49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Rappels de 3e : tester un nombre, équations simples

À retenir : Tester un nombre : je le remplace partout (entre parenthèses s'il est négatif), je calcule chaque membre séparément, puis je compare. Pour $ax = b$, je divise par a : $3x = 12 \iff x = 4$; $-x = 5 \iff x = -5$. Je vérifie.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : équations en une ou deux étapes** — Résous chaque équation et donne l'ensemble des solutions S. Si une solution n'est pas entière, laisse-la sous forme de fraction irréductible.

(a) $x + 9 = 4$ (b) $4x + 3 = 31$ (c) $-x = 8$

(d) $\frac{x}{4} = -3$ (e) $-6x = 15$ (f) $13 = x - 6$

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : tester un nombre** — On considère l'équation (E) : $x^2 - 4 = 3x$. Pour tester un nombre, calcule séparément chaque membre, puis compare.

(a) Le nombre -4 est-il solution de (E) ? Justifie par un calcul.

(b) Zoé écrit pour $x = -1$: « $-1^2 - 4 = -5$ et $3 \times (-1) = -3$, donc -1 n'est pas solution ». A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Calcule chaque membre de (E) pour $x = 4$. Que peux-tu en conclure ?

(d) Lucas affirme : « J'ai trouvé une solution de (E), donc (E) n'a pas d'autre solution. » Vrai ou faux ? Justifie à l'aide des questions précédentes.

Ex. 3 ★★☆ **Repérer l'erreur** — Dans les trois premières questions, un élève s'est trompé dans sa suite d'équivalences. Trouve la ligne fausse, explique l'erreur, puis corrige la résolution et donne l'ensemble des solutions S.

(a) Tom écrit : $4x + 7 = 1 - 2x \iff 6x = -6 \iff x = -12$.

(b) Inès écrit : $5 - x = 9 \iff -x = 4 \iff x = 4$.

(c) Hugo écrit : $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{3} \iff 3x + 1 = 2x \iff x = -1$.

(d) Vérifie la solution corrigée de l'équation de Hugo : calcule séparément chaque membre de son équation de départ.

Ex. 4 ★★☆ **Deux tarifs à la piscine** — Une piscine propose deux tarifs. Tarif A : 4,50 € l'entrée. Tarif B : une carte annuelle à 18 €, puis 2,25 € l'entrée.

(a) On note x le nombre d'entrées dans l'année. Exprime en fonction de x le prix payé avec le tarif A, puis avec le tarif B.

Ex. 4 (suite)

(b) Pour quel nombre d'entrées les deux tarifs coûtent-ils le même prix ? Écris une équation, puis résous-la.

(c) Vérifie ta réponse dans l'équation de départ, puis conclus par une phrase.

(d) Avec le tarif B, Maëlle a payé 42,75 € dans l'année. Combien d'entrées a-t-elle faites ? Justifie par une équation.

Ex. 5 ★★★ **Vrai ou faux ? Justifie** — Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse, puis justifie par un calcul ou un contre-exemple.

(a) « En ajoutant x aux deux membres de $3 - x = 2x$, on obtient l'équation équivalente $3 = 3x$, donc $S = \{1\}$. »

(b) « $-\frac{x}{7} = 2 \iff x = -\frac{2}{7}$. »

(c) « Si on multiplie les deux membres de l'équation $x = 4$ par 0, on obtient une équation équivalente. »

(d) « La solution de l'équation $9x = 6$ est 0,67. »

(e) « Les équations $2x - 7 = 5$ et $x + 4 = 10$ sont équivalentes. »

Ex. 6 ★★★ **Une équation, plusieurs solutions** — On considère l'équation (E) : $x^2 - 2x = 3x - 6$.

x	-2	0	1	2	3
$x^2 - 2x$	…	…	…	…	…
$3x - 6$	…	…	…	…	…

(a) Recopie et complète le tableau en calculant chaque membre séparément. Quels nombres du tableau sont solutions de (E) ?

(b) Le nombre $\frac{5}{2}$ est-il solution de (E) ? Justifie par un calcul.

(c) Nina affirme : « D'après le tableau, $S = \{2\,;\,3\}$. » Son raisonnement est-il suffisant ? Justifie.

(d) Développe $(x - 2)(x - 3)$, puis justifie que (E) est équivalente à $(x - 2)(x - 3) = 0$.

(e) Déduis-en l'ensemble des solutions S de (E). Rédige ta justification.

