1. Rappels de 4e : puissances de 10, préfixes, écriture scientifique

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : puissances de 10**

(a) $10^{-4} = 0{,}000\,1$: il y a 4 chiffres après la virgule, mais seulement 3 zéros.

(b) Il y a 6 chiffres après la virgule et le dernier est 1, donc $0{,}000\,001 = 10^{-6}$.

(c) Il y a 8 zéros après le 1, donc $100\,000\,000 = 10^{8}$.

(d) Faux : $10^{-3} = \frac{1}{10^{3}} = 0{,}001$. C'est un nombre positif. L'exposant négatif veut dire « plus petit que 1 », pas « négatif ».

(e) $10^{3} \times 10^{2} = 10^{3+2} = 10^{5}$ (c'est-à-dire 100 000, pas 10^{6}).

(f) $10^{-5} \times 10^{8} = 10^{-5+8} = 10^{3}$.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : préfixes**

(a) $4\ \text{mW} = 4 \times 10^{-3}$ W (milli), alors que $4\ \text{MW} = 4 \times 10^{6}$ W (méga). Le m minuscule et le M majuscule n'ont pas le même sens.

(b) $\mu = 10^{-6}$, donc $3\ \mu\text{m} = 3 \times 10^{-6}$ m.

(c) $1\ \text{nm} = 10^{-9}$ m, donc $1\ \text{m} = 10^{9}$ nm : il y a un milliard de nanomètres dans un mètre.

(d) $1\ \text{Go} = 10^{9}$ octets $= 10^{3} \times 10^{6}$ octets $= 1\,000$ Mo, donc $2\,500\ \text{Mo} = 2\,500 \div 1\,000\ \text{Go} = 2{,}5$ Go.

(e) 10^{-9} s est une nanoseconde, donc $2{,}5 \times 10^{-9}\ \text{s} = 2{,}5$ ns.

Ex. 3 ★☆☆ **Dans les deux sens**

(a) La virgule se place après le 4 : elle se décale de 6 rangs vers la gauche.
Donc $4\,170\,000 = 4{,}17 \times 10^{6}$.

(b) La virgule se place après le 3 : elle se décale de 4 rangs vers la droite et le nombre est plus petit que 1.
Donc $0{,}000\,38 = 3{,}8 \times 10^{-4}$.

(c) On garde le signe devant : $-26\,900 = -2{,}69 \times 10^{4}$.

(d) $\frac{1}{40} = 0{,}025 = 2{,}5 \times 10^{-2}$.

(e) On décale la virgule de 3 rangs vers la gauche : $9{,}02 \times 10^{-3} = 0{,}009\,02$.

(f) On décale la virgule de 7 rangs vers la droite : $1{,}6 \times 10^{7} = 16\,000\,000$.

Ex. 3 (suite)

(g) La virgule se décale de 7 rangs vers la droite pour se placer après le 3 : $0{,}000\,000\,3 = 3 \times 10^{-7}$, donc $n = -7$.

Ex. 4 ★★☆ **Des écritures presque scientifiques**

(a) $36 \geqslant 10$, donc ce n'est pas une notation scientifique. $36 \times 10^{4} = 3{,}6 \times 10^{1} \times 10^{4} = 3{,}6 \times 10^{5}$.

(b) $0{,}9 < 1$, donc ce n'est pas une notation scientifique. $0{,}9 \times 10^{5} = 9 \times 10^{-1} \times 10^{5} = 9 \times 10^{4}$.

(c) Non. $512 \times 10^{-8} = 5{,}12 \times 10^{2} \times 10^{-8} = 5{,}12 \times 10^{2+(-8)} = 5{,}12 \times 10^{-6}$. Comme 512 est divisé par 100, l'exposant augmente de 2 : Hugo l'a diminué au lieu de l'augmenter.

(d) Seul $4{,}2 \times 10^{-6}$ convient. $10 \times 10^{3} = 1 \times 10^{1} \times 10^{3} = 1 \times 10^{4}$ car a doit être plus petit que 10. Et $0{,}06 \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-2} \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-4}$.

Ex. 5 ★★☆ **Du plus petit au plus grand**

(a) Cheveu : $0{,}07 \times 10^{-3} = 7 \times 10^{-2} \times 10^{-3} = 7 \times 10^{-5}$ m. Atome : $0{,}1 \times 10^{-9} = 1 \times 10^{-10}$ m. Fourmi : 5×10^{-3} m. Bactérie : $2\ \mu\text{m} = 2 \times 10^{-6}$ m.

(b) On compare d'abord les exposants : $-10 < -6 < -5 < -3$. Du plus petit au plus grand : atome d'hydrogène, bactérie, cheveu, fourmi.

