1. Rappels : puissances de 10

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : écrire une puissance de 10**

(a) Un 1 suivi de 6 zéros : $10^6 = 1\,000\,000$.

(b) 3 chiffres après la virgule, le dernier étant le 1 : $10^{-3} = 0{,}001$. C'est un nombre positif, et non $-1\,000$.

(c) $10^0 = 1$ (et pas 0).

(d) $10^1 = 10$: un 1 suivi d'un seul zéro.

(e) 9 chiffres après la virgule : $10^{-9} = 0{,}000\,000\,001$.

(f) $10\,000 = 10^4$, donc $\frac{1}{10\,000} = 10^{-4} = 0{,}000\,1$ (4 chiffres après la virgule).

(g) Il y a 8 chiffres après la virgule, donc $0{,}000\,000\,01 = 10^{-8}$.

(h) Un 1 suivi de 11 zéros : $100\,000\,000\,000 = 10^{11}$.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : calculer avec les puissances de 10**

(a) On ajoute les exposants : $4 + (-7) = -3$, donc $10^4 \times 10^{-7} = 10^{-3}$.

(b) On soustrait les exposants : $7 - (-2) = 7 + 2 = 9$, donc $10^7 \div 10^{-2} = 10^9$.

(c) $-2 + (-6) = -8$, donc $10^{-2} \times 10^{-6} = 10^{-8}$.

(d) On cherche l'exposant qui, ajouté à -3, donne 2 : $2 - (-3) = 2 + 3 = 5$.
Donc $10^5 \times 10^{-3} = 10^2$.

(e) Multiplier par 10^{-2} décale la virgule de 2 rangs vers la gauche : $0{,}7 \times 10^{-2} = 0{,}007$.

(f) On décale la virgule de 4 rangs vers la droite : $56{,}2 \times 10^4 = 562\,000$.

Ex. 3 ★★☆ **Vrai ou faux ? Les pièges des puissances de 10**

(a) Faux. $10^{-5} = \frac{1}{100\,000} = 0{,}000\,01$: c'est un nombre positif. Un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif.

(b) Faux. $10^3 + 10^2 = 1\,000 + 100 = 1\,100$, alors que $10^5 = 100\,000$. On n'ajoute les exposants que dans un produit.

(c) Faux. $2 \times 10^3 = 2\,000$, alors que $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Ex. 3 (suite)

(d) Faux. 10^{-6} a 6 chiffres après la virgule : $10^{-6} = 0{,}000\,001$. Le nombre $0{,}000\,000\,1$, avec 7 chiffres, est égal à 10^{-7}.

(e) Vrai. Dans un produit, on ajoute les exposants : $-2 + 5 = 3$, donc $10^{-2} \times 10^5 = 10^3$. On vérifie : $0{,}01 \times 100\,000 = 1\,000$.

Ex. 4 ★★☆ **Préfixes : du virus à la carte mémoire**

(a) nano : 10^{-9} ; micro : 10^{-6} ; milli : 10^{-3} ; giga : 10^9.

(b) 1 nm $= 10^{-9}$ m et $100 = 10^2$, donc 100 nm $= 10^2 \times 10^{-9}$ m $= 10^{-7}$ m. Le virus mesure environ 10^{-7} m.

(c) 1 Go $= 10^9$ octets, donc 64 Go $= 64 \times 10^9$ octets $= 64\,000\,000\,000$ octets. La carte contient environ $64\,000\,000\,000$ octets.

(d) 1 ms $= 10^{-3}$ s et 1 μs $= 10^{-6}$ s. $10^{-3} \div 10^{-6} = 10^{-3-(-6)} = 10^3$. Il y a 10^3, soit 1 000 μs dans 1 ms.

Ex. 5 ★★★ **La copie de Lucas : des erreurs à corriger**

(a) Pour un quotient, on soustrait les exposants : $3 - (-5) = 3 + 5 = 8$. Lucas a fait $3 - 5$. Le bon résultat est $10^3 \div 10^{-5} = 10^8$.

(b) La règle « on ajoute les exposants » vaut pour un produit, pas pour une somme. On passe par l'écriture décimale : $10^4 + 10^2 = 10\,000 + 100 = 10\,100$, alors que $10^6 = 1\,000\,000$.

(c) 5×10^2, c'est 5 multiplié par 100, et non 5×5. Le bon résultat est $5 \times 10^2 = 500$.

(d) Avec 10^{-3}, on décale la virgule de 3 rangs vers la gauche, pas vers la droite. Le bon résultat est $0{,}3 \times 10^{-3} = 0{,}000\,3$.

(e) $10^5 \times 10^{-5} = 10^{5+(-5)} = 10^0 = 1$, et non 0. De même, $10^{-1} \times 10^2 = 10^{-1+2} = 10^1 = 10$, et non 1.

Ex. 6 ★★★ **Les vidéos de cours de Ben**

(a) $10^9 \div 10^6 = 10^{9-6} = 10^3 = 1\,000$. Il y a 1 000 Mo dans 1 Go.

(b) $10^6 \div 10^9 = 10^{6-9} = 10^{-3}$.
Donc 1 Mo $= 10^{-3}$ Go $= 0{,}001$ Go. C'est un nombre positif, plus petit que 1.

(c) 32 Go $= 32 \times 10^3$ Mo $= 32\,000$ Mo, et $32\,000 \div 250 = 128$. Ben peut mettre au plus 128 vidéos sur sa clé.

Ex. 6 **(suite)**

(d) Ordre de grandeur : $32\,000 \approx 30\,000$ et $48 \approx 50$, donc $30\,000 \div 50 = 600$ s. À la calculatrice : $32\,000 \div 48 \approx 667$. La copie dure environ 667 s, soit un peu plus de 11 minutes, ce qui est cohérent avec l'ordre de grandeur.

Ex. 7 ★★★ **La vitesse de la lumière**

(a) $3 \times 10^{8} \times 10^{-9} = 3 \times 10^{8+(-9)} = 3 \times 10^{-1} = 0{,}3$ m. En 1 ns, la lumière parcourt environ 0,3 m, soit 30 cm.

(b) 3 km $= 3 \times 10^{3}$ m. $(3 \times 10^{3}) \div (3 \times 10^{8}) = (3 \div 3) \times 10^{3-8} = 10^{-5}$ s $= 0{,}000\,01$ s. Comme $10^{-5} = 10 \times 10^{-6}$, la lumière met environ $10\,\mu$s.

(c) $1\,000 = 10^{3}$, donc $\frac{1}{1\,000} = 10^{-3}$. Le temps de pose est 10^{-3} s $= 0{,}001$ s (3 chiffres après la virgule, le dernier étant le 1).

(d) $3 \times 10^{8} \times 10^{-3} = 3 \times 10^{8+(-3)} = 3 \times 10^{5}$ m $= 300\,000$ m. Pendant le temps de pose, la lumière parcourt environ 300 km.

(e) Ordre de grandeur : $1{,}3 \approx 1$, donc $1 \times 3 \times 10^{8} = 300\,000\,000$ m, soit 300 000 km. Calcul : $1{,}3 \times 3 \times 10^{8} = 3{,}9 \times 10^{8}$ m $= 390\,000\,000$ m. La Lune est à environ 390 000 km de la Terre.

2. *Reconnaître et écrire un nombre en notation scientifique*

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : de l'écriture décimale à la notation scientifique**

(a) La virgule se décale de 7 rangs vers la gauche : $48\,000\,000 = 4{,}8 \times 10^{7}$ (et non 10^{6}).

(b) Le nombre est plus petit que 1, la virgule se décale de 4 rangs vers la droite : $0{,}000\,63 = 6{,}3 \times 10^{-4}$.

(c) Le nombre est entre 1 et 10 : $7{,}05 = 7{,}05 \times 10^{0}$.

(d) $650\,000 = 6{,}5 \times 10^{5}$: on n'écrit pas les zéros inutiles ($6{,}500\,00$ devient $6{,}5$).

(e) $\frac{7}{10\,000} = 0{,}000\,7 = 7 \times 10^{-4}$.

