Produit nul, $x^2 = a$ – exercices

Mathématiques – Troisième

Équations · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- Le produit nul ne marche qu'avec « $= 0$ » : $(x-4)(x+2) = 5$ ne se résout pas ainsi.
- $x^2 = a$: deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ si $a > 0$, une seule (0) si $a = 0$, aucune si $a < 0$.
- Ne divise jamais par x : tu perds la solution 0. Ramène tout d'un côté, puis factorise.
- Finis chaque petite équation : $4x - 10 = 0$ donne $x = 2{,}5$, pas $x = 10$.
- On écrit « ou » entre les deux équations, et on ne développe pas le produit.
- Une longueur est positive : dans un problème, on écarte la solution négative en le disant.

Exercice 1 – Équation produit nul ★

Résous. Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

a) $(x-6)(x+1) = 0$

b) $(x+8)(3x-9) = 0$

c) $x(x+12) = 0$

d) $(5x+2)(x-7) = 0$

e) $7x(2x-1) = 0$

f) $(x+3)^2 = 0$

g) $-3(x+4)(x-2) = 0$

h) $(x-1)(x+5)(2x-3) = 0$

Exercice 2 – Équations $x^2 = a$ ★

Résous. *Combien de solutions ?*

a) $x^2 = 144$

b) $x^2 = 0$

c) $x^2 = -9$

d) $x^2 = 10$

e) $x^2 = 0{,}36$

f) $x^2 + 4 = 40$

g) $3x^2 = 48$

h) $5x^2 + 20 = 0$

Exercice 3 – Facteur commun, puis produit nul ★

Ramène tout à « $= 0$ », factorise, puis résous. *Ne divise pas par x.*

a) $x^2 - 5x = 0$

b) $x^2 = 9x$

c) $4x^2 + 12x = 0$

d) $3x^2 = x$

e) $2x^2 = -14x$

f) $10x^2 - 4x = 0$

g) $x^2 + x = 0$

h) $6x = 8x^2$

Exercice 4 – Avec $a^2 - b^2$ ★★

Factorise avec $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, puis résous.

a) $x^2 - 64 = 0$

b) $9x^2 - 4 = 0$

c) $(x+1)^2 - 16 = 0$

d) $(2x-3)^2 - 49 = 0$

e) $(x-2)^2 = (2x+1)^2$

Exercice 5 – Une parenthèse en facteur ★★

Ramène tout à « $= 0$ » si besoin, factorise, puis résous.

a) $(x+2)(x-3) + (x+2)(2x+1) = 0$

b) $(2x-1)(x+4) - (2x-1)(3x-2) = 0$

c) $(3x+1)(x-2) = (3x+1)(5-x)$

d) $x(x+6) = 4(x+6)$

e) $(x+3)^2 = 2x + 6$

Exercice 6 – Choisir la méthode ★★

Résous en choisissant la méthode : $x^2 = a$, produit nul, ou factoriser d'abord.

a) $16x^2 = 9$

b) $(x+4)^2 = 9$

c) $x^2 - 6x + 9 = 0$

d) $(x-1)(x+4) = x - 1$

e) $2x^2 - 98 = 0$

Exercice 7 – Le potager ★★★

Un potager rectangulaire a une longueur égale au double de sa largeur. Son aire est 98 m². On appelle x sa largeur, en mètres.

1. Exprime la longueur, puis l'aire du potager, en fonction de x.
2. Montre que x vérifie l'équation $x^2 = 49$, puis résous-la.
3. Donne les dimensions du potager, puis son périmètre.

Exercice 8 – Le carré agrandi ★★★

On augmente de 3 cm le côté d'un carré de côté x cm. L'aire du nouveau carré est alors 4 fois plus grande que celle du carré de départ.

1. Montre que x vérifie l'équation $(x+3)^2 = 4x^2$.
2. Résous cette équation. *(Aide : $4x^2 = (2x)^2$.)*
3. Quel est le côté du carré de départ ? Vérifie.

Exercice 9 – La balle lancée ★★★

On lance une balle vers le haut. Sa hauteur, en mètres, au bout de t secondes est $h = 20t - 5t^2$ (avec t positif ou nul).

1. Montre que $20t - 5t^2 = 5t(4 - t)$.
2. À quels instants la balle est-elle au niveau du sol ? Que signifie chaque solution ?
3. Montre que la balle est à 15 m de haut quand $5(t-1)(3-t) = 0$. Déduis-en ces instants.

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque résolution contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) $x^2 = 64$, donc $x = 8$.

b) $x^2 = -36$, donc $x = -6$.

c) $x^2 = 12x$; je divise par x : $x = 12$.

d) $(x-1)(x+1) = 8$, donc $x - 1 = 8$ ou $x + 1 = 8$.

e) $(x+4)(2x-6) = 0$, donc $x = -4$ ou $x = 6$.

f) Un carré a une aire de 81 cm². Léo écrit : « son côté mesure 9 cm ou -9 cm ».

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Les solutions de $(x-9)(2x+1) = 0$ sont :
   A -9 et $\dfrac{1}{2}$ **B** 9 et $-\dfrac{1}{2}$ **C** 9 et -1 **D** 9 seulement
2. L'équation $x^2 = 20$ a :
   A une solution, $\sqrt{20}$ **B** une solution, 10 **C** aucune solution **D** deux solutions, $\sqrt{20}$ et $-\sqrt{20}$
3. L'équation $x^2 + 16 = 0$ a pour solutions :
   A aucune **B** 4 et -4 **C** -4 seulement **D** 16 et -16
4. Les solutions de $2x^2 = 7x$ sont :
   A $3{,}5$ seulement **B** 0 seulement **C** 0 et $3{,}5$ **D** $-3{,}5$ et $3{,}5$
5. Pour résoudre $(x-2)(x+5) = 4$, on peut écrire $x - 2 = 4$ ou $x + 5 = 4$:
   A faux : le produit doit être égal à 0 **B** vrai **C** vrai, si on vérifie ensuite
   D faux : il faut diviser par x
6. Un carré a pour aire 2,25 m². Son côté mesure :
   A 1,125 m **B** 1,5 m ou $-1{,}5$ m **C** 0,15 m **D** 1,5 m

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).