Ex. 7 ★★★ **Le père et le fils** — Aujourd'hui, Rayan a 14 ans et son père Karim a 41 ans. On note x un nombre d'années compté à partir d'aujourd'hui : $x > 0$ pour le futur, $x < 0$ pour le passé.

(a) Exprime en fonction de x l'âge de Rayan, puis celui de Karim, dans x années.

Ex. 7 **(suite)**

(b) Dans combien d'années Karim aura-t-il le double de l'âge de Rayan ? Mets en équation, résous, vérifie, puis conclus par une phrase.

(c) Karim a-t-il eu, ou aura-t-il, le quadruple de l'âge de Rayan ? Mets en équation, résous, puis interprète le signe de la solution.

(d) Dans combien d'années la somme de leurs âges sera-t-elle égale à 100 ans ? Donne la valeur exacte de la solution, puis interprète-la.

2. *Équations équivalentes et premier degré*

À retenir : Une équation reste équivalente si l'on ajoute un même terme aux deux membres ou si l'on multiplie par un nombre non nul (jamais par 0). $-4x = 10 \iff x = -\frac{5}{2}$: on divise par -4, signe compris. Conclus par $S = \{\dots\}$.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : résoudre en ligne** — Résous chaque équation. Donne l'ensemble des solutions S avec des accolades.

(a) $-4x = 18$

(b) $7x - 5 = 3x + 9$

(c) $\frac{2}{3}x = -8$

(d) $0{,}4x - 1 = 2{,}2$

(e) $6 - x = 2x + 15$

(f) $5x = 2$
(donne la solution sous forme décimale)

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : développer ou chasser les dénominateurs** — Développe ou multiplie tous les termes par un même nombre non nul, puis résous. Donne S.

(a) $-3(x - 6) = 2x + 3$

(b) $4(2x + 1) - 3(x - 2) = 0$

(c) $(x + 3)(x - 2) = x^2 + 7$

(d) $(2x - 1)(x + 4) = 2x(x + 1)$

(e) $\frac{3x}{4} - 2 = \frac{x}{2}$

(f) $\frac{2x - 1}{3} = \frac{x + 3}{2}$

Ex. 10 ★★☆ **Erreurs d'élèves à corriger** — Chaque élève a fait une seule erreur. Trouve-la, explique-la, puis donne la bonne résolution et l'ensemble S.

(a) Lina : $5x + 4 = 2x - 11 \iff 5x + 2x = -11 - 4 \iff 7x = -15 \iff x = -\frac{15}{7}$.

(b) Tom : $7 - 5x = 27 \iff -5x = 20 \iff x = \frac{20}{5} = 4$.

(c) Inès : $3 - 2(x - 4) = 7 \iff 3 - 2x - 8 = 7 \iff -2x = 12 \iff x = -6$.

Ex. 10 **(suite)**

(d) Hugo : $\frac{x}{3} - 2 = \frac{x}{5}$; il multiplie par 15 : $5x - 2 = 3x \iff 2x = 2 \iff x = 1$.

Ex. 11 ★★☆ **Vrai ou faux sur les équations équivalentes** — Pour chaque affirmation, réponds par vrai ou faux et justifie par un calcul ou un argument.

(a) « Les équations $3x - 6 = 0$ et $0 \times (3x - 6) = 0$ sont équivalentes. »

(b) « Les équations $\frac{x}{2} = 5 - x$ et $x = 10 - 2x$ sont équivalentes. »

(c) « Le nombre $-\frac{3}{2}$ est solution de $4x + 9 = 3 - 2x$. » Si c'est faux, donne S.

(d) « La solution de $0{,}5x + 1{,}2 = 2{,}7$ est $0{,}75$. » Si c'est faux, donne S.

Ex. 12 ★★★ **Problème : deux formules de location de vélos** — Un loueur de vélos propose deux formules. Formule A : 12 € d'abonnement, puis 2,40 € par heure. Formule B : 4 € par heure, sans abonnement. On note t la durée de la location, en heures.

(a) Exprime en fonction de t le prix P_A payé avec la formule A, puis le prix P_B payé avec la formule B.

(b) Pour quelle durée les deux formules coûtent-elles le même prix ? Mets le problème en équation, résous-la, donne S et vérifie.

(c) Avec la formule A, Malik a payé 33,60 €. Combien de temps a duré sa location ? Justifie par une équation.

(d) Avec la formule B, Chloé a payé 27 €. Combien de temps a duré sa location ? Donne le résultat en heures et minutes.