(f) $0{,}9 = 9 \times 10^{-1}$: le nombre est plus petit que 1, donc l'exposant est négatif.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : notation scientifique ou pas ?**

(a) Non, car $36 \geqslant 10$. $36 = 3{,}6 \times 10^{1}$, donc $36 \times 10^{5} = 3{,}6 \times 10^{6}$.

Ex. 9 **(suite)**

(b) Non, car $0{,}8 < 1$. $0{,}8 = 8 \times 10^{-1}$, donc $0{,}8 \times 10^{4} = 8 \times 10^{3}$.

(c) Non : a doit être strictement plus petit que 10. $10 \times 10^{-2} = 1 \times 10^{-1}$.

(d) Oui : $1 \leqslant 5{,}2 < 10$ et -6 est un entier. Un exposant négatif est permis.

(e) Non, car $63 \geqslant 10$. $63 = 6{,}3 \times 10^{1}$, donc $63 \times 10^{-8} = 6{,}3 \times 10^{-7}$ (et non 10^{-9}).

(f) Non, car $0{,}047 < 1$. $0{,}047 = 4{,}7 \times 10^{-2}$, donc $0{,}047 \times 10^{-2} = 4{,}7 \times 10^{-4}$.

Ex. 10 ★★☆ **Les affirmations d'Inès**

(a) Non. 0,000 9 est plus petit que 1, donc l'exposant est négatif. La virgule se décale de 4 rangs vers la droite : $0{,}000\,9 = 9 \times 10^{-4}$.

(b) Non. Un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif : $3{,}2 \times 10^{-3} = 0{,}003\,2$, qui est un nombre positif plus petit que 1.

(c) Non. 54 est divisé par 10 pour devenir 5,4, donc l'exposant augmente de 1 : $54 \times 10^{-5} = 5{,}4 \times 10^{-4}$.

(d) Non. Il y a 6 zéros après le 8 : la virgule se décale de 6 rangs, donc $8\,000\,000 = 8 \times 10^{6}$.

Ex. 11 ★★☆ **Tout petit, plus petit**

(a) Globule rouge : 0,000 007 m ; virus : 0,000 000 1 m ; cheveu : 0,000 08 m.

(b) Globule rouge : 7×10^{-6} m ; virus : $100 \times 10^{-9} = 1 \times 10^{-7}$ m ; cheveu : $0{,}08 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-5}$ m.

(c) On compare d'abord les exposants : $-7 < -6 < -5$. Du plus petit au plus grand : le virus, le globule rouge, puis le cheveu.

(d) $\frac{3}{10\,000} = 0{,}000\,3 = 3 \times 10^{-4}$ m. Comme $-4 > -5$, on a $3 \times 10^{-4} > 8 \times 10^{-5}$: le grain de sable est plus épais qu'un cheveu.

Ex. 12 ★★★ **Les cinq écritures de Lola**

(a) La notation scientifique est $6{,}4 \times 10^{-4}$: $1 \leqslant 6{,}4 < 10$ et l'exposant est un entier. 64×10^{-5} n'en est pas une, car $64 \geqslant 10$. $0{,}64 \times 10^{-3}$ non plus, car $0{,}64 < 1$. 640×10^{-7} non plus, car $640 \geqslant 10$. Enfin, $\frac{64}{100\,000}$ est une écriture fractionnaire et non une écriture $a \times 10^{n}$.

Ex. 12 **(suite)**

(b) C'est 640×10^{-7}. On a $640 = 6{,}4 \times 10^2$, donc $640 \times 10^{-7} = 6{,}4 \times 10^2 \times 10^{-7} = 6{,}4 \times 10^{-5}$, c'est-à-dire 0,000 064 et non 0,000 64. Il y a un zéro de trop après la virgule.

(c) Pour passer de 87 à 8,7, a est divisé par 10, donc l'exposant augmente de 1 : l'exposant cherché est $-6 - 1 = -7$, et $87 \times 10^{-7} = 8{,}7 \times 10^{-6}$. Pour passer de 0,87 à 8,7, a est multiplié par 10, donc l'exposant diminue de 1 : l'exposant cherché est $-6 + 1 = -5$, et $0{,}87 \times 10^{-5} = 8{,}7 \times 10^{-6}$.

(d) 10×10^{-6} : a doit être strictement plus petit que 10. Comme $10 = 1 \times 10^1$, on obtient $10 \times 10^{-6} = 1 \times 10^1 \times 10^{-6} = 1 \times 10^{-5}$. Pour $2{,}80 \times 10^4$, on supprime le zéro inutile de a : $2{,}80 = 2{,}8$. La notation scientifique est donc $2{,}8 \times 10^4$.

Ex. 13 ★★★ **La mémoire du téléphone de Sacha**

(a) $160 = 1{,}6 \times 10^2$: le SMS fait $1{,}6 \times 10^2$ octets. Pour la photo, 3,2 Mo $= 3{,}2 \times 10^6$ octets, ce qui est déjà une notation scientifique puisque $1 \leqslant 3{,}2 < 10$. La photo fait $3{,}2 \times 10^6$ octets.

(b) Il n'a pas raison : $0{,}045 < 1$, donc ce n'est pas une notation scientifique. On a $0{,}045 = 4{,}5 \times 10^{-2}$, donc $0{,}045 \times 10^6 = 4{,}5 \times 10^{-2} \times 10^6 = 4{,}5 \times 10^4$. Le document fait $4{,}5 \times 10^4$ octets.

(c) 1,5 Go $= 1{,}5 \times 10^9$ octets $= 1\,500\,000\,000$ octets. En notation scientifique, la vidéo fait $1{,}5 \times 10^9$ octets. Pour passer en ko, on divise par 10^3 : $1{,}5 \times 10^9 \div 10^3 = 1{,}5 \times 10^{9-3} = 1{,}5 \times 10^6$. La vidéo fait $1{,}5 \times 10^6$ ko.

(d) « 2.75E10 » veut dire $2{,}75 \times 10^{10}$ octets. On divise par 10^9 pour passer en Go : $2{,}75 \times 10^{10} \div 10^9 = 2{,}75 \times 10^1$. Il reste donc environ $2{,}75 \times 10^1$ Go de mémoire libre, soit 27,5 Go.

Ex. 14 ★★★ **Vrai ou faux au club de sciences**

(a) Faux. Le préfixe micro correspond à 10^{-6} et non à 10^{-3} : 2 μm $= 2 \times 10^{-6}$ m $= 0{,}000\,002$ m. La bactérie mesure environ 2×10^{-6} m.

(b) Vrai. 384 000 km $= 384\,000 \times 10^3$ m $= 384\,000\,000$ m. Pour placer la virgule après le 3, on la décale de 8 rangs vers la gauche, et le nombre est grand. La distance Terre–Lune est donc d'environ $3{,}84 \times 10^8$ m.

(c) Vrai. $\frac{2}{1\,000} = 0{,}002 = 2 \times 10^{-3}$, donc le moustique pèse 2×10^{-3} g. Pour passer en kg, on divise par 10^3 : $2 \times 10^{-3} \div 10^3 = 2 \times 10^{-3-3} = 2 \times 10^{-6}$. Le moustique pèse environ 2×10^{-6} kg.

Ex. 14 **(suite)**

(d) Faux. $6{,}5 \times 10^1 = 65$, et non 6,5. Comme 6,5 est compris entre 1 et 10, son exposant est 0 : $6{,}5 = 6{,}5 \times 10^0$. La coccinelle mesure environ $6{,}5 \times 10^0$ mm, soit $6{,}5 \times 10^{-3}$ m.

(e) Faux. On a bien $9\,460\,000\,000\,000 = 946 \times 10^{10}$, mais $946 = 9{,}46 \times 10^2$.
Donc $946 \times 10^{10} = 9{,}46 \times 10^2 \times 10^{10} = 9{,}46 \times 10^{12}$: l'exposant doit augmenter de 2, pas diminuer. Une année-lumière vaut environ $9{,}46 \times 10^{12}$ km.

3. *De la notation scientifique à l'écriture décimale*

Ex. 15 ★☆☆ **Décaler la virgule**

(a) L'exposant est positif : la virgule va de 6 rangs vers la droite, et on complète avec des zéros.
$4{,}08 \times 10^6 = 4\,080\,000$.

