49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Vecteur directeur et équation cartésienne

À retenir : $\det(\vec{u},\vec{v}) = xy' - yx'$; $M \in d \iff \det(\overrightarrow{AM},\vec{u}) = 0$, avec $\overrightarrow{AM}\,(x - x_A\,;\, y - y_A)$. $ax + by + c = 0$ est dirigée par $(-b\,;\, a)$; $b = 0$: droite verticale. Contrôle avec A. $2x - y + 3 = 0$ et $-4x + 2y - 6 = 0$: même droite.

Ex. 1 ★☆☆ **Lire un vecteur directeur, tester un vecteur ou un point** — Calcule en ligne. Le repère est orthonormé.

a. Donne un vecteur directeur de la droite $d_1 : 3x + 5y - 1 = 0$.

b. Écris $d_2 : 2y = 6 - 4x$ sous la forme $ax + by + c = 0$, puis donne un vecteur directeur de d_2.

c. Le vecteur $(5\,;\,3)$ dirige-t-il la droite $d_3 : 5x + 3y - 2 = 0$? Justifie par un calcul.

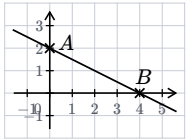
d. Le vecteur $\vec{w}\,(6\,;\,-10)$ dirige-t-il la droite $d_3 : 5x + 3y - 2 = 0$? Justifie par un calcul.

e. Le point $E\left(-1\,;\,\frac{7}{3}\right)$ appartient-il à $d_3 : 5x + 3y - 2 = 0$? Justifie par un calcul.

f. Donne un vecteur directeur de $d_4 : x - 7 = 0$, puis précise la position de d_4 par rapport aux axes.

g. Le vecteur $(0\,;\,0)$ peut-il diriger la droite d_1 ? Justifie.

h. La droite (AB) ci-dessous, avec $A(0\,;\,2)$ et $B(4\,;\,0)$, a pour équation $x + 2y - 4 = 0$. Donne un vecteur directeur lu dans l'équation et vérifie qu'il est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.



Ex. 2 ★☆☆ **Coordonnées de $\overrightarrow{AM}$ et déterminants** — Calcule en ligne. $M(x\,;\,y)$ désigne un point quelconque du plan.

a. Donne les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$ pour $A(2\,;\,-3)$.

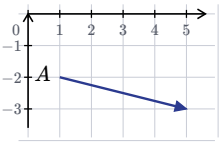
b. Donne les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$ pour $A(-4\,;\,0{,}5)$.

c. Calcule $\det(\vec{u},\vec{v})$ pour $\vec{u}\,(3\,;\,-2)$ et $\vec{v}\,(5\,;\,4)$.

d. Avec les mêmes vecteurs, calcule $\det(\vec{v},\vec{u})$. Que remarques-tu ?

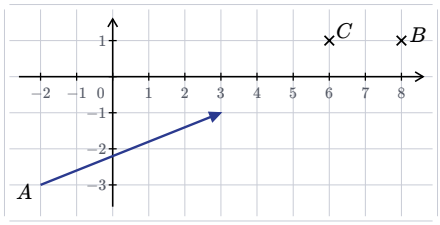
Ex. 2 (suite)

e. On donne $A(1\,;\,-2)$ et $\vec{u}\,(4\,;\,-1)$. Développe et réduis $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})$.



f. Les vecteurs $(-6\,;\,9)$ et $(4\,;\,-6)$ sont-ils colinéaires ? Justifie par un calcul.

Ex. 3 ★★☆ **Équation cartésienne par le déterminant** — La droite d passe par $A(-2\,;\,-3)$ et elle est dirigée par $\vec{u}\,(5\,;\,2)$. On donne aussi $B(8\,;\,1)$ et $C(6\,;\,1)$.



a. Pour $M(x\,;\,y)$, donne les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$.

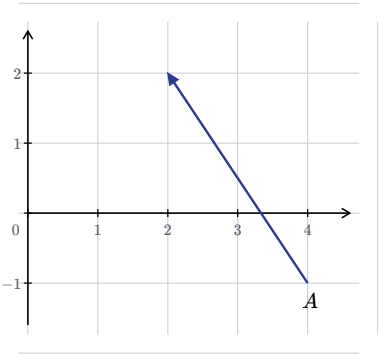
b. Développe $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})$ et déduis-en une équation cartésienne de d.

c. Contrôle ton équation avec le point A.

d. Les points B et C appartiennent-ils à d ? Justifie par un calcul.

e. Inès trouve $-4x + 10y + 22 = 0$ et Hugo trouve $5x - 2y - 4 = 0$. Qui a raison ? Justifie.

Ex. 4 ★★☆ **L'erreur de Théo** — Théo cherche une équation de la droite d passant par $A(4\,;\,-1)$ et dirigée par $\vec{u}\,(-2\,;\,3)$. Il écrit : « $\overrightarrow{AM}\,(x - 4\,;\,y - 1)$, donc $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u}) = (x - 4) \times 3 - (y - 1) \times (-2) = 3x + 2y - 14$. »



a. Teste l'équation $3x + 2y - 14 = 0$ de Théo avec le point A. Repère son erreur.

Ex. 4 **(suite)**

(b) Corrige le calcul et donne une équation cartésienne de d, contrôlée avec A.

(c) Lou lit a et b dans ton équation et propose $(3\,;\,2)$ comme vecteur directeur de d. A-t-elle raison ? Justifie par un calcul.

(d) Le point G d'abscisse -2 appartient à d. Calcule son ordonnée avec ton équation corrigée, puis contrôle avec un déterminant.

Ex. 5 ★★★ **Démontrer la réciproque du théorème** — Ben te fait démontrer la réciproque du théorème du cours. Soit a, b, c trois réels, avec a et b non tous les deux nuls, et E l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ tels que $ax+by+c=0$. On veut prouver que E est une droite.

(a) Si $b\neq 0$, vérifie que $A\left(0\,;\,-\frac{c}{b}\right)$ appartient à E. Si $b=0$, explique pourquoi $a\neq 0$, puis vérifie que $A\left(-\frac{c}{a}\,;\,0\right)$ appartient à E.

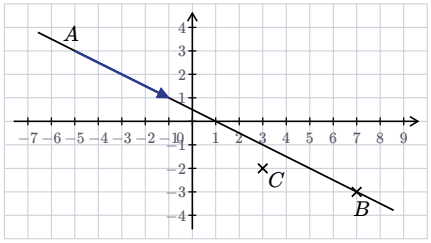
(b) Dans les deux cas, on pose $\vec{u}\,(-b\,;\,a)$. Explique pourquoi $\vec{u}\neq\vec{0}$ et pourquoi c'est indispensable pour un vecteur directeur.

(c) Pour $M(x\,;\,y)$, développe $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})$ (formule $xy'-yx'$, dans cet ordre), montre qu'il vaut $ax+by+c$, puis conclus.

(d) Application : E : $3y=2x+12$. Écris l'équation sous la forme $ax+by+c=0$, donne le point A et le vecteur $\vec{u}$ fournis par la démonstration, puis contrôle avec A.

(e) Application au cas $b=0$: E' : $2x=5$. Écris l'équation sous la forme $ax+by+c=0$, donne le point A et le vecteur $\vec{u}$ fournis par la démonstration, contrôle avec A et précise la nature de E'.

Ex. 6 ★★★ **Trajectoire d'un drone** — Sur la carte d'un parc (repère orthonormé), un drone part du point $A(-5\,;\,3)$ et avance en ligne droite dans la direction de $\vec{u}\,(4\,;\,-2)$. On note d sa trajectoire. Une balise est placée en $B(7\,;\,-3)$ et un arbre en $C(3\,;\,-2)$.



(a) Pour $M(x\,;\,y)$, donne les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$, développe $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})$ et déduis-en une équation cartésienne de d. Contrôle avec A.