Ex. 13 ★★★ **Aires de rectangles : quand les x^2 s'éliminent** — Un carré a pour côté x cm, avec $x > 3$. On construit un rectangle R_1 en allongeant un côté du carré de 5 cm et en raccourcissant l'autre de 3 cm.

(a) Exprime l'aire de R_1 en fonction de x, sous forme développée et réduite.

(b) Pour quelle valeur de x le rectangle R_1 et le carré ont-ils la même aire ? Résous une équation et donne S.

(c) Pour quelle valeur de x l'aire de R_1 est-elle égale à l'aire du carré augmentée de 9 cm² ? Justifie, puis vérifie.

(d) Un rectangle R_2 a pour côtés $x + 1$ et $x - 2$ (en cm). Pour quelle valeur de x les rectangles R_1 et R_2 ont-ils la même aire ?

(e) La valeur trouvée à la question précédente convient-elle à la situation ? Justifie, puis vérifie l'égalité des aires par un calcul.

Ex. 14 ★★★ **Problème : la randonnée de Sacha** — Sacha fait un aller-retour sur un sentier de longueur d km : l'aller à 4 km/h, le retour à 6 km/h, avec une pause de 30 min au sommet. La sortie a duré 6 h en tout. Rappel : durée = distance ÷ vitesse.

(a) Exprime en fonction de d la durée de l'aller, puis celle du retour, en heures.

(b) Traduis l'énoncé par une équation d'inconnue d (toutes les durées en heures).

(c) Résous cette équation en multipliant tous ses termes par un même nombre non nul bien choisi. Donne S.

(d) Vérifie ta solution dans l'équation de départ, puis conclus par une phrase.

(e) Nora a multiplié par 12 seulement les fractions et obtenu $3d + 2d + \frac{1}{2} = 6$. Quelle solution trouve-t-elle ? Explique son erreur.

3. *Cas particuliers : aucune solution ou tous les réels*

À retenir : Si les x disparaissent, lis l'égalité qui reste. Si elle est vraie, $S = \mathbb{R}$; si elle est fausse, $S = \varnothing$. Exemple : $0 = 0$ donne $S = \mathbb{R}$ et non $\{0\}$; $0 \times x = 5$ donne $S = \varnothing$. Développe toujours avant de conclure.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : une solution, aucune ou toutes** — Résous chaque équation et donne l'ensemble des solutions S.

(a) $0 \times x = 7$

(b) $4(x - 3) = 4x - 12$

(c) $5x + 2 = 5x - 9$

(d) $3(x + 2) - x = 2(x + 3)$

(e) $7x - 3 = 2(x + 1) + 5x$

(f) $2x + 9 = 9 - 4x$

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : les x² s'éliminent** — Développe, puis résous chaque équation. Donne l'ensemble des solutions S.

(a) $(x + 6)^2 = x^2 + 9x$

(b) $(x - 5)^2 = x^2 - 15$

(c) $x(x + 4) = x^2 + 4x + 1$

(d) $(x + 2)(x - 2) + 8 = x^2 + 4$

(e) $(2x + 1)(x - 3) = 2x^2 + x$

Ex. 17 ★★☆ **Deux élèves, deux conclusions fausses** — Léa résout $3(2x - 1) + 4 = 6x + 1$. Elle obtient $6x + 1 = 6x + 1$, puis $0 = 0$, et elle conclut : « $S = \{0\}$ ». Tom résout $2(4x + 1) = 8x - 5$. Il obtient $2 = -5$ et il conclut : « $x = 0$ ».

(a) Le nombre 5 est-il solution de l'équation de Léa ? Justifie par un calcul.

Ex. 17 (suite)

(b) Explique l'erreur de Léa et donne le bon ensemble des solutions.

(c) Le nombre 0 est-il solution de l'équation de Tom ? Justifie par un calcul.

(d) Corrige la conclusion de Tom en justifiant.

Ex. 18 ★★☆ **Discuter selon un paramètre** — k est un nombre réel fixé. On considère l'équation (E) : $(k + 4)x = 6$, d'inconnue x.

(a) Résous (E) pour $k = -1$.

(b) Résous (E) pour $k = -4$.

(c) On suppose $k \neq -4$. Exprime la solution de (E) en fonction de k.

(d) Détermine la valeur de k pour laquelle 3 est solution de (E).

(e) On remplace le second membre de (E) par $k + 4$: $(k + 4)x = k + 4$. Résous cette équation pour $k = -4$, puis pour $k \neq -4$.