(b) L'exposant est négatif : la virgule va de 4 rangs vers la gauche. $7{,}3 \times 10^{-4} = 0{,}000\,73$.

(c) La virgule va de 2 rangs vers la droite, et on n'ajoute aucun zéro : $2{,}519 \times 10^2 = 251{,}9$.

(d) $10^0 = 1$, donc la virgule ne bouge pas : $6{,}4 \times 10^0 = 6{,}4$.

(e) La virgule va de 5 rangs vers la gauche, ce qui donne 4 zéros après la virgule : $9 \times 10^{-5} = 0{,}000\,09$.

(f) La virgule va d'un seul rang vers la gauche : $5{,}02 \times 10^{-1} = 0{,}502$.

Ex. 16 ★☆☆ **Fractions décimales et zéros**

(a) $7 \times 10^{-3} = \dfrac{7}{1\,000} = 0{,}007$.

(b) $8{,}3 \times 10^{-2} = 0{,}083 = \dfrac{83}{1\,000}$.

(c) $6 \times 10^{-8} = 0{,}000\,000\,06$: le 6 est au 8e rang après la virgule, donc il y a $8 - 1 = 7$ zéros avant lui.

(d) $5 \times 10^9 = 5\,000\,000\,000$: il y a 9 zéros après le 5.

(e) $10^{-5} = 0{,}000\,01 = \dfrac{1}{100\,000}$.

(f) Le 4 est au 6e rang après la virgule. Pour passer de 4 à 0,000 004, on décale donc la virgule de 6 rangs vers la gauche : $n = -6$. Ainsi $0{,}000\,004 = 4 \times 10^{-6}$.

Ex. 17 ★★☆ **Les égalités de Noé**

(a) Faux. Il ne faut pas compter les zéros mais les rangs : la virgule va de 4 rangs vers la gauche. Il y a donc $4 - 1 = 3$ zéros après la virgule.
Donc $3{,}7 \times 10^{-4} = 0{,}000\,37$.

Ex. 17 **(suite)**

(b) Faux. On décale la virgule de 4 rangs vers la droite : 2 rangs sont déjà occupés par les chiffres 1 et 5, et on ajoute seulement 2 zéros.
Donc $8{,}15 \times 10^4 = 81\,500$.

(c) Faux. Un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif : il le rend plus petit que 1. La virgule va de 2 rangs vers la gauche.
Donc $2{,}6 \times 10^{-2} = 0{,}026$, qui est un nombre positif.

(d) Juste. La virgule va de 3 rangs vers la gauche, ce qui donne 2 zéros après la virgule : $6{,}25 \times 10^{-3} = 0{,}006\,25$.

Ex. 18 ★★☆ **Du globule au grain de sable**

(a) Globule rouge : 7×10^{-6} m $= 0{,}000\,007$ m. Virus : $1{,}2 \times 10^{-7}$ m $= 0{,}000\,000\,12$ m. Grain de sable : 5×10^{-4} m $= 0{,}000\,5$ m.

(b) On compare d'abord les exposants : $-7 < -6 < -4$. Du plus petit au plus grand, on a donc le virus de la grippe, puis le globule rouge, puis le grain de sable.

(c) 7×10^{-6} m $= 7 \times 1\,\mu$m. Le globule rouge mesure donc environ 7 μm.

(d) 1 m $= 1\,000$ mm, donc $0{,}000\,5$ m $= 0{,}000\,5 \times 1\,000$ mm $= 0{,}5$ mm. Le grain de sable mesure donc environ 0,5 mm.

Ex. 19 ★★★ **Les astuces de Lucas**

(a) $5 \times 10^{-6} = 0{,}000\,005$: 5 zéros avant le 5, et $6 - 1 = 5$. $2{,}03 \times 10^{-6} = 0{,}000\,002\,03$: 5 zéros avant le 2 (le 0 de 2,03 vient après). L'astuce est vérifiée : le premier chiffre de a arrive au 6e rang après la virgule.

(b) On décale la virgule de 3 rangs vers la gauche : $0{,}8 \to 0{,}08 \to 0{,}008 \to 0{,}000\,8$. Lucas a tort, car $0{,}8 \times 10^{-3} = 0{,}000\,8$, avec 3 zéros et pas 2. En effet $0{,}8 < 1$, donc ce n'est pas une notation scientifique : $0{,}8 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-4}$, et $4 - 1 = 3$. L'astuce 1 ne marche que si $1 \leqslant a < 10$.

(c) $3{,}06 \times 10^5$: la virgule va de 5 rangs vers la droite. Les 2 décimales occupent 2 rangs, puis on ajoute 3 zéros : 306 000. Ce nombre a 6 chiffres, et $5 + 1 = 6$: ça marche. $45 \times 10^5 = 4\,500\,000$ a 7 chiffres, pas 6, car $45 \geqslant 10$: $45 \times 10^5 = 4{,}5 \times 10^6$, et $6 + 1 = 7$. L'astuce 2 ne marche qu'en notation scientifique.

(d) D'une part, $10^1 \div 10^1 = 10^{1-1} = 10^0$. D'autre part, $10^1 \div 10^1 = 10 \div 10 = 1$.
Donc $10^0 = 1$, et pas 0. Ainsi $9{,}17 \times 10^0 = 9{,}17 \times 1 = 9{,}17$: la virgule ne bouge pas.

Ex. 19 **(suite)**

(e) Lucas a tort : il compte les zéros au lieu des rangs. Dans $0{,}000\,030\,9$, après 4 zéros, le 3 occupe le 5e rang après la virgule. Pour passer de 3,09 à ce nombre, on décale donc la virgule de 5 rangs vers la gauche : $0{,}000\,030\,9 = 3{,}09 \times 10^{-5}$. Vérification : $3{,}09 \times 10^{-4} = 0{,}000\,309$, ce qui ne convient pas.

Ex. 20 ★★★ **Le disque dur de Salomé**

(a) 500×10^9 n'est pas une notation scientifique, car $500 \geqslant 10$. $500 = 5 \times 10^2$, donc $500 \times 10^9 = 5 \times 10^2 \times 10^9 = 5 \times 10^{11}$ octets, soit 500 000 000 000 octets. La capacité du disque est d'environ 5×10^{11} octets.

(b) 1,25 Go $= 1{,}25 \times 10^9$ octets. On décale la virgule de 9 rangs vers la droite : les 2 décimales utilisent 2 rangs, puis on ajoute 7 zéros, soit 1 250 000 000 octets. Une vidéo occupe environ 1 250 000 000 octets.

(c) Une photo : 4 Mo $= 4 \times 10^6$ octets. $\frac{5 \times 10^{11}}{4 \times 10^6} = \frac{5}{4} \times 10^{11-6} = 1{,}25 \times 10^5 = 125\,000$. Salomé peut stocker environ 125 000 photos.

(d) Place occupée : $240 \times 1{,}25 \times 10^9 = 300 \times 10^9 = 3 \times 10^2 \times 10^9 = 3 \times 10^{11}$ octets. Place restante : $500\,000\,000\,000 - 300\,000\,000\,000 = 200\,000\,000\,000 = 2 \times 10^{11}$ octets. Il reste environ 2×10^{11} octets.

(e) $\frac{2 \times 10^{11}}{4 \times 10^6} = 0{,}5 \times 10^5$. Comme $0{,}5 < 1$, on corrige : $0{,}5 = 5 \times 10^{-1}$, donc $5 \times 10^{-1} \times 10^5 = 5 \times 10^4 = 50\,000$. Salomé peut encore stocker environ 50 000 photos.

Ex. 21 ★★★ **Les bactéries de Mathis**

(a) On décale la virgule de 6 rangs vers la gauche : $2{,}5 \times 10^{-6} = 0{,}000\,002\,5$ m (le 2 occupe le 6e rang après la virgule, il y a donc 5 zéros). Comme 1 μm $= 10^{-6}$ m, une bactérie mesure environ 2,5 μm.

(b) 1 mm $= 10^{-3}$ m. $\frac{10^{-3}}{2{,}5 \times 10^{-6}} = \frac{1}{2{,}5} \times 10^{-3-(-6)} = 0{,}4 \times 10^3 = 400$. Il faut environ 400 bactéries.