(b) Nour obtient $3x+6y-3=0$ comme équation de d. A-t-elle raison ? Justifie.

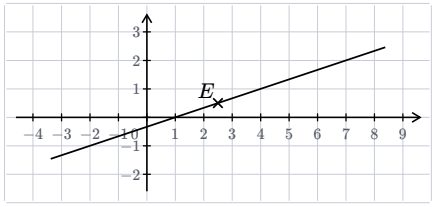
(c) La balise B et l'arbre C sont-ils sur la trajectoire d ? Justifie par un calcul.

Ex. 6 **(suite)**

(d) Une station de recharge $S(t\,;\,4)$ doit être placée sur d. Trouve le réel t.

(e) En B, le drone change de direction et suit le vecteur $\vec{w}\,(3\,;\,0)$. Trouve une équation de sa nouvelle trajectoire d'. Que remarques-tu ?

Ex. 7 ★★★ **Vrai ou faux autour d'une même droite** — On considère la droite d : $-x+3y+1=0$. Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie par un calcul ou un contre-exemple.



(a) « Le vecteur $(-1\,;\,3)$ est un vecteur directeur de d. »

(b) « Le vecteur $(6\,;\,2)$ est un vecteur directeur de d. »

(c) « Le point $E\left(\frac{5}{2}\,;\,\frac{1}{2}\right)$ appartient à d. »

(d) « Pour tout réel k, le vecteur $(3k\,;\,k)$ est un vecteur directeur de d. »

(e) Pour un réel m, on pose d_m : $mx+(m-2)y+4=0$. « d_m est parallèle à l'axe des ordonnées pour une seule valeur de m. »

2. *Équation réduite, pente et ordonnée à l'origine*

À retenir : J'isole y en divisant tout par b : $3y=6-9x$ donne $y=-3x+2$, donc la pente est -3, avec son signe. Pente de $\vec{w}\,(\alpha\,;\,\beta)$: $\frac{\beta}{\alpha}$. Pour une droite passant par A : $p=y_A-mx_A$. $x=k$: pas de pente ; $y=k$: pente nulle.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : pente et ordonnée à l'origine** — Calcule de tête et écris le résultat. Le repère est orthonormé.

(a) Pour la droite $y=3{,}5-2x$, donne la pente m et l'ordonnée à l'origine p.

(b) Écris l'équation réduite de la droite d'équation $2y=5-6x$.

(c) Donne, sous forme de fractions, la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite $-x+3y+2=0$.

(d) La droite d'équation $5x-15=0$ a-t-elle une pente ? Justifie.

(e) Donne la pente de la droite $4y+8=0$ et décris sa position dans le repère.

(f) Vrai ou faux ? « $y=2x-4$ et $2y=4x-8$ sont deux équations réduites de la même droite. » Justifie.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : pente et vecteur directeur** — Le repère est orthonormé. Réponds en une ou deux lignes.

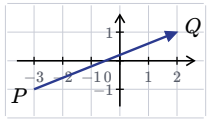
(a) Donne un vecteur directeur de la droite $y = -4x + 1$.

(b) Donne la pente d'une droite dirigée par $\vec{w}\,(4\,;\,-6)$.

(c) Donne un vecteur directeur à coordonnées entières d'une droite de pente $-\frac{3}{4}$.

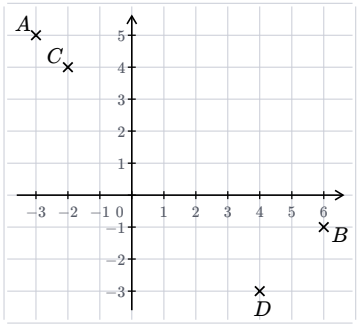
(d) Une droite est dirigée par $\vec{t}\,(0\,;\,3)$. Quelle est sa pente ?

(e) Lis les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ tracé de P vers Q, puis donne la pente des droites qu'il dirige.



(f) Vrai ou faux ? « $\vec{u}\,(2\,;\,1)$ est un vecteur directeur de la droite $y = 2x + 3$. » Justifie.

Ex. 10 ★★☆ **Une droite par un point et sa pente** — Ben prépare des droites pour un contrôle. Les points utiles sont placés dans le repère orthonormé ci-dessous.



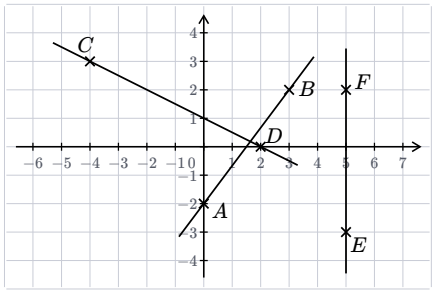
(a) Écris l'équation réduite de la droite d de pente -2 passant par $A(-3\,;\,5)$. Contrôle ton résultat avec A.

(b) Écris l'équation réduite de la droite d' de pente $\frac{2}{3}$ passant par $B(6\,;\,-1)$, en gardant la pente en fraction.

(c) Pour la droite de pente 3 passant par $C(-2\,;\,4)$, Léa écrit : « $p = 4 + 3 \times (-2) = -2$, donc $y = 3x - 2$. » Montre que c'est faux, puis corrige.

(d) Écris une équation de la droite de pente nulle passant par $D(4\,;\,-3)$, puis une équation de la droite passant par D parallèle à l'axe des ordonnées. Laquelle n'a pas d'équation réduite ?

Ex. 11 ★★☆ **Carte d'un jeu vidéo : lire des équations réduites** — Sur la carte d'un jeu vidéo, munie d'un repère orthonormé, trois routes rectilignes passent par des points du quadrillage : (AB), (CD) et (EF).



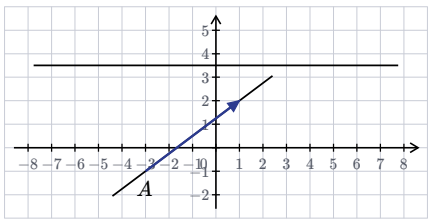
(a) Lis sur la figure l'équation réduite de la route (AB). Explique comment tu lis la pente.

(b) Lis sur la figure l'équation réduite de la route (CD). Contrôle-la avec le point C.

(c) Max affirme : « La route (EF) a pour équation réduite $y = 5$. » Corrige son erreur.

(d) Un trésor $T(a\,;\,6)$ est caché sur la route (AB). Calcule a.

Ex. 12 ★★★ **Trajectoires de deux drones** — Le repère est orthonormé (unité : 100 m). Un drone part de $A(-3\,;\,-1)$ et vole en ligne droite dans la direction du vecteur $\vec{w}\,(4\,;\,3)$. On note d sa trajectoire. Un second drone suit la droite d' d'équation $2y - 7 = 0$.



(a) Détermine la pente m de la droite d. Justifie à l'aide du vecteur $\vec{w}$.

(b) Écris l'équation réduite de d, en gardant les valeurs exactes en fraction. Contrôle ton résultat avec un point de d.

(c) Calcule les coordonnées des points où d coupe l'axe des ordonnées, puis l'axe des abscisses.

(d) Donne la pente de d' et décris sa position. Calcule ensuite les coordonnées exactes du point I où les deux trajectoires se croisent.

Ex. 13 ★★★ **Corriger la copie de Lina** — Lina a rendu son devoir sur les équations réduites (repère orthonormé). Chacune de ses réponses contient une erreur. Pour chaque question, explique l'erreur de Lina, puis donne la bonne réponse en justifiant.

