Discriminant et équations du second degré – exercices

Mathématiques – Première spécialité

Second degré · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- $\Delta = b^2 - 4ac$ avec les signes : pour $b = -7$, $b^2 = (-7)^2 = 49$, et non -49.
- On met tout dans un membre avant de lire a, b, c : $2x^2 = 5x - 1$ devient $2x^2 - 5x + 1 = 0$.
- On ne divise jamais par x : on perdrait la solution 0. On factorise par x.
- $x^2 = 9$ a deux solutions, -3 et 3 ; $x^2 = -9$ n'en a aucune.
- Solutions exactes et simplifiées : $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, puis $\dfrac{6 - 2\sqrt{5}}{4} = \dfrac{3 - \sqrt{5}}{2}$.
- Avec un quotient, on écarte d'abord la valeur interdite (dénominateur nul).

Exercice 1 – Calculer le discriminant ★

Calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$, puis donne le nombre de solutions de l'équation (sans la résoudre).

a) $x^2 - 3x - 4 = 0$

b) $2x^2 + 5x + 4 = 0$

c) $-x^2 + 4x - 4 = 0$

d) $3x^2 - 2x - 1 = 0$

e) $-2x^2 - 3x + 5 = 0$

f) $x^2 - 11 = 0$

g) $4x^2 + 9 - 12x = 0$

h) $1 + 2x + 5x^2 = 0$

Exercice 2 – Résoudre sans discriminant ★

Résous dans $\mathbb{R}$ sans calculer Δ : isole le carré, ou factorise puis utilise le produit nul.

a) $x^2 = 16$

b) $x^2 - 7 = 0$

c) $3x^2 + 12 = 0$

d) $x^2 = 5x$

e) $2x^2 + 7x = 0$

f) $(x - 3)^2 = 25$

g) $4x^2 - 1 = 0$

h) $(x + 4)(3x - 1) = 0$

Exercice 3 – Résoudre avec le discriminant ★

Résous dans $\mathbb{R}$. Donne les solutions exactes, sous forme simplifiée.

a) $t^2 - t - 12 = 0$

b) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

c) $-x^2 + 2x + 8 = 0$

d) $3x^2 - 2x + 1 = 0$

e) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

f) $x^2 + 2x - 1 = 0$

g) $5x^2 - x - 1 = 0$

h) $-2x^2 + 3x + 1 = 0$

Exercice 4 – D'abord la forme $ax^2 + bx + c = 0$ ★★

Résous dans $\mathbb{R}$: développe, mets tout dans le membre de gauche et réduis avant de calculer Δ.

a) $3x^2 = 7x + 6$

b) $x\,(x + 3) = 10$

c) $(2x - 1)^2 = x + 2$

d) $(x + 1)\,(x - 4) = 2x - 10$

e) $x^2 + 1 = 2\,(x - 3)$

f) $\dfrac{1}{2}x^2 + x = \dfrac{3}{2}$

Exercice 5 – Choisir la méthode la plus rapide ★★

Résous dans $\mathbb{R}$ par la méthode la plus rapide. N'utilise Δ que si rien de plus simple ne marche.

a) $(x - 2)\,(3x + 5) = 0$

b) $5x^2 = 3x$

c) $2\,(x + 1)^2 - 32 = 0$

d) $x^2 + 6x + 9 = 0$

e) $(x + 2)^2 = (2x - 1)^2$

f) $x^2 - x - 20 = 0$

Exercice 6 – Équations avec un quotient ★★

Résous dans $\mathbb{R}$. Commence par la valeur interdite.

a) $\dfrac{x^2 - 5}{x + 1} = 1$

b) $\dfrac{2x + 1}{x} = x - 1$

c) $\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 0$

d) $x + \dfrac{4}{x} = 5$

e) $\dfrac{3}{x - 2} = \dfrac{x}{2}$

Exercice 7 – Changement d'inconnue ★★★

Résous dans $\mathbb{R}$ en posant une nouvelle inconnue X.

a) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

b) $2x^4 - 7x^2 + 3 = 0$

c) $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$

Exercice 8 – Une équation à paramètre ★★★

Pour tout réel m, on considère l'équation $(E_m) : x^2 + mx + 4 = 0$.

1. Résous (E_5), c'est-à-dire l'équation obtenue pour $m = 5$.
2. Détermine les valeurs de m pour lesquelles (E_m) a une seule solution, et donne cette solution.
3. Détermine m pour que 3 soit solution de (E_m), puis trouve l'autre solution.
4. On considère maintenant $(F_m) : (m-2)x^2 + 4x + 1 = 0$. Pour quelles valeurs de m a-t-elle une seule solution ?

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque résolution d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis écris la bonne réponse.

a) Pour $x^2 - 6x + 3 = 0$: $\Delta = -6^2 - 4 \times 1 \times 3 = -48 < 0$, donc pas de solution.

b) $2x^2 = 6x \iff 2x = 6 \iff x = 3$, donc $S = \{3\}$.

c) $x^2 = 49 \iff x = 7$, donc $S = \{7\}$.

d) Pour $3x^2 - x - 4 = 0$: $\Delta = 49$, $x_1 = \dfrac{-1-7}{6} = -\dfrac{4}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-1+7}{6} = 1$.

e) $\dfrac{4 + 2\sqrt{5}}{2} = 2 + 2\sqrt{5}$

f) $\dfrac{x^2 - 1}{x + 1} = 0 \iff x^2 = 1$, donc $S = \{-1\,;\,1\}$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Le discriminant de $3x^2 - 5x - 2$ vaut :

   A 1 **B** -1 **C** 49 **D** -49

2. L'équation $x^2 + 4x + 5 = 0$ a :

   A aucune solution réelle **B** deux solutions **C** une seule solution **D** une infinité de solutions

3. Les solutions de $x^2 - 2x - 2 = 0$ sont :

   A $-1 - \sqrt{3}$ et $-1 + \sqrt{3}$ **B** $1 - 2\sqrt{3}$ et $1 + 2\sqrt{3}$ **C** $2 - \sqrt{3}$ et $2 + \sqrt{3}$ **D** $1 - \sqrt{3}$ et $1 + \sqrt{3}$

4. L'ensemble des solutions de $3x^2 = 12x$ est :

   A $\{4\}$ **B** $\{0\,;\,4\}$ **C** $\{-4\,;\,4\}$ **D** $\{0\,;\,-4\}$

5. L'équation $\dfrac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$ a pour ensemble de solutions :

   A $\{-2\,;\,2\}$ **B** $\{2\}$ **C** $\varnothing$ **D** $\{-2\}$

6. L'équation $x^2 - 6x + m = 0$ a une seule solution pour :

   A $m = 9$ **B** $m = 36$ **C** $m = -9$ **D** $m = 3$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).