(c) Mathis a tort : « 4.8E-3 » signifie $4{,}8 \times 10^{-3}$, et l'exposant négatif indique un nombre plus petit que 1, pas un nombre négatif. Calcul : $3{,}2 \times 10^9 \times 1{,}5 \times 10^{-12} = (3{,}2 \times 1{,}5) \times 10^{9-12} = 4{,}8 \times 10^{-3}$ g.

(d) On décale la virgule de 3 rangs vers la gauche : $4{,}8 \times 10^{-3}$ g $= 0{,}004\,8$ g. Comme 1 mg $= 10^{-3}$ g, la masse des bactéries du tube est d'environ 4,8 mg.

(e) $3{,}2 \times 10^9 \times 2{,}5 \times 10^{-6} = (3{,}2 \times 2{,}5) \times 10^{9-6} = 8 \times 10^3$ m $= 8\,000$ m. Comme 1 km $= 1\,000$ m, on obtiendrait une longueur d'environ 8 km.

4. Comparer et ranger

Ex. 22 ★☆☆ **Comparer de tête**

(a) Les exposants sont -5 et -6, et $-5 > -6$.
Donc $3{,}6 \times 10^{-5} > 7 \times 10^{-6}$, même si $7 > 3{,}6$.

(b) Même exposant 7 : je compare les a. $4{,}09 < 4{,}10$, donc $4{,}09 \times 10^{7} < 4{,}1 \times 10^{7}$.

(c) Les exposants sont -2 et 0, et $-2 < 0$.
Donc $8{,}5 \times 10^{-2} < 1{,}3 \times 10^{0}$.

(d) Les exposants sont 11 et 12, et $11 < 12$.
Donc $9{,}9 \times 10^{11} < 1{,}01 \times 10^{12}$.

(e) $27 \times 10^{3} = 2{,}7 \times 10^{4}$. Même exposant, et $2{,}7 < 3{,}1$.
Donc $27 \times 10^{3} < 3{,}1 \times 10^{4}$.

(f) $0{,}6 \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-4}$. Même exposant, et $6 > 5{,}8$.
Donc $0{,}6 \times 10^{-3} > 5{,}8 \times 10^{-4}$.

(g) Mêmes a, exposants -8 et -9, et $-8 > -9$.
Donc $7{,}2 \times 10^{-8} > 7{,}2 \times 10^{-9}$.

Ex. 23 ★☆☆ **Vrai ou faux ?**

(a) Vrai : $-4 > -7$. En effet $10^{-4} = 0{,}000\,1$ et $10^{-7} = 0{,}000\,000\,1$.

(b) Faux : on compare d'abord les exposants. $-6 < -5$, donc $9{,}3 \times 10^{-6} < 1{,}4 \times 10^{-5}$.

(c) Faux : $0{,}000\,45 = 4{,}5 \times 10^{-4}$. Les exposants sont -4 et -5, et $-4 > -5$.
Donc $0{,}000\,45 > 5 \times 10^{-5}$.

(d) Faux : 45×10^{5} n'est pas en notation scientifique.
$45 \times 10^{5} = 4{,}5 \times 10^{6}$. Même exposant, et $4{,}5 > 2$: il est donc plus grand.

(e) Faux : $0{,}08 \times 10^{3} = 8 \times 10^{1} = 80$, et $1{,}2 \times 10^{1} = 12$. Or $80 > 12$.

(f) Vrai : comme $1 \leqslant a < 10$, $a \times 10^{-3}$ est au moins égal à 0,001, alors que $b \times 10^{-4}$ est plus petit que $10 \times 10^{-4} = 0{,}001$.

Ex. 24 ★★☆ **Du pollen à l'atome**

(a) Pollen : $25 \times 10^{-6} = 2{,}5 \times 10^{-5}$ m. Bactérie : $0{,}000\,002 = 2 \times 10^{-6}$ m. Virus : $0{,}1 \times 10^{-6} = 1 \times 10^{-7}$ m. Atome : $0{,}000\,000\,000\,14 = 1{,}4 \times 10^{-10}$ m. Le globule rouge, 7×10^{-6} m, est déjà en notation scientifique.

(b) Non. Avec des exposants négatifs, $-10 < -7$: -10 est plus loin de 0.
Donc $1{,}4 \times 10^{-10} < 1 \times 10^{-7}$: l'atome est plus petit que le virus.

Ex. 24 (suite)

(c) $2{,}5 \times 10^{-5} > 7 \times 10^{-6} > 2 \times 10^{-6} > 1 \times 10^{-7} > 1{,}4 \times 10^{-10}$. Dans l'ordre décroissant : pollen, globule rouge, bactérie, virus, atome.

(d) $\frac{2{,}5 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-6}} = \frac{2{,}5}{2} \times 10^{-5-(-6)} = 1{,}25 \times 10^{1} = 12{,}5$. Le grain de pollen est environ 12,5 fois plus grand que la bactérie
(et pas 10 fois : les a sont différents).

Ex. 25 ★★☆ **Distances dans l'espace**

(a) Non. Il faut d'abord tout mettre en notation scientifique : $780 \times 10^{6} = 7{,}8 \times 10^{8}$ et $0{,}56 \times 10^{8} = 5{,}6 \times 10^{7}$. Comme $8 > 7$, 780×10^{6} km est le plus grand.

(b) Lune : $390\,000 = 3{,}9 \times 10^{5}$ km. Mars : $5{,}6 \times 10^{7}$ km. Jupiter : $7{,}8 \times 10^{8}$ km. Neptune : $4{,}5 \times 10^{9}$ km. Proxima : 1 km $= 10^{3}$ m, donc $4 \times 10^{16} \div 10^{3} = 4 \times 10^{16-3} = 4 \times 10^{13}$ km.

(c) $3{,}9 \times 10^{5} < 5{,}6 \times 10^{7} < 7{,}8 \times 10^{8} < 4{,}5 \times 10^{9} < 4 \times 10^{13}$. Dans l'ordre croissant : Lune, Mars, Jupiter, Neptune, Proxima du Centaure.

(d) 1 km $= 10^{3}$ m, donc $2{,}4 \times 10^{13}$ m $= 2{,}4 \times 10^{13} \div 10^{3} = 2{,}4 \times 10^{13-3} = 2{,}4 \times 10^{10}$ km. Les exposants sont $9 < 10 < 13$, donc $4{,}5 \times 10^{9} < 2{,}4 \times 10^{10} < 4 \times 10^{13}$. Voyager 1 se place entre la distance Soleil – Neptune et la distance Soleil – Proxima du Centaure.

Ex. 26 ★★★ **Du virus à l'ovule**

(a) Virus : $120 \times 10^{-9} = 1{,}2 \times 10^{2} \times 10^{-9} = 1{,}2 \times 10^{-7}$ m. Levure : 5×10^{-6} m. Ovule : $0{,}12 \times 10^{-3} = 1{,}2 \times 10^{-1} \times 10^{-3} = 1{,}2 \times 10^{-4}$ m. Molécule d'eau : $0{,}000\,000\,000\,28 = 2{,}8 \times 10^{-10}$ m.

(b) Non. Le virus mesure $1{,}2 \times 10^{-7}$ m et la levure 5×10^{-6} m. Les exposants sont -7 et -6, et $-7 < -6$: le plus grand exposant est le plus proche de 0.
Donc $1{,}2 \times 10^{-7} < 5 \times 10^{-6}$ (0,000 000 12 m contre 0,000 005 m). Le virus est plus petit que la levure.

(c) Les nombres a sont différents (1,2 et 5) : la différence des exposants ne suffit pas, il faut calculer le quotient. $(1{,}2 \times 10^{-4}) \div (5 \times 10^{-6}) = (1{,}2 \div 5) \times (10^{-4} \div 10^{-6}) = 0{,}24 \times 10^{2} = 24$. L'ovule est environ 24 fois plus grand que la levure, et non 100 fois.

(d) $(1{,}2 \times 10^{-4}) \div (1{,}2 \times 10^{-7}) = (1{,}2 \div 1{,}2) \times 10^{-4-(-7)} = 1 \times 10^{3} = 1\,000$. Ici, les nombres a sont égaux : le quotient se lit directement sur les exposants. Il faut aligner environ 1 000 virus pour atteindre la taille de l'ovule.