(a) « Pente et ordonnée à l'origine de d_1 : $4y = 2 - 10x$. » Lina : « $y = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}x$, donc $m = \frac{1}{2}$ et $p = -\frac{5}{2}$. »

Ex. 13 **(suite)**

(b) « Un vecteur directeur de $d_2 : y = \frac{2}{5}x - 1$. » Lina : « $\vec{u}\ (\frac{2}{5}\,;\,1)$. »

(c) « Pente de $d_3 : 3x + 12 = 0$. » Lina : « $3x = -12$, donc $x = -4$: la pente est -4. »

(d) « Pente de $d_4 : -5y + 10 = 0$. » Lina : « Il n'y a pas de x, donc d_4 n'a pas de pente. »

(e) « Droite de pente $-\frac{3}{2}$ passant par $B(-4\,;\,1)$. » Lina : « $p = 1 - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (-4) = 1 + 6 = 7$, donc $y = -\frac{3}{2}x + 7$. »

Ex. 14 ★★★ **Une famille de droites avec un paramètre** — Dans un repère orthonormé, pour tout réel a, on note d_a la droite d'équation cartésienne $3x + (a-1)y + 6 = 0$.

(a) Détermine la valeur de a pour laquelle d_a est parallèle à l'axe des ordonnées. Donne son équation : a-t-elle une pente ?

(b) Pour $a = -1$, écris l'équation réduite de d_{-1}, puis donne sa pente et son ordonnée à l'origine.

(c) Détermine le réel a tel que $A(2\,;\,-3)$ appartienne à d_a. Écris alors l'équation réduite de cette droite et contrôle avec A.

(d) Pour $a \neq 1$, exprime la pente de d_a en fonction de a. Détermine ensuite a pour que cette pente soit $-\frac{3}{5}$.

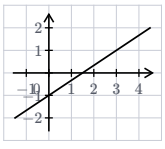
(e) On suppose que d_{-1} a aussi une équation $y = m'x + p'$. À l'aide de ses points d'abscisses 0 et 1, démontre que m' et p' sont égaux à la pente et à l'ordonnée à l'origine trouvées plus haut. Que conclus-tu ?

3. *Tracer une droite, lire une équation sur un graphique*

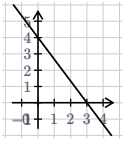
À retenir : Pente $m = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$, lue entre deux points du quadrillage, en unités. p se lit sur l'axe des ordonnées, au point $(0\,;\,p)$. Ex. : par $(0\,;\,1)$ et $(2\,;\,-3)$, $y = -2x + 1$. Une droite $x = k$ n'a pas de pente.

Ex. 15 ★☆☆ **Lire une équation sur un graphique** — Chaque droite est tracée dans un repère orthonormé. Lis sur la figure ce qui est demandé.

(a) Lis la pente et l'ordonnée à l'origine de cette droite, puis écris son équation réduite.

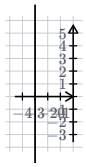


(b) Cette droite descend : quel est le signe de sa pente ? Lis sa pente et son ordonnée à l'origine, puis écris son équation réduite.

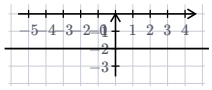


Ex. 15 **(suite)**

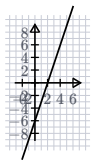
(c) Donne une équation de cette droite. A-t-elle une pente ? Justifie.



(d) Quelle est la pente de cette droite ? Écris son équation réduite.



(e) Le quadrillage est gradué de 2 en 2. Lis l'équation réduite de cette droite.



Ex. 16 ★★☆ **Tracer une droite à partir de son équation** — Pour pouvoir tracer chaque droite, calcule les coordonnées de deux de ses points bien espacés, dont le point $(0\,;\,p)$ quand il existe.

(a) $d_1 : y = 2x - 5$.

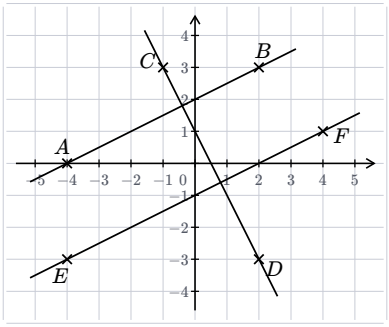
(b) Pour $d_2 : y = -\frac{2}{5}x + 1$, Noé place $(0\,;\,1)$ et $(1\,;\,0{,}6)$. Explique pourquoi ce choix est maladroit, puis propose un meilleur second point.

(c) $d_3 : 3y - x + 6 = 0$ (commence par isoler y).

(d) $d_4 : y = 1{,}5 - 0{,}75x$.

(e) $d_5 : 4x - 10 = 0$.

Ex. 17 ★★☆ **Associer équations et droites** — On a tracé les droites (AB), (CD) et (EF). On propose quatre équations : (1) $y = 1 - 2x$; (2) $2y = x + 4$; (3) $x - 2y - 2 = 0$; (4) $y = 2x + 1$.



(a) À l'aide des points tracés, donne la pente et l'ordonnée à l'origine de (AB), de (CD) et de (EF).

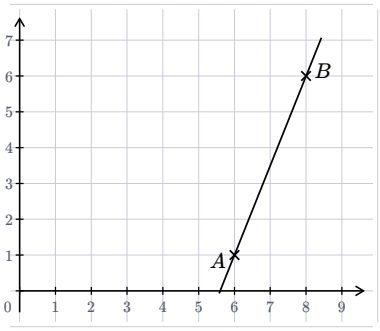
(b) Écris chacune des équations (1) à (4) sous forme réduite.

(c) Associe chaque droite à son équation et trouve l'intrus. Malo associe (4) à (CD) « car il y a un 2 devant x » : corrige son erreur.

Ex. 17 **(suite)**

(d) Lis sur la figure une valeur approchée des coordonnées du point K d'intersection de (CD) et (EF), puis calcule-les exactement.

Ex. 18 ★★☆ **Un laser qui sort du cadre** — Sur la carte d'un jeu vidéo, munie d'un repère orthonormé, un laser suit la droite (AB) tracée ci-dessous.



(a) Lis les coordonnées de A et de B, puis calcule la pente m du laser. Yanis trouve $\frac{2}{5}$: explique son erreur.

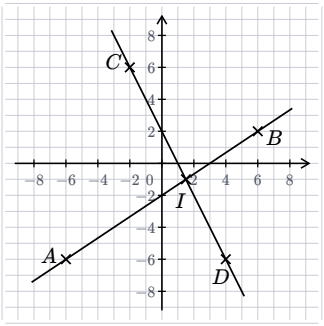
(b) Explique pourquoi on ne peut pas lire l'ordonnée à l'origine p sur la figure, puis calcule-la.

(c) Écris l'équation réduite du laser, puis contrôle-la avec le point B.

(d) Le laser touche-t-il la cible $C(-4\,;\,-23)$? Justifie par un calcul.

(e) La cible $T(a\,;\,11)$ est sur le laser. Calcule a.

Ex. 19 ★★★ **Graduations de 2 en 2** — Sur cette figure, les graduations vont de 2 en 2 : un carreau représente 2 unités. Les droites (AB) et (CD) se coupent au point I.



(a) Lis les coordonnées des points A, B, C et D. Attention : compte des unités, pas des carreaux.

(b) Calcule la pente de (AB) à partir de A et B, puis lis son ordonnée à l'origine. Écris l'équation réduite de (AB) et contrôle-la avec B.

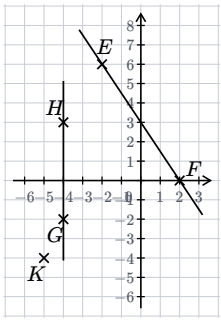
(c) Inès affirme : « (AB) coupe l'axe des ordonnées un carreau sous O, donc $p = -1$. » Explique son erreur, puis contrôle ton équation avec le point A.

(d) Détermine l'équation réduite de (CD) et contrôle-la avec D. Explique pourquoi sa pente est négative.

Ex. 19 **(suite)**

(e) Donne une valeur approchée des coordonnées de I lues sur la figure, puis calcule ses coordonnées exactes. Pourquoi la lecture ne suffit-elle pas ?

