie et donne l'expression réduite du résultat.

(d) Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 20 ? Donne la valeur exacte.

(e) Existe-t-il un nombre pour lequel le programme redonne le nombre choisi ? Justifie.