Équation de cercle – exercices

Mathématiques – Première spécialité

Géométrie repérée · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

Les pièges de cette fiche

- Les signes du centre s'inversent : $(x+8)^2$ correspond à l'abscisse -8.
- Le second membre est r^2 : le rayon est sa racine carrée.
- Compléter un carré : $x^2+bx=\left(x+\dfrac{b}{2}\right)^2-\dfrac{b^2}{4}$, sans oublier de retrancher $\dfrac{b^2}{4}$.
- Second membre nul : un seul point ; négatif : aucun point.
- Cercle de diamètre $[AB]$: centre au milieu de $[AB]$, rayon $\dfrac{AB}{2}$.
- Tangente en T : $\overrightarrow{\Omega T}$ est un vecteur **normal** à la tangente, pas un vecteur directeur.

Exercice 1 – Écrire l'équation d'un cercle ★

Le repère est orthonormé. Écris une équation du cercle $\mathcal{C}$ sous la forme $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

a) Centre $\Omega(2\,;\,3)$ et rayon 4

b) Centre $\Omega(-1\,;\,5)$ et rayon 3

c) Centre $\Omega(0\,;\,-4)$ et rayon $\sqrt{7}$

d) Centre $\Omega(-3\,;\,-2)$ et rayon $2\sqrt{2}$

e) Centre $\Omega(0\,;\,0)$ et rayon 6

f) Centre $\Omega\left(\dfrac{1}{2}\,;\,-1\right)$ et rayon $\dfrac{3}{2}$

g) Centre $\Omega(4\,;\,0)$, passant par $A(1\,;\,4)$

h) Centre $\Omega(-2\,;\,1)$, passant par $B(0\,;\,-3)$

Exercice 2 – Lire le centre et le rayon ★

Le repère est orthonormé. Dis si l'équation est celle d'un cercle ; si oui, donne son centre et son rayon.

a) $(x-5)^2+(y+2)^2=36$

b) $(x+4)^2+(y-1)^2=10$

c) $x^2+(y-3)^2=12$

d) $\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^2+y^2=\dfrac{1}{4}$

e) $(x-2)^2+(y-2)^2=0$

f) $(x+6)^2+(y+7)^2=-9$

g) $2(x-1)^2+2(y+3)^2=50$

h) $(3-x)^2+(y+1)^2=49$

Exercice 3 – Sur le cercle, dedans ou dehors ? ★

Le repère est orthonormé. $\mathcal{C}$ est le cercle d'équation $(x-1)^2+(y+2)^2=25$, de centre $\Omega(1\,;\,-2)$. Pour chaque point, calcule ΩM^2 et dis s'il est sur $\mathcal{C}$, à l'intérieur ou à l'extérieur du disque.

a) $A(4\,;\,2)$

b) $B(-2\,;\,1)$

c) $C(6\,;\,-2)$

d) $D(0\,;\,3)$

e) $E(-3\,;\,-5)$

f) $F(-3\,;\,0)$

g) $G(5\,;\,2)$

h) $K\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{5}{2}\right)$

Exercice 4 – Reconnaître un cercle : compléter les carrés ★★

Le repère est orthonormé. Détermine l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation.

a) $x^2+y^2-4x+10y+20=0$

b) $x^2+y^2+6x-2y-15=0$

c) $x^2+y^2-8y=0$

d) $x^2+y^2+2x+4y+5=0$

e) $x^2+y^2-2x+6y+14=0$

f) $2x^2+2y^2-6x+2y-3=0$

Exercice 5 – Diamètre, point du cercle, cercle à construire ★★

Le repère est orthonormé.

a) Écris une équation du cercle $\mathcal{C}_1$ de diamètre $[AB]$, avec $A(-1\,;\,4)$ et $B(5\,;\,-4)$.

b) Le point $P(5\,;\,4)$ est-il sur $\mathcal{C}_1$? Que peux-tu dire du triangle APB ?

c) Avec $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$, écris une équation du cercle de diamètre $[AB]$ pour $A(0\,;\,3)$ et $B(4\,;\,-1)$, puis donne son centre et son rayon.

d) Écris une équation du cercle de centre $\Omega(3\,;\,-1)$ tangent à l'axe des abscisses.

e) Un cercle passe par $A(1\,;\,0)$ et $B(5\,;\,0)$, et son centre est sur la droite d'équation $y=3$. Écris son équation.

Exercice 6 – Intersections avec les axes et avec une droite ★★

Le repère est orthonormé. Calcule les coordonnées des points demandés.

a) $\mathcal{C}:(x-1)^2+(y-2)^2=13$. Points d'intersection avec chacun des deux axes.

b) $\mathcal{C}:x^2+y^2-6x-4y+9=0$. Points d'intersection avec chacun des deux axes.