Ex. 27 ★★★ **La mémoire de l'ordinateur de Noémie**

(a) Film : $1{,}5 \times 10^9$ octets. Photo : $3\,600 \times 10^3 = 3{,}6 \times 10^3 \times 10^3 = 3{,}6 \times 10^6$ octets. Musique : $0{,}008 \times 10^9 = 8 \times 10^{-3} \times 10^9 = 8 \times 10^6$ octets. Texte : $45 \times 10^3 = 4{,}5 \times 10^4$ octets.

(b) Non : 0,008 Go et 3 600 ko ne sont pas dans la même unité, on ne peut pas les comparer directement. En octets : musique 8×10^6, photo $3{,}6 \times 10^6$. Les exposants sont égaux, donc on compare les nombres a : $8 > 3{,}6$. La musique est plus lourde que la photo.

(c) Il faut $3{,}6 \times 10^6 < 5 \times 10^n < 1{,}5 \times 10^9$. Si $n \leqslant 5$, l'exposant est plus petit que 6 : le fichier est plus petit que la photo. Si $n = 6$: même exposant que la photo et $5 > 3{,}6$, cela convient. Si $n = 7$ ou $n = 8$: l'exposant est entre 6 et 9, cela convient. Si $n = 9$: même exposant que le film mais $5 > 1{,}5$, le fichier est trop gros, et c'est pire au-delà.
Donc $n = 6$, $n = 7$ ou $n = 8$.

(d) 16 Go $= 16 \times 10^9 = 1{,}6 \times 10^{10}$ octets. $(1{,}6 \times 10^{10}) \div (3{,}6 \times 10^6) = (1{,}6 \div 3{,}6) \times 10^4 \approx 0{,}444\,44 \times 10^4 \approx 4\,444{,}4$. La clé peut stocker au plus 4 444 photos.

Ex. 28 ★★★ **La masse des astres**

(a) Lune : $7{,}3 \times 10^{19}$ t $= 7{,}3 \times 10^{19} \times 10^3 = 7{,}3 \times 10^{22}$ kg. Mars : $0{,}64 \times 10^{24} = 6{,}4 \times 10^{-1} \times 10^{24} = 6{,}4 \times 10^{23}$ kg. Jupiter : $1\,900 \times 10^{24} = 1{,}9 \times 10^3 \times 10^{24} = 1{,}9 \times 10^{27}$ kg.

(b) En kg, les exposants sont 22, 23, 24, 25, 27 et 30, tous différents : on range selon les exposants. $7{,}3 \times 10^{22} < 6{,}4 \times 10^{23} < 6 \times 10^{24} < 8{,}7 \times 10^{25} < 1{,}9 \times 10^{27} < 2 \times 10^{30}$. Ordre croissant : Lune, Mars, Terre, Uranus, Jupiter, Soleil.

(c) Lune : 7,3 est plus proche de 10 que de 1, donc l'ordre de grandeur est 10^{23} kg. Uranus : 8,7 est proche de 10, donc 10^{26} kg. Soleil : 2 est proche de 1, donc 10^{30} kg.

(d) Avec les ordres de grandeur : $10^{30} \div 10^{26} = 10^4 = 10\,000$. Mais les nombres a sont différents (2 et 8,7) : il faut calculer le quotient. $(2 \times 10^{30}) \div (8{,}7 \times 10^{25}) = (2 \div 8{,}7) \times 10^5 \approx 0{,}23 \times 10^5 = 23\,000$. Le Soleil est environ 23 000 fois plus lourd qu'Uranus : l'estimation d'Adam donne seulement la bonne puissance de 10, la vraie valeur est plus de deux fois plus grande.

5. *Ordre de grandeur*

Ex. 29 ★☆☆ **La puissance de 10 la plus proche**

(a) 7,9 est plus proche de 10 que de 1 : $7{,}9 \times 10^6 \approx 10^7$ (et pas 10^6).

(b) 9,2 est plus proche de 10 que de 1 : $9{,}2 \times 10^{-8} \approx 10^{-8+1} = 10^{-7}$.

(c) $83\,000 = 8{,}3 \times 10^4$ et 8,3 est proche de 10 : $83\,000 \approx 10^5$.

(d) $0{,}000\,12 = 1{,}2 \times 10^{-4}$ et 1,2 est proche de 1 : $0{,}000\,12 \approx 10^{-4}$.

(e) $0{,}9 < 1$: ce n'est pas une notation scientifique. $0{,}9 \times 10^3 = 9 \times 10^2$ et 9 est proche de 10 : $\approx 10^3$.

(f) $18 \geqslant 10$: ce n'est pas une notation scientifique. $18 \times 10^{-6} = 1{,}8 \times 10^{-5}$ et 1,8 est proche de 1 : $\approx 10^{-5}$.

(g) $\frac{13}{10} = 1{,}3 = 1{,}3 \times 10^0$ et 1,3 est proche de 1 : $\approx 10^0 = 1$.

Ex. 30 ★☆☆ **Ordre de grandeur d'un calcul**

(a) $3{,}9 \times 10^4 \approx 4 \times 10^4$ et $2{,}1 \times 10^3 \approx 2 \times 10^3$. $(4 \times 2) \times 10^{4+3} = 8 \times 10^7$, donc le produit $\approx 8 \times 10^7$.

(b) $6{,}2 \times 10^{-3} \approx 6 \times 10^{-3}$ et $4{,}8 \times 10^{-2} \approx 5 \times 10^{-2}$. $(6 \times 5) \times 10^{-3+(-2)} = 30 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-4}$, donc le produit $\approx 3 \times 10^{-4}$.

(c) $8{,}1 \times 10^9 \approx 8 \times 10^9$ et $1{,}9 \times 10^4 \approx 2 \times 10^4$. $(8 \div 2) \times 10^{9-4} = 4 \times 10^5$, donc le quotient $\approx 4 \times 10^5$.

(d) $398 \approx 400 = 4 \times 10^2$ et $0{,}000\,21 \approx 0{,}000\,2 = 2 \times 10^{-4}$. $(4 \times 2) \times 10^{2+(-4)} = 8 \times 10^{-2}$, donc le produit $\approx 8 \times 10^{-2}$.

(e) $29\,800\,000 \approx 3 \times 10^7$ et $0{,}004\,9 \approx 5 \times 10^{-3}$. $(3 \div 5) \times 10^{7-(-3)} = 0{,}6 \times 10^{10} = 6 \times 10^9$, donc le quotient $\approx 6 \times 10^9$.

Ex. 31 ★★☆ **Contrôler un résultat**

(a) Ordre de grandeur : $(3 \times 3) \times 10^{3+5} = 9 \times 10^8$. Le résultat doit être proche de 10^9, donc 10^{15} est faux : Malik a multiplié les exposants au lieu de les ajouter. Résultat exact : $(3{,}1 \times 3) \times 10^{3+5} = 9{,}3 \times 10^8$.

(b) Ordre de grandeur : $(8 \div 2) \times 10^{-4-2} = 4 \times 10^{-6}$. L'exposant -2 est faux : Chloé a ajouté les exposants au lieu de les soustraire. Résultat exact : $(8{,}4 \div 2) \times 10^{-4-2} = 4{,}2 \times 10^{-6}$.

(c) Non. $(5 \times 2) \times 10^{6+(-2)} = 10 \times 10^4 = 10^5$ n'est qu'un ordre de grandeur : il faut écrire $\approx 10^5$. Résultat exact : $(4{,}7 \times 2{,}2) \times 10^{6+(-2)} = 10{,}34 \times 10^4 = 1{,}034 \times 10^5$.

Ex. 31 (suite)

(d) Vrai. $(5 \times 8) \times 10^{-3+(-6)} = 40 \times 10^{-9} = 4 \times 10^{1} \times 10^{-9} = 4 \times 10^{-8}$. L'égalité est donc juste.

Ex. 32 ★★☆ Des cheveux aux planètes

(a) Globule rouge : 10^{-5} m ; cheveu : 10^{-4} m ; pièce de monnaie : 10^{-2} m (environ 2 cm) ; Terre-Lune : 10^{8} m ; Terre-Soleil : 10^{11} m.