Ex. 20 ★★★ **Corriger une copie, puis compléter la figure** — On a tracé les droites (EF) et (GH) et placé le point $K(-5\,;\,-4)$.



Sacha a écrit : « (EF) coupe l'axe en 2, donc $p = 2$. De E à F, on avance de 4 et on descend de 6, donc $m = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$ et $(EF) : y = -\frac{2}{3}x + 2$. Tous les points de (GH) ont pour abscisse -4, donc $(GH) : y = -4$, de pente 0. »

(a) Lis les coordonnées de E et de F, puis teste l'équation de (EF) écrite par Sacha avec le point E. Que conclus-tu ?

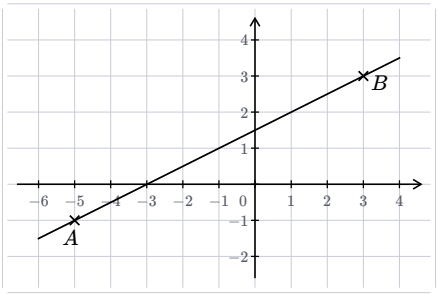
(b) Sacha a fait deux erreurs sur (EF). Nomme-les, puis donne l'équation réduite correcte de (EF) et contrôle-la avec F.

(c) Corrige l'équation de (GH). Explique pourquoi cette droite n'a ni pente ni équation réduite.

(d) La droite d passe par K et a pour pente $\frac{2}{5}$. Calcule son ordonnée à l'origine, puis un second point de d bien espacé, pour pouvoir la tracer.

(e) Calcule les coordonnées exactes du point d'intersection de d et de (GH). Aurait-on pu les lire exactement sur la figure ?

Ex. 21 ★★★ **Le plan d'un parc** — Sur le plan d'un parc (unité : 100 m), l'allée principale suit la droite (AB) tracée ci-dessous. Une piste cyclable suit la droite Δ d'équation $4y = 20 - 3x$, qui n'est pas tracée.



(a) Lis les coordonnées de A et de B, puis calcule la pente de l'allée (AB).

Ex. 21 **(suite)**

(b) Explique pourquoi on ne peut pas lire exactement l'ordonnée à l'origine de (AB). Calcule-la, puis écris l'équation réduite de (AB) et contrôle-la avec A.

(c) Écris l'équation réduite de Δ, puis calcule deux points de Δ bien espacés, dont $(0\,;\,p)$, pour la tracer.

(d) Lina regarde son tracé et affirme : « Les deux chemins se croisent au point B. » Teste B sur Δ, puis calcule les coordonnées exactes du croisement.

(e) Le kiosque $K(a\,;\,5)$ se trouve sur l'allée principale. Calcule a.

4. *Droite passant par deux points*

À retenir : Si $x_A \neq x_B$: $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (même ordre en haut et en bas), puis $p = y_A - m x_A$ et contrôle avec B. Si $x_A = x_B$: $(AB) : x = x_A$. Ex. : $A(1\,;\,2)$, $B(3\,;\,8)$: $m = 3$, $p = -1$.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes — pente de la droite (AB)** — Dans chaque cas, calcule la pente de la droite (AB) si elle existe. Donne la valeur exacte : une fraction irréductible si besoin. Sinon, donne une équation de (AB).

(a) $A(2\,;\,-1)$ et $B(5\,;\,11)$

(b) $A(-3\,;\,5)$ et $B(2\,;\,-5)$

(c) $A(-1\,;\,-5)$ et $B(5\,;\,7)$

(d) $A(-2\,;\,1)$ et $B(1\,;\,6)$

(e) $A(3\,;\,-4)$ et $B(3\,;\,6)$

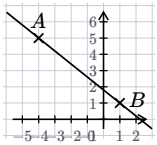
(f) $A(-6\,;\,2)$ et $B(1\,;\,2)$

(g) $A(0{,}5\,;\,1)$ et $B(2\,;\,4)$

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes — équation de la droite (AB)** — Dans chaque cas, détermine l'équation de la droite (AB). Si les abscisses sont différentes, calcule m, puis p avec A, et contrôle avec B.

(a) $A(1\,;\,-4)$ et $B(3\,;\,6)$

(b) $A(-4\,;\,5)$ et $B(1\,;\,1)$



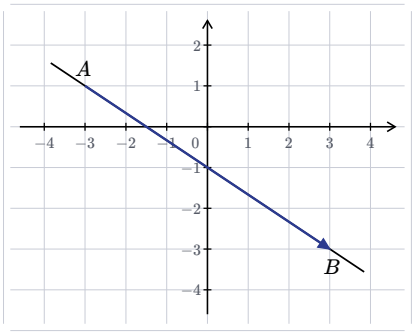
(c) $A(-1\,;\,-7)$ et $B(3\,;\,1)$

(d) $A(-2\,;\,6)$ et $B(-2\,;\,-1)$

(e) $A(1\,;\,-3)$ et $B(7\,;\,-3)$

(f) $A(0\,;\,4)$ et $B(3\,;\,-5)$

Ex. 24 ★★☆ **Par le déterminant, et l'erreur de Lina** — Dans un repère orthonormé, on donne $A(-3\,;\,1)$ et $B(3\,;\,-3)$.



(a) Calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

(b) Soit $M(x\,;\,y)$. Développe $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB})$, puis déduis-en une équation cartésienne de (AB).

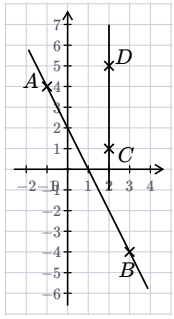
(c) Déduis-en l'équation réduite de (AB). Contrôle-la avec A et avec B.

(d) Lina écrit : $m = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \frac{3-(-3)}{-3-1} = -\frac{3}{2}$. Trouve son erreur et corrige son calcul.

(e) Les points A, B et $C(-6\,;\,2)$ sont-ils alignés ? Justifie par un calcul.

Ex. 25 ★★☆ **Python : pente et ordonnée à l'origine** — Hugo a écrit cette fonction pour obtenir la droite passant par deux points. On donne $A(-1\,;\,4)$, $B(3\,;\,-4)$, $C(2\,;\,1)$ et $D(2\,;\,5)$.

```
def droite(xa, ya, xb, yb):
    m = (yb - ya) / (xb - xa)
    p = ya - m * xa
    return m, p
```



(a) Calcule à la main ce qu'affiche print(droite(-1, 4, 3, -4)). Écris l'équation réduite de (AB) et contrôle-la avec B.

(b) print(droite(0, 1, 3, 3)) affiche (0.6666666666666666, 1.0). Donne l'équation réduite exacte de cette droite.

(c) Explique ce qui se passe avec droite(2, 1, 2, 5). Donne une équation de la droite (CD).

Ex. 25 **(suite)**

(d) Complète le programme pour qu'il traite aussi ce cas.

```
def droite(xa, ya, xb, yb):
    if ...:
        return "x = " + str(xa)
    m = ...
    p = ...
    return m, p
```

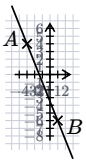
Ex. 26 ★★★ **Démontrer la formule de la pente, puis l'appliquer** — Dans un repère orthonormé, $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ sont deux points distincts. Tu complètes la démonstration du cours, puis tu l'appliques.

(a) On suppose $x_A \neq x_B$. Explique pourquoi (AB) a une équation réduite $y = mx + p$. Écris ensuite les deux égalités qui traduisent $A \in (AB)$ et $B \in (AB)$.

(b) Soustrais ces deux égalités membre à membre. Déduis-en m en justifiant la division, puis exprime p.