Ex. 19 ★★★ **Trois formules d'escalade** — Un club d'escalade propose plusieurs formules pour x séances (x entier naturel). A : 20 € d'adhésion, puis 4 € la séance. B : prix en euros $4(x + 5)$. C : prix $2(2x + 7) + 3$. D : prix $2(3x + 1)$.

(a) Exprime en fonction de x le prix, en euros, de la formule A.

(b) Nina affirme : « A et B n'ont jamais le même prix, car leurs écritures sont différentes. » A-t-elle raison ? Justifie en résolvant une équation.

(c) Écris et résous l'équation qui traduit « A et C coûtent le même prix », puis interprète le résultat.

(d) Pour combien de séances les formules A et D coûtent-elles le même prix ? Vérifie ton résultat.

(e) Les formules C et D peuvent-elles coûter le même prix ? Justifie.

Ex. 20 ★★★ **Un paramètre des deux côtés** — m est un nombre réel fixé. On considère l'équation (E) : $mx - 5 = 4x + m$, d'inconnue x.

(a) Transforme (E) en une équation équivalente de la forme $a \times x = b$, où a et b dépendent de m.

(b) Pour $m = 4$, Sami conclut : « $S = \{0\}$ ». A-t-il raison ? Résous (E) dans ce cas et justifie.

(c) On suppose $m \neq 4$. Résous (E) et donne son ensemble des solutions en fonction de m.

(d) Détermine la valeur de m pour laquelle 2 est solution de (E). Vérifie.

(e) Vrai ou faux : « Il existe une valeur de m pour laquelle 1 est solution de (E). » Justifie.

Ex. 21 ★★★ **Un carré et deux rectangles** — x est un nombre strictement positif (longueurs en cm). Un carré a pour côté $x+3$. Le rectangle R_1 a pour dimensions $x+1$ et $x+5$, le rectangle R_2 a pour dimensions x et $x+8$.

(a) Développe l'aire du carré et celle du rectangle R_1.

(b) Mia affirme : « Pour une bonne valeur de x, le carré et R_1 ont la même aire. » Vrai ou faux ? Justifie par une équation.

(c) Écris l'équation qui traduit « le carré et R_1 ont le même périmètre », résous-la et conclus.

(d) Détermine x pour que le carré et R_2 aient la même aire. Vérifie en calculant les deux aires.

4. *Équation produit nul, se ramener à un produit en factorisant*

À retenir : $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$. Mets tout dans un membre, factorise, ne divise jamais par une expression en x : $x^2 = 4x \iff x(x-4) = 0$, $S = \{0\,;\,4\}$. Si le second membre n'est pas 0, la règle ne s'applique pas.

Ex. 22 ★☆☆ **Produits déjà factorisés** — Résous chaque équation sans développer. Donne S rangé dans l'ordre croissant.

(a) $(2x+7)(x-5)=0$

(b) $x(3x+4)=0$

(c) $-4(x+3)(2x-9)=0$

(d) $(5x-2)^2=0$

(e) $(6-x)(3x+12)=0$

(f) $\left(\frac{x}{2}+1\right)(7-2x)=0$

Ex. 23 ★☆☆ **Factoriser puis résoudre** — Mets tout dans un membre si besoin, factorise, puis résous. Donne S rangé dans l'ordre croissant.

(a) $5x^2 = -8x$

(b) $49x^2 - 25 = 0$

(c) $x^2 + 10x + 25 = 0$

(d) $(x-4)^2 - 81 = 0$

(e) $3x(x+2) + 7(x+2) = 0$

(f) $16x^2 - 24x + 9 = 0$

Ex. 24 ★★☆ **Vrai ou faux ?** — Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse par un calcul ou un contre-exemple.

(a) « L'équation $(x-2)(x+3)=6$ équivaut à : $x-2=6$ ou $x+3=6$. »

(b) « En divisant les deux membres de $x^2 = -3x$ par x, on trouve $S=\{-3\}$. »

(c) « Un nombre est solution de $(x+6)(5x-4)=0$ s'il vérifie $x+6=0$ et $5x-4=0$. »

Ex. 24 (suite)

(d) « L'équation $(2x+1)^2=0$ a deux solutions : $\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}$. »

Ex. 25 ★★☆ **L'erreur d'Inès** — Pour résoudre $(3x-1)(x+4)-(3x-1)(2x-5)=0$, Inès écrit : $(3x-1)(x+4-2x-5)=0 \iff (3x-1)(-x-1)=0$, donc $S=\{-1\,;\,\frac{1}{3}\}$.