(b) $10^{11} \div 10^{8} = 10^{11-8} = 10^{3}$: il y a 3 puissances de 10 d'écart. La distance Terre-Soleil est environ 1 000 fois plus grande que la distance Terre-Lune.

(c) $10^{-2} \div 10^{-4} = 10^{-2-(-4)} = 10^{2}$. Il faut environ 100 cheveux côte à côte.

(d) Non. Les ordres de grandeur (10^{-4} m et 10^{-5} m) donnent environ 10 fois, mais le calcul exact donne $\frac{2 \times 10^{-4}}{2{,}5 \times 10^{-5}} = 0{,}8 \times 10^{1} = 8$. Le grain de sable est 8 fois plus gros que le grain de pollen.

Ex. 33 ★★★ Combien de grains de sable sur la plage ?

(a) $2{,}4$ km $= 2\,400$ m $\approx 2 \times 10^{3}$ m ; 38 m $\approx 4 \times 10^{1}$ m ; 2,7 m ≈ 3 m. Volume $\approx (2 \times 4 \times 3) \times 10^{3+1} = 24 \times 10^{4} = 2{,}4 \times 10^{5}$. Le volume de sable est d'environ $2{,}4 \times 10^{5}$ m³ (on écrit $\approx$, car on a arrondi).

(b) $V = 2\,400 \times 38 \times 2{,}7 = 246\,240$ m³ $= 2{,}462\,4 \times 10^{5}$ m³. Comme 2,462 4 est plus proche de 1 que de 10, son ordre de grandeur est 10^{5} m³, ce qui confirme l'estimation de la première question.

(c) $N = \frac{2{,}462\,4 \times 10^{5}}{3 \times 10^{-10}} = \frac{2{,}462\,4}{3} \times 10^{5-(-10)} = 0{,}820\,8 \times 10^{15} = 8{,}208 \times 10^{14}$. Comme 8,208 est plus proche de 10 que de 1, l'ordre de grandeur est 10^{15}, et pas 10^{14}. Il y a environ $8{,}208 \times 10^{14}$ grains de sable.

(d) Non. 10^{15} n'est qu'un ordre de grandeur : il ne remplace pas le calcul exact. En écriture décimale : $1\,000\,000\,000\,000\,000 - 820\,800\,000\,000\,000 = 179\,200\,000\,000\,000 = 1{,}792 \times 10^{14}$. Léo se trompe d'environ $1{,}792 \times 10^{14}$ grains. Il aurait dû écrire « environ 10^{15} grains », avec $\approx$.

Ex. 34 ★★★ Enquête sur les ordres de grandeur

(a) $0{,}000\,67 = 6{,}7 \times 10^{-4}$ et 6,7 est plus proche de 10 que de 1 : $\approx 10^{-3}$. $6{,}7 \times 10^{-5} \approx 10^{-4}$. $\frac{9}{1\,000} = 0{,}009 = 9 \times 10^{-3} \approx 10^{-2}$. $0{,}2 < 1$, donc $0{,}2 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-3} \approx 10^{-3}$. Seuls $0{,}000\,67$ et $0{,}2 \times 10^{-2}$ ont pour ordre de grandeur 10^{-3}.

Ex. 34 (suite)

(b) Par exemple 2×10^{4} et 9×10^{4}. 2 est proche de 1, donc $2 \times 10^{4} \approx 10^{4}$. 9 est proche de 10, donc $9 \times 10^{4} \approx 10^{5}$. Ils ont le même exposant, mais pas le même ordre de grandeur.

(c) Non. 8,8 est proche de 10, donc $8{,}8 \times 10^{8} \approx 10^{9}$. 1,1 est proche de 1, donc $1{,}1 \times 10^{9} \approx 10^{9}$. Les deux nombres ont le même ordre de grandeur, 10^{9}, même si leurs exposants sont différents.

(d) 23×10^{n} n'est pas en notation scientifique : $23 \times 10^{n} = 2{,}3 \times 10^{n+1}$. Comme 2,3 est proche de 1, son ordre de grandeur est 10^{n+1}. On veut $10^{n+1} = 10^{-5}$, donc $n + 1 = -5$ et $n = -6$. Le nombre est $23 \times 10^{-6} = 2{,}3 \times 10^{-5}$.

(e) Non. Pour comparer, on divise : $10^{-2} \div 10^{-7} = 10^{-2-(-7)} = 10^{5}$. A est environ 10^{5} fois plus grand que B : il y a 5 puissances de 10 d'écart entre 10^{-7} et 10^{-2}, et pas 9.

Ex. 35 ★★★ Le serveur de vidéos

(a) 1,9 Go $= 1{,}9 \times 10^{9}$ octets $= 1\,900\,000\,000$ octets. Une vidéo occupe environ $1{,}9 \times 10^{9}$ octets.

(b) $7{,}8 \times 10^{5} \approx 8 \times 10^{5}$ et $1{,}9 \times 10^{9} \approx 2 \times 10^{9}$. Place totale $\approx (8 \times 2) \times 10^{5+9} = 16 \times 10^{14} = 1{,}6 \times 10^{15}$. Toutes les vidéos occupent environ $1{,}6 \times 10^{15}$ octets.

(c) « 1.482E15 » signifie $1{,}482 \times 10^{15}$. Vérification : $(7{,}8 \times 1{,}9) \times 10^{5+9} = 14{,}82 \times 10^{14} = 1{,}482 \times 10^{15}$ octets. C'est cohérent : l'exposant est le même que dans l'estimation, et 1,482 est proche de 1,6. Les deux nombres ont pour ordre de grandeur 10^{15}.

(d) 128 Go $= 128 \times 10^{9}$ octets $= 1{,}28 \times 10^{11}$ octets. Son ordre de grandeur est 10^{11} octets, car 1,28 est proche de 1. Avec les ordres de grandeur : $10^{15} \div 10^{11} = 10^{15-11} = 10^{4}$. Le serveur contient environ 10^{4} fois plus d'octets qu'un téléphone.

(e) Non. Un disque contient 1 000 Go $= 10^{3} \times 10^{9} = 10^{12}$ octets. Avec l'ordre de grandeur, Hugo trouve $10^{15} \div 10^{12} = 10^{3} = 1\,000$ disques. Mais le calcul exact donne $\frac{1{,}482 \times 10^{15}}{10^{12}} = 1{,}482 \times 10^{3} = 1\,482$ disques. Il lui manque $1\,482 - 1\,000 = 482$ disques. L'ordre de grandeur ne remplace pas le calcul exact.

6. Produits et quotients en notation scientifique

Ex. 36 ★☆☆ **Produits en ligne (automatismes)**

(a) $(3 \times 2) \times 10^{5+4} = 6 \times 10^{9}$.

(b) $(2{,}5 \times 3) \times 10^{-3+7} = 7{,}5 \times 10^{4}$.

(c) $(4 \times 5) \times 10^{6+(-9)} = 20 \times 10^{-3}$. Or $20 \geqslant 10$: $20 = 2 \times 10^{1}$, donc le résultat est 2×10^{-2}.

(d) $(1{,}5 \times 6) \times 10^{-4+(-2)} = 9 \times 10^{-6}$.

(e) $(8 \times 7) \times 10^{0+3} = 56 \times 10^{3}$. Or $56 = 5{,}6 \times 10^{1}$, donc le résultat est $5{,}6 \times 10^{4}$.

(f) On change l'ordre des facteurs : $(4 \times 3) \times (10^{2} \times 10^{-5}) = 12 \times 10^{-3}$, soit $1{,}2 \times 10^{-2}$.

Ex. 37 ★☆☆ **Quotients en ligne (automatismes)**

(a) $(8{,}4 \div 2) \times 10^{9-3} = 4{,}2 \times 10^{6}$.

(b) $(6{,}3 \div 3) \times 10^{5-(-4)} = 2{,}1 \times 10^{9}$ (soustraire -4, c'est ajouter 4).

(c) $(2 \div 5) \times 10^{5-(-3)} = 0{,}4 \times 10^{8}$. Or $0{,}4 < 1$: $0{,}4 = 4 \times 10^{-1}$, donc le résultat est 4×10^{7}.