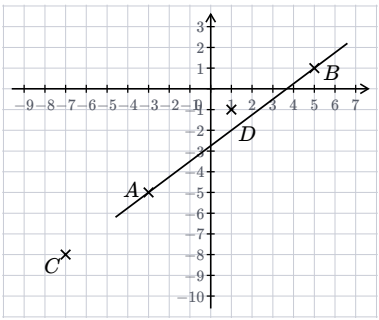
(c) On suppose $x_A = x_B$. Explique pourquoi $y_A \neq y_B$. Pour $M(x\,;\,y)$, développe $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB})$ et donne une équation de (AB).

(d) Applique la formule avec $A(-3\,;\,4)$ et $B(1\,;\,-6)$: donne m sous forme de fraction irréductible, puis p, et fais le contrôle avec B.



(e) Pour $E(2{,}5\,;\,-3)$ et $F(2{,}5\,;\,4)$, Sami écrit $m = \frac{4-(-3)}{2{,}5-2{,}5} = \frac{7}{0}$. Explique son erreur et donne une équation de (EF).

Ex. 27 ★★★ **Le laser de la tour : erreur de Théo et alignements** — La carte d'un jeu vidéo est munie d'un repère orthonormé. Un laser part de la tour $A(-3\,;\,-5)$ et passe par $B(5\,;\,1)$. Théo calcule la pente de (AB) : $m = \frac{1-(-5)}{-3-5} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$.



(a) Trouve l'erreur de Théo et calcule la bonne pente de (AB).

(b) Calcule l'ordonnée à l'origine p et écris l'équation réduite de (AB). Fais le contrôle avec B.

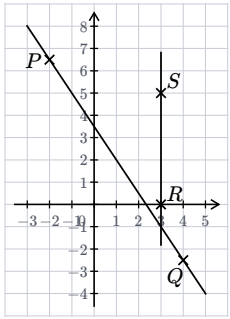
(c) Un robot se trouve en $C(-7\,;\,-8)$. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifie avec l'équation de (AB).

Ex. 27 **(suite)**

(d) Un coffre se trouve en $D(1\,;\,-1)$. Avec les pentes, détermine si A, B et D sont alignés. Cite le critère utilisé.

(e) Trouve le réel b pour que le point $E(3\,;\,b)$ soit touché par le laser.

Ex. 28 ★★★ **Le robot tondeuse et la clôture** — Le plan d'un parc est muni d'un repère orthonormé ; le chemin principal suit l'axe des abscisses. Un robot tondeuse roule en ligne droite et passe par $P(-2\,;\,6{,}5)$ et $Q(4\,;\,-2{,}5)$. Une clôture droite passe par $R(3\,;\,0)$ et $S(3\,;\,5)$.



(a) Détermine l'équation réduite de la droite (PQ). Fais le contrôle avec Q.

(b) Mia affirme : « (PQ) a aussi pour équation $3x + 2y - 7 = 0$. » Vrai ou faux ? Justifie.

(c) Donne une équation de la droite (RS) de la clôture. Explique pourquoi elle n'a pas de pente.

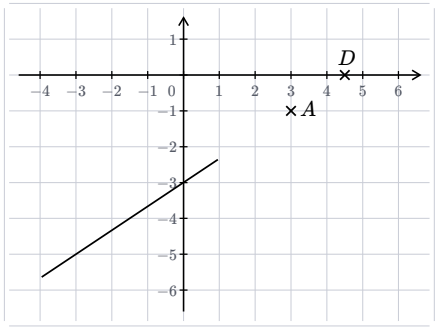
(d) Calcule les coordonnées du point où le robot rencontre la clôture.

(e) Calcule la valeur exacte de l'abscisse du point où le robot traverse le chemin principal.

5. *Un point appartient-il à la droite ? Alignement*

À retenir : $M \in d \iff$ ses coordonnées vérifient l'équation (abscisse pour x) : pour $y = 2x + 1$, $2 \times 3 + 1 = 7$ donc $(3\,;\,7) \in d$. A, B, C alignés $\iff$ $C \in (AB)$ $\iff$ $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$. Un dessin ne prouve rien.

Ex. 29 ★☆☆ **Le point est-il sur la droite ?** — On considère la droite d d'équation $3y = 2x - 9$. Pour chaque point, calcule séparément $3y$ et $2x - 9$, compare, puis conclus : le point appartient-il à d ?



(a) $A(3\,;\,-1)$.

(b) $D(4{,}5\,;\,0)$.

(c) Pour $B(-1\,;\,3)$, Lucas calcule $3 \times (-1) = -3$ et $2 \times 3 - 9 = -3$, puis conclut que $B \in d$. Trouve son erreur et conclus.

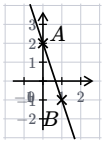
(d) $G\left(1\,;\,-\dfrac{7}{3}\right)$.

(e) $H(-3\,;\,-4)$.

(f) Sur un dessin à main levée, le point $E(6\,;\,1{,}1)$ semble être sur d. Est-ce vrai ? Justifie par un calcul.

Ex. 30 ★☆☆ **À rebours : la coordonnée manquante** — Dans chaque cas, trouve le réel demandé pour que le point soit sur la droite. Écris l'équation obtenue en remplaçant x par l'abscisse et y par l'ordonnée.

(a) La droite (AB) ci-dessous a pour équation $y = -3x + 2$. Trouve a pour que $C(a\,;\,4) \in (AB)$.



(b) Droite $y = 0{,}4x - 2$ et point $E(a\,;\,0)$: trouve a.

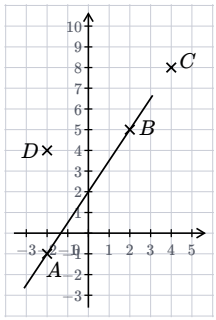
(c) Droite $y = 4$ et point $F(-7\,;\,b)$: trouve b.

(d) Droite $x = -2$ et point $K(a\,;\,9)$: trouve a.

(e) Droite $-2x + 5y - 4 = 0$ et point $L(a\,;\,2)$: trouve a.

(f) Droite $4y = 2 - 3x$ et point $N(-2\,;\,b)$: trouve b.

Ex. 31 ★★☆ **Alignés ou non ? Plusieurs méthodes** — On donne les points $A(-2\,;\,-1)$, $B(2\,;\,5)$, $C(4\,;\,8)$ et $D(-2\,;\,4)$.



(a) Détermine l'équation réduite de la droite (AB), puis contrôle avec B.

(b) Le point C appartient-il à (AB) ? Justifie par un calcul et conclus pour A, B, C.

(c) Retrouve cette conclusion en calculant les pentes des droites (AB) et (AC).

(d) Retrouve encore cette conclusion en calculant $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

(e) Peux-tu calculer la pente de (AD) ? Justifie. Décide ensuite avec $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ si A, B, D sont alignés.

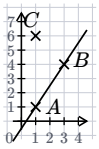
Ex. 32 ★★☆ **Python : tester un alignement** — Pour $A(x_A\,;\,y_A)$, $B(x_B\,;\,y_B)$ et $C(x_C\,;\,y_C)$, on a $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = (x_B - x_A)(y_C - y_A) - (y_B - y_A)(x_C - x_A)$. Ben commence ce programme :

```
def alignes(xa, ya, xb, yb, xc, yc):
    d = ...
    return d == 0
```

(a) Complète la ligne de `d` pour que `alignes` renvoie `True` exactement quand A, B, C sont alignés.

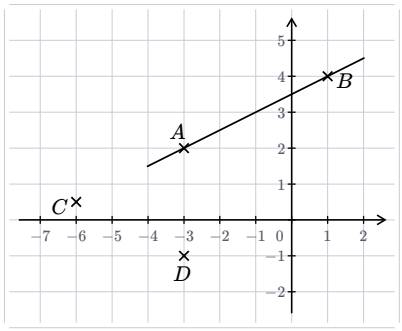
(b) Calcule à la main `d` pour l'appel `alignes(-4, 2, 0, 4, 6, 7)`. Que renvoie-t-il ?