(a) Repère l'erreur d'Inès et explique-la.

(b) Résous correctement l'équation d'Inès.

(c) Résous $(2x+3)^2-(x-5)^2=0$ en factorisant.

(d) Résous $(x+2)(4x-1)=3(x+2)$ sans diviser par $x+2$.

Ex. 26 ★★★ **Le carré agrandi** — Maëlle dessine un carré de côté x cm, avec $x>0$. Elle augmente le côté de 3 cm. L'aire du nouveau carré est alors égale à 4 fois l'aire du carré de départ.

(a) Exprime en fonction de x l'aire du nouveau carré, puis traduis l'énoncé par une équation.

(b) Mets tout dans le membre de gauche, puis écris ce membre sous la forme A^2-B^2, en précisant A et B.

(c) Factorise le membre de gauche de l'équation obtenue, puis résous cette équation dans $\mathbb{R}$.

(d) Quel est le côté du carré de départ ? Vérifie ta réponse avec les aires, puis conclus par une phrase.

(e) Noé résout $(x+3)^2=9x^2$ ainsi : « donc $x+3=3x$, donc $x=\frac{3}{2}$. » Son raisonnement est-il complet ? Justifie.

Ex. 27 ★★★ **Choisir la bonne forme** — Pour tout réel x, on pose $E(x)=(2x-1)^2-(x+4)(2x-1)$.

(a) Développe et réduis $E(x)$.

(b) Factorise $E(x)$. Attention au signe $-$ devant le produit.

(c) Résous l'équation $E(x)=0$.

(d) Résous l'équation $E(x)=5$ en choisissant la forme de $E(x)$ la mieux adaptée. Justifie ton choix.

(e) Résous l'équation $E(x)=2x^2$.

Ex. 28 ★★★ **Une équation avec un paramètre** — k désigne un nombre réel. On considère l'équation (E) : $(x+2)(kx-6)=0$, d'inconnue x.

(a) Résous (E) lorsque $k=3$.

(b) Résous (E) lorsque $k=0$. Justifie avec soin.

(c) Détermine la valeur de k pour laquelle 4 est solution de (E).

(d) Détermine toutes les valeurs de k pour lesquelles (E) a une seule solution. Justifie.

5. Équation quotient et valeurs interdites

À retenir : Valeurs interdites d'abord : on résout « dénominateur $= 0$ ». $\frac{A}{B} = 0 \iff A = 0$ et $B \neq 0$; $\frac{A}{B} = k$ devient $A = k \times B$. Une valeur interdite n'est jamais solution : pour $\frac{x^2-x}{x-1} = 0$, $S = \{0\}$.

Ex. 29 ★☆☆ **Valeurs interdites et ensemble de définition** — Pour chaque expression, donne les valeurs interdites, puis son ensemble de définition.

(a) $\frac{5}{x-7}$ (b) $\frac{x+2}{3x+12}$

(c) $\frac{2x-1}{x^2+1}$ (d) $\frac{4}{x^2-9}$

(e) $\frac{x}{(2x-5)(x+1)}$ (f) $\frac{3x+2}{x^2-6x}$

Ex. 30 ★☆☆ **Quotient nul** — Résous chaque équation. Donne d'abord les valeurs interdites, puis l'ensemble des solutions S.

(a) $\frac{2x-9}{x+6} = 0$ (b) $\frac{7-x}{2x+1} = 0$

(c) $\frac{x^2-16}{x-4} = 0$ (d) $\frac{4x^2-4x+1}{x+3} = 0$

(e) $\frac{2x+10}{x^2-25} = 0$ (f) $\frac{(x-1)(x+7)}{x+2} = 0$

Ex. 31 ★★☆ **Quotient égal à un nombre** — Pour chaque équation, donne la valeur interdite, puis écris $A = k \times B$ avec des parenthèses autour de B. Résous et vérifie dans l'équation de départ.

(a) Résous $\frac{3x-1}{x+5} = 2$. (b) Résous $\frac{4x+1}{2-x} = -3$.

(c) Résous $\frac{x+6}{x-2} = 1$. (d) Résous $\frac{2x-6}{x-3} = 2$.

Ex. 32 ★★☆ **Erreurs d'élèves et vrai ou faux** — Deux élèves ont résolu des équations quotients. Analyse leur travail, juge une affirmation, puis termine par une résolution complète.