(c) $\frac{2\times10^{-6}}{1\times10^{-10}} = 2 \times 10^{-6-(-10)} = 2 \times 10^{4}$. La bactérie est environ 20 000 fois plus longue que l'atome d'hydrogène.

(d) $7 \times 10^{-5} = 0{,}000\,07$ est plus proche de $0{,}000\,1$ que de $0{,}000\,01$. L'ordre de grandeur de l'épaisseur du cheveu est donc 10^{-4} m.

Ex. 6 ★★★ **Photos de vacances sur une clé USB**

(a) $64\ \text{Go} = 64 \times 10^{9}$ o, mais $64 \geqslant 10$: ce n'est pas une notation scientifique. $64 \times 10^{9} = 6{,}4 \times 10^{1} \times 10^{9} = 6{,}4 \times 10^{10}$ o. Une photo : $4\ \text{Mo} = 4 \times 10^{6}$ o, déjà en notation scientifique.

(b) Non. $1\ \text{Go} = 10^{9}$ o et $10^{9} = 10^{3} \times 10^{6}$ (car $3 + 6 = 9$), donc $1\ \text{Go} = 10^{3}$ Mo $= 1\,000$ Mo. Noé a tort.

(c) $64\ \text{Go} = 64\,000$ Mo et $64\,000 \div 4 = 16\,000$. La clé peut contenir au maximum $16\,000 = 1{,}6 \times 10^{4}$ photos.

(d) Les vidéos occupent $20 \times 1{,}5 = 30$ Go. Il reste $64 - 30 = 34\ \text{Go} = 34\,000$ Mo et $34\,000 \div 4 = 8\,500$. Noé peut encore mettre $8\,500 = 8{,}5 \times 10^{3}$ photos.

Ex. 7 ★★★ **Au microscope**

(a) $7\ \mu\text{m} = 7 \times 10^{-6}$ m : c'est une notation scientifique car $1 \leqslant 7 < 10$. En écriture décimale : 0,000 007 m (le 7 est au 6e rang après la virgule, il y a donc 5 zéros après la virgule).

(b) $30\ \text{nm} = 30 \times 10^{-9}\ \text{m} = 3 \times 10^{1} \times 10^{-9}\ \text{m} = 3 \times 10^{1+(-9)}\ \text{m} = 3 \times 10^{-8}$ m.

(c) $\frac{7\times10^{-6}}{3\times10^{-8}} = \frac{7}{3} \times 10^{-6-(-8)} = \frac{7}{3} \times 10^{2} \approx 233$. Un globule rouge est environ 233 fois plus large que le virus.

(d) Élise a confondu m (milli, 10^{-3}) et M (méga, 10^{6}). $0{,}1\ \text{mm} = 0{,}1 \times 10^{-3}\ \text{m} = 10^{-1} \times 10^{-3}\ \text{m} = 10^{-4}\ \text{m} =$ 0,000 1 m : 4 chiffres après la virgule, dont 3 zéros. (Son résultat, 10^{5} m, faisait 100 km d'épaisseur !)

(e) 0,000 004 m $= 4 \times 10^{-6}$ m (la virgule se décale de 6 rangs vers la droite). Comme $\mu = 10^{-6}$, la cellule de levure mesure environ 4 μm.

Ex. 8 ★★★ **La Terre en chiffres (type brevet)**

(a) Non : $0{,}6 < 1$, donc ce n'est pas une notation scientifique. $0{,}6 \times 10^{25} = 6 \times 10^{-1} \times 10^{25} = 6 \times 10^{-1+25} = 6 \times 10^{24}$ kg.

(b) $8\,200\,000\,000 = 8{,}2 \times 10^{9}$ habitants (la virgule se décale de 9 rangs vers la gauche). $-10\,900\ \text{m} = -1{,}09 \times 10^{4}$ m (le signe s'écrit devant).

(c) Non, il se trompe deux fois. Le signe s'écrit devant le nombre : $-10\,900 = -1{,}09 \times 10^{4}$, avec un exposant positif car $10\,900 \geqslant 10$. Et $10^{-5} = \frac{1}{10^{5}} = 0{,}000\,01$ est positif : un exposant négatif donne un nombre plus petit que 1, pas un nombre négatif.

(d) $6\,371\ \text{km} = 6{,}371 \times 10^{3}$ km et $1\ \text{km} = 10^{3}$ m, donc le rayon vaut $6{,}371 \times 10^{3} \times 10^{3}\ \text{m} = 6{,}371 \times 10^{3+3}\ \text{m} = 6{,}371 \times 10^{6}$ m.