(c) Même question pour `alignes(1, 1, 3, 4, 1, 6)`, c'est-à-dire $A(1\,;\,1)$, $B(3\,;\,4)$, $C(1\,;\,6)$.



(d) Inès écrit plutôt `return (yb - ya) / (xb - xa) == (yc - ya) / (xc - xa)`. Que se passe-t-il pour l'appel de la question précédente ? Pourquoi le test `d == 0` est-il plus sûr ?

Ex. 33 ★★★ **Démontrer puis utiliser le critère des pentes** — Soit A, B, C trois points distincts avec $x_A \neq x_B$ et $x_A \neq x_C$. On admet que A, B, C sont alignés si et seulement si $C \in (AB)$. On veut démontrer que A, B, C sont alignés si et seulement si les droites (AB) et (AC) ont la même pente.



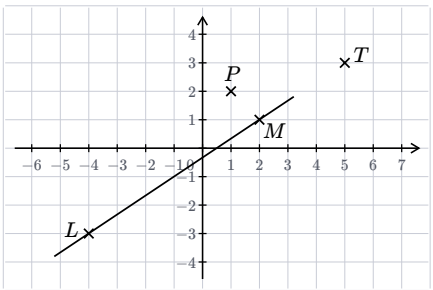
(a) Complète : « Supposons que (AB) et (AC) aient la même pente m. Elles passent toutes deux par A, donc leur ordonnée à l'origine vaut $p = \ldots$ dans les deux cas. Elles ont la même …, elles sont … et donc C … »

(b) Complète la réciproque : « Si A, B, C sont alignés, alors $C \in (AB)$. La droite (AC) passe par A et C, qui sont sur (AB), donc $(AC) = \ldots$ et … »

(c) On prend $A(-3\,;\,2)$, $B(1\,;\,4)$ et $C\left(-6\,;\,\frac{1}{2}\right)$. Calcule les pentes m_{AB} et m_{AC}. Conclus en citant le critère.

(d) On prend $D(-3\,;\,-1)$. Explique pourquoi on ne peut pas utiliser le critère des pentes avec A et D. Puis décide par une autre méthode si A, B, D sont alignés.

Ex. 34 ★★★ **Jeu vidéo : le laser touche-t-il les cibles ?** — Sur la carte d'un jeu vidéo, munie d'un repère orthonormé, un laser part de $L(-4\,;\,-3)$ et passe par $M(2\,;\,1)$. Il suit la droite (LM). Une cible est touchée si et seulement si elle est sur (LM).



(a) Détermine l'équation réduite de la droite (LM). Contrôle ton résultat avec M.

(b) La cible $T(5\,;\,3)$ est-elle touchée ? Justifie par un calcul.

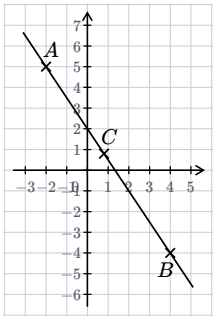
(c) À l'écran, la cible $T_2(-1\,;\,-0{,}9)$ semble touchée. Calcule séparément les deux membres de l'équation pour T_2, puis conclus.

Ex. 34 (suite)

(d) Yanis teste la cible $P(1\,;\,2)$. Il écrit : « $\frac{2}{3} \times 2 - \frac{1}{3} = 1$, c'est bien l'autre coordonnée, donc P est touchée. » Trouve son erreur, puis conclus.

(e) Le jeu place une cible $K(a\,;\,2a)$, où a est un réel. Trouve a pour que le laser touche K, puis donne les coordonnées de K.

Ex. 35 ★★★ **Plan d'une ville : la ligne de tram** — Sur le plan d'une ville, muni d'un repère orthonormé (unité : 100 m), une ligne de tram droite passe par les stations $A(-2\,;\,5)$ et $B(4\,;\,-4)$. La rivière suit l'axe des abscisses.



(a) Soit $M(x\,;\,y)$. Calcule $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB})$ et montre que (AB) a pour équation $-9x - 6y + 12 = 0$.

(b) Hugo trouve $6x + 4y - 8 = 0$ et Lina trouve $y = -1{,}5x + 2$. Hugo dit : « L'un de nous deux s'est trompé. » Vrai ou faux ? Justifie.

(c) On veut ajouter la station $C(0{,}8\,;\,0{,}8)$. Calcule $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Les points A, B, C sont-ils alignés ? Conclus en citant le critère.

(d) Le tram franchit la rivière sur un pont. Calcule les coordonnées exactes de ce pont, puis sa distance à l'origine en mètres (arrondie au mètre).

6. *Droites parallèles ou sécantes*

À retenir : Réduites : même pente, puis on compare p ($y = 2x + 1$ et $y = 2x - 3$: strictement parallèles). Cartésiennes : $ab' - a'b = 0 \iff d \parallel d'$, puis on teste un point. Deux droites verticales sont parallèles.

Ex. 36 ★☆☆ **Comparer pentes et ordonnées à l'origine** — Pour chaque couple de droites, dis si elles sont strictement parallèles, confondues ou sécantes. Justifie.

(a) $d_1 : y = 3x - 4$ et $d_2 : y = 3x + 1$.

(b) $d_1 : y = \frac{4}{7}x + 3$ et $d_2 : y = 0{,}57x + 3$.

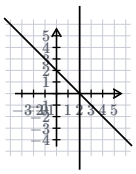
(c) $d_1 : y = 2x - 6$ et $d_2 : y = 2(x - 3)$.

(d) $d_1 : y = 5$ et $d_2 : y = -2$.

(e) $d_1 : x = -3$ et $d_2 : x = 4$.

Ex. 36 **(suite)**

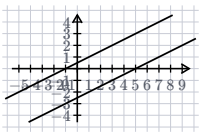
(f) $d_1 : x = 2$ et $d_2 : y = -x + 2$.



(g) $d_1 : y = -4x + 1$ et $d_2 : y = 4x + 1$.

Ex. 37 ★☆☆ **Critère avec des équations cartésiennes** — Pour chaque couple, calcule $ab' - a'b$, puis conclus : sécantes, strictement parallèles ou confondues. S'il le faut, teste un point.

(a) $d : 3x - 6y + 3 = 0$ et $d' : -x + 2y + 5 = 0$.



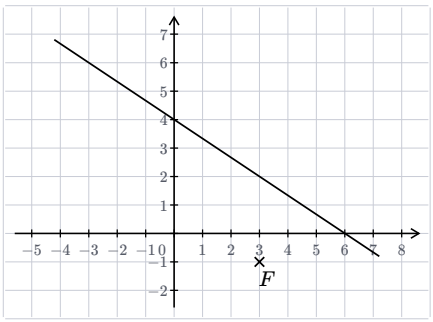
(b) $d : 2x + 5y - 1 = 0$ et $d' : 5x + 2y - 1 = 0$. Tom calcule $2 \times 5 - 5 \times 2 = 0$ et conclut « parallèles ». Corrige.

(c) $d : 4x - y + 3 = 0$ et $d' : 2y = 8x + 6$.

(d) $d : x - 3 = 0$ et $d' : 2x - 7 = 0$.

(e) $d : y + 4 = 0$ et $d' : 3x + 0{,}5y - 2 = 0$.

Ex. 38 ★★☆ **Rues parallèles sur un plan** — Sur le plan d'une ville (repère orthonormé, unité : 100 m), l'avenue est la droite $d : y = -\frac{2}{3}x + 4$. La fontaine est en $F(3\,;\,-1)$.



(a) Une rue parallèle à d passe par F. Donne son équation réduite.