(a) Noé simplifie $\frac{x^2+3x}{x} = 3$ par x : il obtient $x + 3 = 3$, donc $S = \{0\}$. A-t-il raison ? Justifie.

(b) Inès écrit $\frac{x-4}{x+1} = 3 \iff x - 4 = 3x + 1$. Trouve son erreur, puis résous l'équation correctement.

(c) Vrai ou faux ? « L'équation $\frac{x+2}{x^2+4} = 0$ a pour valeur interdite -2. » Justifie, puis donne S.

(d) Résous $\frac{x^2-1}{x+1} = -2$ en donnant d'abord la valeur interdite. Pense à une identité remarquable.

Ex. 33 ★★★ **Factoriser, rejeter, justifier** — On considère $Q(x) = \frac{x^2-49}{x^2+7x}$. Commence toujours par les valeurs interdites et rédige avec des équations équivalentes.

(a) Factorise $x^2 - 49$ et $x^2 + 7x$. Donne les valeurs interdites de $Q(x)$, puis son ensemble de définition.

(b) Résous $Q(x) = 0$. Justifie chaque valeur que tu rejettes.

Ex. 33 (suite)

(c) Tom écrit : « $Q(x) = \frac{x-7}{x}$, donc Q n'a qu'une valeur interdite : 0 ». Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Résous $Q(x) = 2$.

(e) Résous $Q(x) = -6$, puis vérifie ta solution dans l'équation de départ.

Ex. 34 ★★★ **Le prix moyen d'une séance d'escalade** — Yanis s'inscrit dans une salle d'escalade : 60 € d'adhésion pour l'année, puis 4 € par séance. Pour x séances (x entier, $x \geq 1$), le prix moyen d'une séance, en euros, est $M(x) = \frac{60+4x}{x}$.

(a) Quelle est la valeur interdite de l'expression $M(x)$? Calcule $M(5)$ et $M(15)$.

(b) Combien de séances faut-il faire pour que le prix moyen soit de 6{,}50 € ? Résous, vérifie et conclus.

(c) Clara affirme : « Avec assez de séances, le prix moyen tombera à 4 € ». Vrai ou faux ? Justifie en résolvant une équation.

(d) Une formule sans adhésion coûte 9 € la séance. Pour combien de séances les deux formules ont-elles le même prix moyen ?

(e) Résous $M(x) = 3$. La solution convient-elle à la situation ? Justifie.

Ex. 35 ★★★ **Une équation quotient avec un paramètre** — k est un nombre réel. On note (E_k) l'équation $\frac{x+4}{x-1} = k$, d'inconnue x.

(a) Donne la valeur interdite de (E_k). Résous ensuite (E_3), puis vérifie ta solution dans l'équation de départ.

(b) Résous (E_1). Justifie ta réponse.

(c) Montre que, pour $x \neq 1$, l'équation (E_k) équivaut à $(k-1)x = k + 4$.

(d) Pour $k \neq 1$, exprime la solution en fonction de k. Lina affirme : « Pour un certain k, cette solution vaut 1 ». Vrai ou faux ? Justifie.

(e) Trouve la valeur de k pour laquelle 6 est solution de (E_k), puis vérifie.

6. Équation $x^2 = a$

À retenir : $x^2 = a$: si $a > 0$, $S = \{-\sqrt{a}\,;\,\sqrt{a}\}$; si $a = 0$, $S = \{0\}$; si $a < 0$, $S = \varnothing$. J'isole d'abord le carré : $2x^2 = 18 \iff x^2 = 9$, $S = \{-3\,;\,3\}$. $x^2 = 5x$ se résout avec un produit nul.

Ex. 36 ★☆☆ **Carré égal à un nombre** — Résous chaque équation. Donne les valeurs exactes, avec la racine carrée simplifiée.

(a) $x^2 = 64$

(b) $x^2 = -9$

(c) $3x^2 = 54$

(d) $x^2 = 24$

(e) $2x^2 + 3 = 245$

(f) $x^2 = 0$

(g) $4x^2 - 1 = 0$

(h) $7 - x^2 = -93$

Ex. 37 ★☆☆ **Carré d'une expression** — Résous chaque équation. Donne les valeurs exactes, avec la racine carrée simplifiée.

(a) $(x - 3)^2 = 25$

(b) $(x + 2)^2 = -4$

(c) $(x + 4)^2 = 0$

(d) $(2x + 1)^2 = 49$

(e) $(x + 5)^2 = 20$

(f) $(x - 6)^2 - 36 = 0$

Ex. 38 ★★☆ **Repérer l'erreur** — Chaque élève a écrit une affirmation. Est-elle juste ? Justifie par un calcul, puis donne l'ensemble des solutions de l'équation.