(d) $(9 \div 4{,}5) \times 10^{-6-(-4)} = 2 \times 10^{-2}$.

(e) $(3 \div 6) \times 10^{-7-2} = 0{,}5 \times 10^{-9}$, soit 5×10^{-10}.

(f) $(7{,}2 \div 8) \times 10^{4-4} = 0{,}9 \times 10^{0}$, soit 9×10^{-1}.

Ex. 38 ★★☆ **Erreurs d'élèves : vrai ou faux ?**

(a) Non. Le calcul 30×10^{7} est juste, mais $30 \geqslant 10$, donc ce n'est pas une notation scientifique. Comme $30 = 3 \times 10^{1}$, la notation scientifique est 3×10^{8}.

(b) Faux. Une somme ne se calcule pas en ajoutant les exposants : $70\,000 + 20\,000 = 90\,000 = 9 \times 10^{4}$.

(c) Non. Pour un quotient, on soustrait les exposants : $9 - (-3) = 12$.
Donc le résultat est $(4 \div 2) \times 10^{12} = 2 \times 10^{12}$.

(d) Vrai. $500 = 5 \times 10^{2}$, donc $(5 \times 3) \times 10^{2+(-6)} = 15 \times 10^{-4}$. Comme $15 = 1{,}5 \times 10^{1}$, on obtient $1{,}5 \times 10^{-3}$.

(e) $2\,000\,000 - 400\,000 = 1\,600\,000 = 1{,}6 \times 10^{6}$. Zoé a raison.

Ex. 39 ★★☆ **Calculs en étage et seau de sable**

(a) $B = \frac{4 \times 9}{1{,}2} \times \frac{10^{-3} \times 10^{5}}{10^{-4}} = 30 \times 10^{-3+5-(-4)} = 30 \times 10^{6}$. Comme $30 = 3 \times 10^{1}$, on a $B = 3 \times 10^{7}$.

(b) $C = \frac{2{,}4}{6 \times 8} \times \frac{10^{7}}{10^{2} \times 10^{-3}} = \frac{2{,}4}{48} \times 10^{7-(-1)} = 0{,}05 \times 10^{8}$. Comme $0{,}05 = 5 \times 10^{-2}$, on a $C = 5 \times 10^{6}$.

Ex. 39 (suite)

(c) $(1{,}8 \times 10^{4}) \div (2 \times 10^{-3}) = (1{,}8 \div 2) \times 10^{4-(-3)} = 0{,}9 \times 10^{7}$. Comme $0{,}9 < 1$: $0{,}9 \times 10^{7} = 9 \times 10^{6}$. Le seau contient environ 9×10^{6} grains de sable.

Ex. 40 ★★★ **La lumière, du Soleil à Proxima**

(a) Temps $= \frac{4{,}5 \times 10^{9}}{3 \times 10^{5}} = \frac{4{,}5}{3} \times 10^{9-5} = 1{,}5 \times 10^{4}$ s. La lumière met environ $1{,}5 \times 10^{4}$ s (environ 15 000 s) pour aller du Soleil jusqu'à Neptune.

(b) Distance $= (3 \times 10^{5}) \times (3{,}2 \times 10^{7}) = (3 \times 3{,}2) \times 10^{5+7} = 9{,}6 \times 10^{12}$ km. Comme 1 km $= 10^{3}$ m : $9{,}6 \times 10^{12} \times 10^{3} = 9{,}6 \times 10^{15}$ m. Une année-lumière vaut environ $9{,}6 \times 10^{12}$ km, soit $9{,}6 \times 10^{15}$ m.

(c) $\frac{4 \times 10^{13}}{9{,}6 \times 10^{12}} = \frac{4}{9{,}6} \times 10^{13-12} \approx 0{,}417 \times 10^{1}$. Comme $0{,}417 < 1$, on corrige : $0{,}417 \times 10^{1} = 4{,}17 \times 10^{0} \approx 4{,}2$. Proxima est à environ 4,2 années-lumière de nous.

(d) Yanis a soustrait les a ($4{,}5 - 1{,}5 = 3$) et les exposants ($9 - 8 = 1$) : une différence ne se calcule pas ainsi. On passe par l'écriture décimale : $4\,500\,000\,000 - 150\,000\,000 = 4\,350\,000\,000 = 4{,}35 \times 10^{9}$. La Terre est alors à environ $4{,}35 \times 10^{9}$ km de Neptune.

Ex. 41 ★★★ **Les globules rouges d'un adulte**

(a) 5 L $= 5 \times 10^{6}$ mm³. Nombre $= (5 \times 10^{6}) \times (5 \times 10^{6}) = (5 \times 5) \times 10^{6+6} = 25 \times 10^{12}$. Comme $25 \geqslant 10$: $25 \times 10^{12} = 2{,}5 \times 10^{13}$. Le corps contient environ $2{,}5 \times 10^{13}$ globules rouges.

(b) Longueur $= (2{,}5 \times 10^{13}) \times (7 \times 10^{-6}) = (2{,}5 \times 7) \times 10^{13+(-6)} = 17{,}5 \times 10^{7} = 1{,}75 \times 10^{8}$ m. Comme 1 km $= 10^{3}$ m : $1{,}75 \times 10^{8} \div 10^{3} = 1{,}75 \times 10^{5}$ km. La file mesurerait environ $1{,}75 \times 10^{5}$ km.

(c) Masse $= (2{,}5 \times 10^{13}) \times (3 \times 10^{-11}) = (2{,}5 \times 3) \times 10^{13+(-11)} = 7{,}5 \times 10^{2}$ g. Comme 1 kg $= 10^{3}$ g : $7{,}5 \times 10^{2} \div 10^{3} = 7{,}5 \times 10^{-1}$ kg, soit 0,75 kg. Timéo a tort : les globules rouges pèsent environ $7{,}5 \times 10^{-1}$ kg, moins de 1 kg.

(d) $120 = 1{,}2 \times 10^{2}$. Durée $= (1{,}2 \times 10^{2}) \times (8{,}6 \times 10^{4}) = (1{,}2 \times 8{,}6) \times 10^{2+4} = 10{,}32 \times 10^{6} = 1{,}032 \times 10^{7}$. Un globule rouge vit environ $1{,}032 \times 10^{7}$ s.

(e) $\frac{2{,}5 \times 10^{13}}{1{,}032 \times 10^{7}} = \frac{2{,}5}{1{,}032} \times 10^{13-7} \approx 2{,}4 \times 10^{6}$. Le corps remplace environ $2{,}4 \times 10^{6}$ globules rouges chaque seconde.

Ex. 42 ★★★ **Puces et centres de données**

(a) $\frac{1{,}2\times10^{-4}}{4\times10^{-14}} = \frac{1{,}2}{4}\times10^{-4-(-14)} = 0{,}3\times10^{10}$. Comme $0{,}3<1$: $0{,}3\times10^{10} = 3\times10^{9}$. On peut placer environ 3×10^{9} transistors sur la puce.

(b) Total $= (6\times10^{4})\times(8\times10^{13}) = (6\times8)\times10^{4+13} = 48\times10^{17} = 4{,}8\times10^{18}$ octets. En Go : $4{,}8\times10^{18}\div10^{9} = 4{,}8\times10^{9}$ Go. Le centre stocke environ $4{,}8\times10^{18}$ octets, soit $4{,}8\times10^{9}$ Go.

(c) Chloé a ajouté les a ($4{,}8+5=9{,}8$) et les exposants ($18+17=35$) : une somme ne se calcule pas ainsi. En écriture décimale : $4\,800\,000\,000\,000\,000\,000 + 500\,000\,000\,000\,000\,000 = 5\,300\,000\,000\,000\,000\,000 = 5{,}3\times10^{18}$. Les deux bâtiments stockent environ $5{,}3\times10^{18}$ octets.

(d) Un film : 4 Go $= 4\times10^{9}$ octets. $\frac{8\times10^{13}}{4\times10^{9}} = \frac{8}{4}\times10^{13-9} = 2\times10^{4}$. Sacha a tort : un serveur peut stocker environ 2×10^{4} films, et non 3×10^{4}.