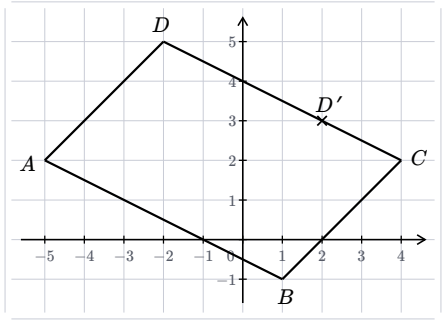
(b) Écris une équation cartésienne de d à coefficients entiers.

(c) Un autre plan note une rue $d_k : 4x + ky - 24 = 0$. Trouve le réel k pour que $d_k \parallel d$.

(d) Pour cette valeur de k, d_k et d sont-elles strictement parallèles ou confondues ? Justifie en testant un point.

(e) La voie verte suit la droite $x = 3$. Coupe-t-elle d ? Justifie, puis donne le point commun s'il existe.

Ex. 39 ★★☆ **L'enclos du jeu vidéo** — Sur la carte d'un jeu vidéo (repère orthonormé), Inès construit l'enclos $ABCD$ avec $A(-5\,;\,2)$, $B(1\,;\,-1)$, $C(4\,;\,2)$ et $D(-2\,;\,5)$.



(a) Calcule les pentes des droites (AB) et (DC).

(b) Calcule les pentes de (AD) et de (BC), vérifie que $A \notin (DC)$, puis déduis la nature de $ABCD$.

(c) Inès déplace D en $D'(2\,;\,3)$. Montre que $ABCD'$ est un trapèze et précise ses côtés parallèles.

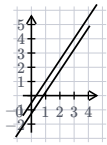
(d) Le portail est le point où la droite (AD') coupe l'axe des ordonnées. Calcule ses coordonnées.

Ex. 40 ★★★ **Du critère au réel k** — On note $d : ax + by + c = 0$ et $d' : a'x + b'y + c' = 0$, avec $(a\,;\,b) \neq (0\,;\,0)$ et $(a'\,;\,b') \neq (0\,;\,0)$. Pour un réel k, on pose $d_k : 3x + ky - 1 = 0$ et $\Delta : -6x + 4y + 5 = 0$.

(a) Complète la démonstration : d est dirigée par $\vec{u}\,(\ldots\,;\,\ldots)$ et d' par $\vec{u'}\,(\ldots\,;\,\ldots)$, donc $d \parallel d' \iff \det(\vec{u}, \vec{u'}) = \ldots = 0$.

(b) Lou écrit : « $d_k \parallel \Delta \iff 3 \times 4 - 6 \times k = 0$, donc $k = 2$. » Trouve son erreur, puis donne le bon réel k.

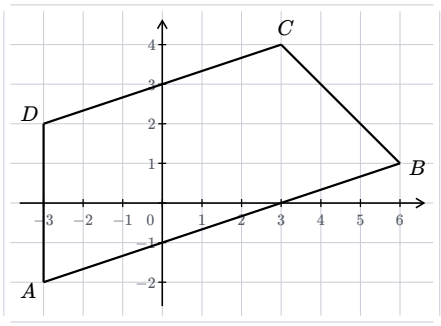
(c) Pour cette valeur de k, les droites d_k et Δ sont-elles strictement parallèles ou confondues ? Justifie en testant un point.



(d) Pour la valeur de k trouvée, détermine le réel c tel que la droite $-6x + 4y + c = 0$ soit confondue avec d_k.

(e) Vrai ou faux ? « Pour toute autre valeur de k, d_k et Δ sont sécantes, même pour $k = 0$ où d_k est verticale. » Justifie.

Ex. 41 ★★★ **La pelouse du parc** — Sur le plan d'un parc (repère orthonormé, unité : 10 m), la pelouse est le quadrilatère $ABCD$ avec $A(-3\,;\,-2)$, $B(6\,;\,1)$, $C(3\,;\,4)$ et $D(-3\,;\,2)$.



(a) Démontre que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

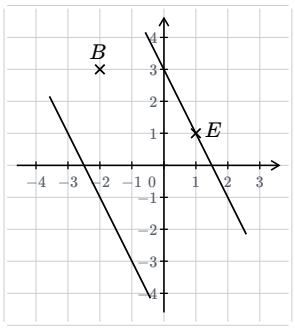
(b) Les droites (AD) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie, puis donne la nature de $ABCD$.

(c) Détermine l'équation réduite de (AB), puis contrôle-la avec le point B.

(d) Noé arrondit la pente de (AB) et trace la clôture $\Delta : y = 0{,}33x + 3$, qu'il croit parallèle à (AB). A-t-il raison ? Justifie.

(e) Calcule les coordonnées exactes du point d'intersection de (AB) et de Δ.

Ex. 42 ★★★ **Les rails de l'entrepôt** — Dans un entrepôt (repère orthonormé, unité : 1 m), un robot roule sur le rail $d_1 : 2y = 6 - 4x$. Deux autres rails sont $d_2 : -6x - 3y + 9 = 0$ et $d_3 : 2x + y + 5 = 0$. On donne $E(1\,;\,1)$ et la borne $B(-2\,;\,3)$.



(a) Écris d_1 sous la forme $ax + by + c = 0$ avec $a = 4$, puis vérifie par un calcul que $E \in d_1$.

(b) La fonction reçoit $d : ax + by + c = 0$, $d' : a2\,x + b2\,y + c2 = 0$ et un point $(x0\,;\,y0)$ de d. Complète les « … ».

```
def position(a, b, c, a2, b2, c2, x0, y0):
    # (x0 ; y0) est un point de d
    if ... != 0:
        return "secantes"
    if ... == 0:
        return "confondues"
    return "strictement paralleles"
```

Ex. 42 **(suite)**

(c) Que renvoie position(4, 2, -6, -6, -3, 9, 1, 1) ? Justifie par le calcul, puis conclus pour d_1 et d_2.

(d) Ilyes affirme : « d_1 et d_3 sont confondues, car $4 \times 1 - 2 \times 2 = 0$. » Corrige-le en testant un point.

(e) Un rail parallèle à d_1 doit passer par la borne B. Donne une équation cartésienne de ce rail.

7. *Point d'intersection de deux droites sécantes*

À retenir : Si $m \neq m'$: résous $mx + p = m'x + p'$, calcule y avec une équation et contrôle avec l'autre. La réponse est un point : $3x - 1 = x + 3 \iff x = 2$, donc $I(2\,;\,5)$. Si $m = m'$, il n'y a pas « un » point. Avec $x = k$: remplace x par k.

Ex. 43 ★★★ **Point d'intersection exact** — Pour chaque couple de droites, compare d'abord les pentes. Donne ensuite le point d'intersection s'il existe : calcule y avec une équation et contrôle avec l'autre.

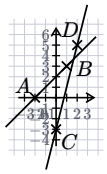
(a) $d : y = 3x - 4$ et $d' : y = -x + 8$.

(b) $d : y = -2x + 1$ et $d' : y = 0{,}5x - 4$.

(c) $d : y = 5$ et $d' : y = -3x + 2$.

(d) $d : y = 2x + 7$ et $d' : y = 2x - 1$.

(e) Sur la figure, $(AB) : y = x + 2$ avec $A(-2\,;\,0)$ et $B(1\,;\,3)$, et $(CD) : y = 4x - 3$ avec $C(0\,;\,-3)$ et $D(2\,;\,5)$. Lis une valeur approchée de leur point d'intersection, puis calcule ses coordonnées exactes.

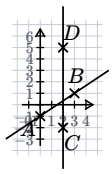


Ex. 44 ★★★ **Avec une droite verticale ou avec les axes** — Donne les coordonnées exactes des points demandés, en justifiant par un calcul.

(a) Les points d'intersection de $d : y = -2x + 5$ avec l'axe des ordonnées, puis avec l'axe des abscisses.