(a) Léa écrit : « $x^2 = 81 \iff x = 9$ ».

(b) Hugo écrit : « $x^2 = 36$, donc $x = 36 \div 2 = 18$ ».

(c) Inès divise les deux membres par x : « $x^2 = 3x \iff x = 3$, donc $S = \{3\}$ ».

(d) Nathan écrit : « L'équation $x^2 = -25$ a pour solution -5 ».

Ex. 39 ★★☆ **La terrasse de Mila** — Mila a une terrasse carrée de côté x mètres. Si elle allonge chaque côté de 3 m, la terrasse reste carrée et son aire devient 50 m^2.

(a) Traduis la situation par une équation d'inconnue x.

(b) Le côté initial peut-il mesurer 5 m ? Justifie par un calcul.

(c) Résous l'équation obtenue. Donne les valeurs exactes.

(d) Quelle solution convient ? Donne le côté initial arrondi au centimètre.

Ex. 40 ★★★ **Discussion selon un paramètre** — Soit k un nombre réel. On considère l'équation (E) : $x^2 + 5 = k$, d'inconnue x. Donne les valeurs exactes, avec la racine carrée simplifiée.

(a) Résous (E) pour $k = 53$.

(b) Pour $k = 21$, Sacha écrit : « (E) équivaut à $x^2 = 26$ ». A-t-il raison ? Justifie, puis résous (E).

(c) Résous (E) pour $k = 5$, puis pour $k = -2$.

(d) Selon les valeurs de k, combien de solutions l'équation (E) a-t-elle ? Justifie.

(e) Détermine la valeur de k pour laquelle 7 est solution de (E). Donne alors l'autre solution.

Ex. 41 ★★★ **Choisir la bonne méthode** — Résous chaque équation en justifiant chaque étape. Donne les valeurs exactes, avec la racine carrée simplifiée.

(a) Résous $(x - 1)^2 = (2x + 3)^2$.

(b) Résous $3(x - 2)^2 + 1 = 37$.

(c) Résous $2x^2 + 5 = 2(x^2 + 1)$.

(d) Résous $5x^2 - 3 = 2x^2 - 3$.

Ex. 42 ★★★ **Le jardin de Yanis** — Le jardin de Yanis est un rectangle de largeur x m et de longueur $2x$ m. Dans un coin, il creuse un bassin carré de 3 m de côté. La pelouse restante mesure 135 m^2.

(a) Exprime l'aire de la pelouse en fonction de x, puis traduis la situation par une équation.

(b) Résous cette équation. Donne les valeurs exactes, avec la racine carrée simplifiée.

(c) Quelle solution convient au problème ? Justifie.

(d) Donne les dimensions du jardin, arrondies au centimètre, puis rédige une phrase de conclusion.

(e) Ben affirme qu'avec ce bassin, la pelouse ne peut pas mesurer 5 m^2. A-t-il raison ? Justifie.

7. *Mettre un problème en équation*

À retenir : Je nomme l'inconnue avec son unité. Je traduis sans inverser : « 3 de plus que a » donne $a + 3$, « deux fois moins que a » donne $\frac{a}{2}$. Je vérifie dans l'énoncé, je rejette une solution sans sens et je conclus avec l'unité.

Ex. 43 ★☆☆ **Traduire une phrase par une équation** — Traduis chaque phrase par une équation d'inconnue x (le nombre cherché), puis résous-la.

(a) Le double d'un nombre, augmenté de 7, vaut 31.

(b) Un nombre augmenté de 3 est deux fois moins grand que 40.

(c) Le triple d'un nombre est égal à ce nombre augmenté de 18.

(d) La somme de trois entiers consécutifs vaut 87. On note x le plus petit des trois.

(e) 15 % d'un nombre valent 12.

(f) Le quadruple d'un nombre, diminué de 5, vaut 3 de plus que le double de ce nombre.

Ex. 44 ★☆☆ **Nommer l'inconnue et écrire l'équation** — Dans chaque situation, nomme l'inconnue avec son unité, puis écris une équation qui traduit l'énoncé. Tu n'as pas à la résoudre.

(a) Un rectangle a une longueur égale au double de sa largeur. Son périmètre mesure 54 cm.

(b) Un pull soldé à -30 % coûte 42 €. On cherche son prix avant les soldes.