7. *Problèmes : très grands et très petits nombres*

Ex. 43 ★☆☆ **Lire l'écran de la calculatrice**

(a) $7{,}2\times10^{6} = 7\,200\,000$
(la virgule avance de 6 rangs vers la droite).

(b) $3{,}05\times10^{-3} = 0{,}003\,05$
(la virgule recule de 3 rangs vers la gauche).

(c) $4{,}8\times10^{0} = 4{,}8\times1 = 4{,}8$
(exposant nul : la virgule ne bouge pas).

(d) $1{,}6\times10^{-5} = 0{,}000\,016$.

(e) $2{,}47\times10^{4} = 24\,700$.

(f) « 8.1E-2 » se lit $8{,}1\times10^{-2} = 0{,}081$. Nora a oublié le « fois 10 » : le E veut dire « fois 10 puissance ». C'est 10 qui porte l'exposant -2, pas 8,1.

Ex. 44 ★☆☆ **Tout dans la même unité**

(a) 1 km $= 10^{3}$ m, donc $3\times10^{5}\times10^{3} = 3\times10^{8}$ m.

(b) 1 g $= 10^{-3}$ kg, donc $4{,}2\times10^{-3}\times10^{-3} = 4{,}2\times10^{-6}$ kg.

(c) 1 mg $= 10^{-3}$ g, donc $6\times10^{4}\times10^{-3} = 6\times10^{1}$ g.

(d) 1 nm $= 10^{-9}$ m, donc 2,5 nm $= 2{,}5\times10^{-9}$ m.

(e) $7\times10^{-2}\times10^{3} = 7\times10^{1}$ m.

(f) 1 Go $= 10^{9}$ octets, donc 3,6 Go $= 3{,}6\times10^{9}$ octets.

(g) 1 μm $= 10^{-6}$ m, donc $8\times10^{6}\times10^{-6} = 8\times10^{0}$ m, soit 8 m.

Ex. 45 ★★☆ **La lumière du Soleil jusqu'à Jupiter**

(a) 1 km $= 10^{3}$ m, donc $7{,}8\times10^{8}\times10^{3} = 7{,}8\times10^{11}$ m. La distance et la vitesse sont maintenant toutes les deux en mètres.

(b) Durée = distance ÷ vitesse $= \frac{7{,}8\times10^{11}}{3\times10^{8}} = (7{,}8\div3)\times10^{11-8} = 2{,}6\times10^{3}$ s. La lumière met environ $2{,}6\times10^{3}$ s pour aller du Soleil à Jupiter.

(c) $2{,}6\times10^{3}$ s $= 2\,600$ s. Or $43\times60 = 2\,580$, et $2\,600 - 2\,580 = 20$. La lumière met donc environ 43 min 20 s.

(d) Le diamètre de Jupiter ($1{,}4\times10^{5}$ km) ne sert à rien : pour calculer la durée, il suffit de connaître la distance et la vitesse.

Ex. 46 ★★☆ **Les grains de sable du seau**

(a) 0,03 g $= 3\times10^{-2}$ g. Comme 1 g $= 10^{-3}$ kg : $3\times10^{-2}\times10^{-3} = 3\times10^{-5}$ kg.

(b) Nombre de grains = masse totale ÷ masse d'un grain, les deux en kg : $\frac{4\times10^{0}}{3\times10^{-5}} = (4\div3)\times10^{0-(-5)} \approx 1{,}33\times10^{5}$. On arrondit a seulement à la fin. Le seau contient environ $1{,}33\times10^{5}$ grains de sable.

(c) $4\div0{,}03 \approx 133{,}33$, soit environ $1{,}33\times10^{2}$ grains. C'est faux, car Léa divise des kg par des g. Il faut d'abord tout mettre dans la même unité. Son résultat est 1 000 fois trop petit.

(d) $3\div(3\times10^{-5}) = 1\times10^{5} = 10^{5}$. Le résultat $1{,}33\times10^{5}$ a bien le même ordre de grandeur : il est cohérent.

Ex. 47 ★★★ **Un message pour une sonde lointaine**

(a) 1 km $= 10^{3}$ m, donc on divise par 10^{3} : $2{,}4\times10^{13}\div10^{3} = 2{,}4\times10^{13-3} = 2{,}4\times10^{10}$ km. La sonde est à environ $2{,}4\times10^{10}$ km de la Terre.

(b) Durée = distance ÷ vitesse, avec des km et des km par s : $\frac{2{,}4\times10^{10}}{3\times10^{5}} = \frac{2{,}4}{3}\times10^{10-5} = 0{,}8\times10^{5} = 8\times10^{4}$ s. Le message met environ 8×10^{4} secondes pour arriver.

(c) 8×10^{4} s $= 80\,000$ s, et $80\,000\div60 \approx 1\,333$ min. Comme $1\,333 = 22\times60+13$, le message met environ 22 h 13 min pour arriver.

(d) Noé a divisé des mètres par des km par s sans convertir : son résultat est 10^{3} fois trop grand, car $8\times10^{7}\div(8\times10^{4}) = 10^{3}$. Il faut d'abord écrire la distance en km : on trouve alors 8×10^{4} s.

(e) Distance = vitesse × durée $= 3\times10^{5}\times4{,}5\times10^{3} = (3\times4{,}5)\times10^{5+3} = 13{,}5\times10^{8} = 1{,}35\times10^{9}$ km. Cette sonde est à environ $1{,}35\times10^{9}$ km de la Terre.

Ex. 48 ★★★ **Les bactéries de l'échantillon**

(a) $6\text{ mg} = 6 \times 10^{-3}$ g. L'échantillon a une masse d'environ 6×10^{-3} g.

(b) Nombre de bactéries = masse totale ÷ masse d'une bactérie, les deux en g : $\frac{6\times10^{-3}}{1{,}5\times10^{-12}} = \frac{6}{1{,}5} \times 10^{-3-(-12)} = 4 \times 10^{9}$. L'échantillon contient environ 4×10^{9} bactéries.

(c) 2 micromètres $= 2 \times 10^{-6}$ m. $4 \times 10^{9} \times 2 \times 10^{-6} = (4 \times 2) \times 10^{9+(-6)} = 8 \times 10^{3}$ m $= 8\,000$ m $= 8$ km. Bout à bout, les bactéries forment une file d'environ 8 km.

(d) Non. « 1.5E-15 » se lit $1{,}5 \times 10^{-15}$: -15 est l'exposant de 10, pas un facteur. D'ailleurs une masse ne peut pas être négative. On a bien $1{,}5 \times 10^{-12} \div 10^{3} = 1{,}5 \times 10^{-15}$: une bactérie a une masse d'environ $1{,}5 \times 10^{-15}$ kg.

Ex. 49 ★★★ **Les photos du serveur**

(a) Capacité : $8 \times 10^{5} \times 10^{9} = 8 \times 10^{5+9} = 8 \times 10^{14}$ octets. Une photo : $3{,}5 \times 10^{6}$ octets.

(b) Nombre de photos = capacité ÷ taille d'une photo : $\frac{8\times10^{14}}{4\times10^{6}} = \frac{8}{4} \times 10^{14-6} = 2 \times 10^{8}$. Le serveur peut contenir environ 2×10^{8} photos.

(c) $\frac{8\times10^{14}}{3{,}5\times10^{6}} \approx 2{,}29 \times 10^{8}$. Le serveur peut contenir environ $2{,}29 \times 10^{8}$ photos. C'est cohérent : c'est proche de l'estimation 2×10^{8}.

(d) On garde la valeur exacte : $\frac{8\times10^{14}}{3{,}5\times10^{6}} \times 0{,}4 \approx 9{,}14 \times 10^{7}$ s. Un jour dure $24 \times 3\,600 = 86\,400$ s, et $9{,}14\ldots \times 10^{7} \div 86\,400 \approx 1\,058$. L'envoi de toutes les photos dure environ 1 058 jours, presque 3 ans.

(e) Non. Malo calcule $2{,}29 \times 10^{8} \times 0{,}4 = 9{,}16 \times 10^{7}$ s, alors qu'avec la valeur non arrondie on trouve $9{,}14 \times 10^{7}$ s. Il a arrondi au milieu du calcul : il faut garder la valeur exacte et n'arrondir a qu'à la fin.