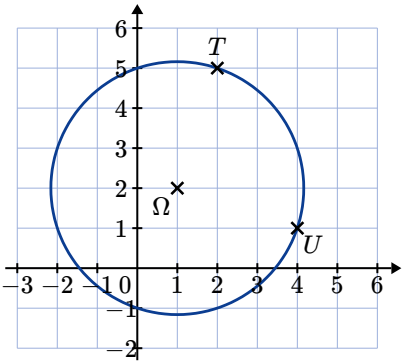
c) $\mathcal{C}:x^2+y^2=25$ et $d:y=x+1$. Points communs.

d) $\mathcal{C}:(x-1)^2+(y+2)^2=5$ et $d:y=2x+1$. Points communs.

e) $\mathcal{C}:(x-3)^2+y^2=4$ et $d:x+y+1=0$. Points communs.

Exercice 7 – Deux tangentes au cercle ★★★

Dans un repère orthonormé, $\mathcal{C}$ est le cercle de centre $\Omega(1\,;\,2)$ et de rayon $\sqrt{10}$. On considère les points $T(2\,;\,5)$ et $U(4\,;\,1)$.



1. Écris une équation de $\mathcal{C}$ et vérifie que T et U sont sur $\mathcal{C}$.
2. Écris une équation de la tangente $\mathcal{T}_1$ à $\mathcal{C}$ en T, puis de la tangente $\mathcal{T}_2$ en U.
3. Les deux tangentes se coupent en P. Calcule les coordonnées de P, puis montre que $PT = PU$.
4. Quelle est la nature du quadrilatère ΩTPU ? Justifie.

Exercice 8 – Le cercle circonscrit ★★★

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-1\,;\,5)$, $B(6\,;\,4)$ et $C(5\,;\,-3)$. On cherche le cercle $\mathcal{C}$ qui passe par A, B et C.

1. Écris une équation de la médiatrice Δ_1 de $[AB]$, puis de la médiatrice Δ_2 de $[BC]$.
2. Déduis-en le centre Ω de $\mathcal{C}$, puis son rayon et son équation.
3. Vérifie que B et C sont bien sur $\mathcal{C}$.
4. Montre que $[AC]$ est un diamètre de $\mathcal{C}$. Que peux-tu en déduire pour le triangle ABC ?

Exercice 9 – Trouve l'erreur ★★

Chaque réponse d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige. Le repère est orthonormé.

a) « Le cercle $(x-3)^2+(y+5)^2=16$ a pour centre $\Omega(-3\,;\,5)$ et pour rayon 4. »

b) « $(x+1)^2+(y-6)^2=45$ est le cercle de centre $(-1\,;\,6)$ et de rayon 45. »

c) « $x^2+y^2-8x+2y+8=0$ s'écrit $(x-4)^2+(y+1)^2=-8$: l'ensemble est vide. »

d) $A(-3\,;\,1)$, $B(5\,;\,7)$: « le cercle de diamètre $[AB]$ a pour équation $(x-1)^2+(y-4)^2=100$. »

e) $\mathcal{C} : x^2+y^2=5$, $T(1\,;\,2)$: « $\overrightarrow{OT}\,(1\,;\,2)$ dirige la tangente en T, donc elle a pour équation $2x-y=0$. »

f) « $x^2+y^2+6x-4y+13=0$ donne $(x+3)^2+(y-2)^2=0$: aucun point. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Le cercle d'équation $(x+5)^2+(y-2)^2=49$ a pour centre et pour rayon :
   A $(5\,;\,-2)$ et 7 **B** $(-5\,;\,2)$ et 49 **C** $(5\,;\,-2)$ et 49 **D** $(-5\,;\,2)$ et 7
2. Le cercle de centre $(3\,;\,-1)$ et de rayon 2 a pour équation :
   A $(x+3)^2+(y-1)^2=4$ **B** $(x-3)^2+(y+1)^2=4$ **C** $(x-3)^2+(y+1)^2=2$
   D $(x-3)^2+(y-1)^2=4$
3. L'équation $x^2+y^2-2x+4y-4=0$ est celle du cercle :
   A de centre $(1\,;\,-2)$ et de rayon 3 **B** de centre $(-1\,;\,2)$ et de rayon 3
   C de centre $(1\,;\,-2)$ et de rayon 9 **D** de centre $(1\,;\,-2)$ et de rayon 2
4. Par rapport au cercle d'équation $x^2+y^2=12$, le point $M(2\,;\,3)$ est :
   A sur le cercle **B** à l'intérieur du disque **C** à l'extérieur du disque **D** le centre du cercle
5. La tangente au cercle $x^2+y^2=10$ au point $T(3\,;\,1)$ a pour équation :
   A $3x+y-10=0$ **B** $x-3y=0$ **C** $3x+y=0$ **D** $x+3y-6=0$

6. Le cercle $x^2 + y^2 = 4$ et la droite $y = 3$ ont :

A un seul point commun **B** aucun point commun **C** deux points communs

D une infinité de points communs

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).