Ex. 44 **(suite)**

(c) Tom a 5 ans de plus qu'Inès. À eux deux, ils ont 31 ans.

(d) Un carré a une aire de 49 cm². On cherche son côté.

(e) Un gâteau de 960 g est partagé entre Sam et Noé. Noé reçoit deux fois moins que Sam.

(f) Un cycliste roule pendant 2 h 30 min à vitesse constante et parcourt 55 km.

Ex. 45 ★★☆ **Un carré agrandi** — Un carré a pour côté x cm. Si on augmente son côté de 4 cm, on obtient un carré d'aire 81 cm².

(a) Justifie que x vérifie l'équation $(x+4)^2 = 81$.

(b) Résous l'équation $(x+4)^2 = 81$ dans $\mathbb{R}$.

(c) Quel est le côté du carré de départ ? Justifie le choix de la solution.

(d) Vérifie ta réponse dans l'énoncé, puis conclus par une phrase.

Ex. 46 ★★☆ **Deux tarifs égaux : l'erreur de Maëlle** — Une salle de sport propose deux tarifs. Tarif A : 25 € par mois, plus 4 € par séance. Tarif B : 9 € par séance, sans abonnement. Pour savoir quand les deux tarifs sont égaux sur un mois, Maëlle écrit $25x + 4 = 9x$.

(a) Quelle erreur Maëlle a-t-elle commise ? Nomme l'inconnue avec son unité et écris l'équation correcte.

(b) Résous l'équation de Maëlle. Explique pourquoi son résultat n'a pas de sens ici.

(c) Résous l'équation correcte et conclus par une phrase.

(d) Vérifie ta réponse dans l'énoncé en calculant le prix payé avec chaque tarif.

Ex. 47 ★★★ **Le cadre d'une photo** — Une photo rectangulaire mesure 12 cm sur 8 cm. On l'entoure d'un cadre en bois de largeur constante. Le grand rectangle (photo et cadre) a une aire de 140 cm². On cherche la largeur du cadre.

(a) On note x la largeur du cadre. Précise son unité et les valeurs qu'elle peut prendre. Exprime en fonction de x la longueur et la largeur du grand rectangle.

(b) Écris l'équation que vérifie x, puis montre qu'elle est équivalente à $x^2 + 10x - 11 = 0$.

(c) Développe $(x-1)(x+11)$. Déduis-en l'ensemble des solutions de l'équation $x^2 + 10x - 11 = 0$.

(d) Quelle solution faut-il rejeter ? Justifie. Vérifie la réponse dans l'énoncé et conclus par une phrase.

Ex. 48 ★★★ **Le prix de la sortie scolaire** — Pour une sortie, le car coûte 600 € en tout. L'entrée au musée coûte 12 € par élève. On partage le prix total à égalité entre les n élèves qui participent.

(a) Que représente l'inconnue n ? Quelles valeurs peut-elle prendre ? Justifie que chaque élève paie $\frac{600}{n} + 12$ euros.

Ex. 48 **(suite)**

(b) Chaque élève a payé 27 €. Donne la valeur interdite, puis résous l'équation $\frac{600}{n} + 12 = 27$.

(c) Vérifie ton résultat dans l'énoncé (prix total, puis prix par élève), et conclus par une phrase.

(d) Kenza affirme : « On peut choisir le nombre d'élèves pour que chacun paie exactement 25 €. » A-t-elle raison ? Justifie.

(e) La mairie paie 25 % du prix du car. Combien d'élèves faut-il pour que chacun paie 21 € ? Justifie.

Ex. 49 ★★★ **Les âges d'une famille** — Rose a 3 ans de plus que son frère Hugo. Hugo a quatre fois moins d'années que leur père Karim. La somme des âges des trois membres de la famille vaut 63 ans.

(a) Nomme l'inconnue avec son unité. Exprime en fonction de cette inconnue l'âge de Rose et l'âge de Karim.

(b) Écris une équation qui traduit l'énoncé, puis résous-la. Donne les trois âges et vérifie-les dans l'énoncé.

(c) Pour trouver dans combien d'années t Karim aura le double de l'âge de Rose, Léon écrit : $2 \times$ (âge de Karim $+ t$) $=$ âge de Rose $+ t$. Explique son erreur.

(d) Écris l'équation correcte avec les âges trouvés, résous-la, vérifie, puis conclus par une phrase.

(e) Résous l'équation de Léon avec les âges trouvés. En quoi le résultat confirme-t-il qu'il s'est trompé ?