(b) Le point d'intersection de $d : y = 3x + 2$ et de la droite $x = -1{,}5$.

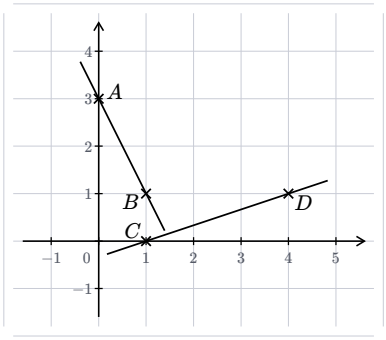
(c) Sur la figure, $(AB) : y = \frac{2}{3}x - 1$ avec $A(0\,;\,-1)$ et $B(3\,;\,1)$, et $(CD) : x = 2$ avec $C(2\,;\,-2)$ et $D(2\,;\,5)$. Calcule le point d'intersection de (AB) et (CD).



(d) Les points d'intersection de $d : 2x - 3y + 6 = 0$ avec les deux axes.

(e) Ana affirme : « La droite $y = 4$ coupe l'axe des abscisses en $(4\,;\,0)$. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 45 ★★☆ **Deux équations cartésiennes en désordre** — On considère $d_1 : 2y = 6 - 4x$ et $d_2 : -x + 3y + 1 = 0$. Sur la figure, $d_1 = (AB)$ avec $A(0\,;\,3)$ et $B(1\,;\,1)$, et $d_2 = (CD)$ avec $C(1\,;\,0)$ et $D(4\,;\,1)$.



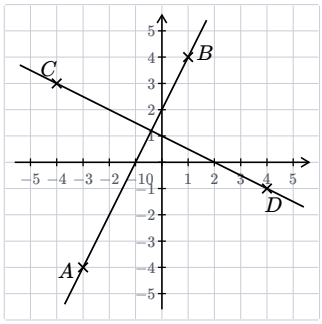
(a) Écris l'équation réduite de d_1, puis celle de d_2.

(b) Justifie que d_1 et d_2 sont sécantes.

(c) Calcule les coordonnées exactes de leur point d'intersection I, puis contrôle avec l'équation cartésienne de d_2.

(d) Noé écrit : « $-2x + 3 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \iff -\frac{7}{3}x = \frac{8}{3}$, donc l'intersection est $x = -\frac{8}{7}$. » Repère ses deux erreurs.

Ex. 46 ★★☆ **Deux robots dans un entrepôt** — Sur le plan d'un entrepôt (repère orthonormé, unité : 1 m), le robot R1 suit la droite (AB) avec $A(-3\,;\,-4)$ et $B(1\,;\,4)$. Le robot R2 suit la droite (CD) avec $C(-4\,;\,3)$ et $D(4\,;\,-1)$.



(a) Détermine l'équation réduite de (AB), puis celle de (CD), en contrôlant chacune avec le second point.

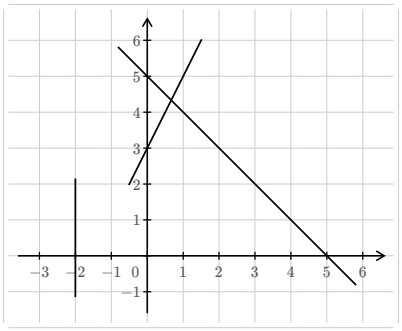
(b) Justifie que les deux trajectoires se croisent.

(c) Calcule les coordonnées exactes du point de croisement I.

(d) Yanis lit $I(0\,;\,1)$ sur la figure. Montre par un calcul que ce point ne convient pas.

(e) Le mur de l'entrepôt est l'axe des abscisses. En quel point la trajectoire de R2 le coupe-t-elle ?

Ex. 47 ★★★ **Un triangle découpé par trois droites** — On considère $d_1 : 4x - 2y + 6 = 0$, $d_2 : 2x + 2y - 10 = 0$ et la droite $d_3 : x = -2$, parallèle à l'axe des ordonnées. Les trois droites sont tracées ci-dessous.



(a) Écris l'équation réduite de d_1, puis celle de d_2. Justifie ensuite, en citant le critère, que d_1 et d_2 sont sécantes.

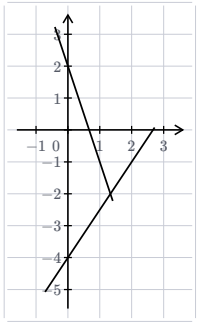
(b) Calcule les coordonnées exactes de leur point d'intersection I, puis contrôle dans l'équation cartésienne de d_2. Pourquoi la figure ne suffit-elle pas ?

(c) La droite d_3 coupe d_1 en J et d_2 en K. Calcule les coordonnées de J et celles de K.

(d) On donne $d_4 : -6x + 3y - 9 = 0$. Écris l'équation qui donnerait le point d'intersection de d_1 et d_4, résous-la, puis conclus en citant le critère.

(e) On donne $d_5 : x - 4y + 16 = 0$. Calcule les coordonnées exactes du point d'intersection de d_2 et d_5, puis contrôle dans l'équation cartésienne de d_5.

Ex. 48 ★★★ **Une erreur, puis trois droites concourantes** — On considère $d : y = -3x + 2$ et $d' : y = 1{,}5x - 4$, tracées ci-dessous. Pour tout réel a, on note Δ_a la droite d'équation $y = ax + 6$.



(a) Inès écrit : « $-3x + 2 = 1{,}5x - 4 \iff -3x + 1{,}5x = -4 - 2 \iff -1{,}5x = -6 \iff x = 4$. Le point d'intersection est 4. » Repère ses deux erreurs et l'étape qu'elle a oubliée au début.

(b) Donne les coordonnées exactes du point d'intersection I de d et d' : calcule y avec une équation, puis contrôle avec l'autre.

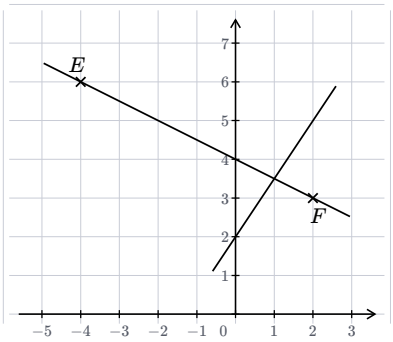
(c) Détermine le réel a pour que Δ_a passe par I. Les trois droites d, d' et Δ_a sont alors concourantes.

Ex. 48 **(suite)**

(d) Pour quelle valeur de a les droites Δ_a et d n'ont-elles pas un unique point d'intersection ? Sont-elles alors strictement parallèles ou confondues ? Justifie.

(e) Pour $a = 2$, calcule les coordonnées du point d'intersection de Δ_2 et d'. Pourquoi ne pouvait-on pas le lire sur la figure ?

Ex. 49 ★★★ **Lasers sur la carte d'un jeu vidéo** — Sur la carte d'un jeu vidéo (repère orthonormé, unité : 1 case), le laser L_1 suit la droite d'équation $2y = 3x + 4$. Le laser L_2 suit la droite (EF) avec $E(-4\,;\,6)$ et $F(2\,;\,3)$.



(a) Écris l'équation réduite de L_1. Écris ensuite celle de (EF), en la contrôlant avec le second point.

(b) Un bonus est placé là où les deux lasers se croisent. Justifie qu'ils se croisent, puis donne les coordonnées exactes du bonus, avec un contrôle.

(c) Lina avance sur l'axe des abscisses. En quels points traverse-t-elle chacun des deux lasers ? Donne leurs coordonnées exactes.

(d) Le laser L_3 passe par $G(0\,;\,-3)$ et est parallèle à L_1. Écris son équation réduite. « L_3 finira par croiser L_1 hors de la carte. » Vrai ou faux ? Justifie.

(e) Calcule les coordonnées exactes du point où L_3 croise L_2, en contrôlant avec l'autre équation.