(e) 6×10^{24} est plus proche de $10^{25} = 10 \times 10^{24}$ que de 10^{24} : l'ordre de grandeur de la masse de la Terre est 10^{25} kg. $8{,}2 \times 10^{9}$ est plus proche de 10^{10} que de 10^{9} : l'ordre de grandeur de la population mondiale est 10^{10} habitants.

2. *Écrire en écriture scientifique et en écriture décimale*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : écrire en écriture scientifique**

(a) $52\,300\,000 = 5{,}23 \times 10^{7}$ (virgule décalée de 7 rangs vers la gauche).

Ex. 9 (suite)

(b) $0{,}000\,607 = 6{,}07 \times 10^{-4}$ (virgule après le premier chiffre non nul, le 6 : 4 rangs vers la droite).

(c) $8{,}4 = 8{,}4 \times 10^{0}$: le nombre est entre 1 et 10, donc l'exposant est 0.

(d) $-0{,}009\,3 = -9{,}3 \times 10^{-3}$: je garde le signe devant.

(e) $913{,}5 = 9{,}135 \times 10^{2}$.

(f) $0{,}04 = 4 \times 10^{-2}$.

(g) $-4\,160\,000 = -4{,}16 \times 10^{6}$.

Ex. 10 ★★☆ **Automatismes : retrouver l'écriture décimale**

(a) $4{,}7 \times 10^{6} = 4\,700\,000$ (virgule décalée de 6 rangs vers la droite).

(b) $2{,}05 \times 10^{-4} = 0{,}000\,205$ (4 rangs vers la gauche).

(c) $-3{,}9 \times 10^{5} = -390\,000$.

(d) $1{,}002 \times 10^{3} = 1\,002$.

(e) $7 \times 10^{-6} = 0{,}000\,007$.

(f) $-8{,}13 \times 10^{-2} = -0{,}081\,3$.

(g) $5{,}6 \times 10^{0} = 5{,}6 \times 1 = 5{,}6$.

Ex. 11 ★★☆ **Corriger une écriture non scientifique**

(a) $47 \times 10^{5} = 4{,}7 \times 10^{1} \times 10^{5} = 4{,}7 \times 10^{6}$.

(b) $0{,}8 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-1} \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-4}$.

(c) $10 \times 10^{7} = 1 \times 10^{1} \times 10^{7} = 1 \times 10^{8}$ ($a = 10$ n'est pas strictement plus petit que 10).

(d) $632 \times 10^{-8} = 6{,}32 \times 10^{2} \times 10^{-8} = 6{,}32 \times 10^{-6}$.

(e) $0{,}025 \times 10^{4} = 2{,}5 \times 10^{-2} \times 10^{4} = 2{,}5 \times 10^{2}$.

(f) $-58 \times 10^{-2} = -5{,}8 \times 10^{1} \times 10^{-2} = -5{,}8 \times 10^{-1}$.

Ex. 12 ★★☆ **Fractions et préfixes**

(a) $\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0{,}625 = 6{,}25 \times 10^{-1}$.

(b) $\frac{3}{250} = 3 \div 250 = 0{,}012 = 1{,}2 \times 10^{-2}$.

(c) $420\ \text{nm} = 420 \times 10^{-9}\ \text{m} = 4{,}2 \times 10^{2} \times 10^{-9}\ \text{m} = 4{,}2 \times 10^{-7}$ m. La longueur d'onde vaut $4{,}2 \times 10^{-7}$ m.

(d) $0{,}003\ \text{mm} = 0{,}003 \times 10^{-3}\ \text{m} = 3 \times 10^{-3} \times 10^{-3}\ \text{m} = 3 \times 10^{-6}$ m. Le fil a un diamètre d'environ 3×10^{-6} m.

(e) $1{,}28 \times 10^{11}$ octets $= \frac{1{,}28\times10^{11}}{10^{9}}$ Go $= 1{,}28 \times 10^{11-9}$ Go $= 1{,}28 \times 10^{2}$ Go. La clé a une capacité de 128 Go.

Ex. 13 ★★☆ **Les égalités de Malo**

(a) Faux. Pour passer de 0,000 504 à 5,04, la virgule se décale de 4 rangs vers la droite, donc $0{,}000\,504 = 5{,}04 \times 10^{-4}$.

(b) Faux. Il faut décaler la virgule de 5 rangs vers la gauche, en intercalant des zéros : $3{,}02 \times 10^{-5} = 0{,}000\,030\,2$.

(c) Vrai. $6{,}9 \times 10^{7}$: je décale la virgule de 7 rangs vers la droite, ce qui donne bien 69 000 000.

(d) Faux. $27 = 2{,}7 \times 10^{1}$: quand a diminue, l'exposant augmente, donc $27 \times 10^{4} = 2{,}7 \times 10^{5}$.

(e) Faux. On a bien $10 \times 10^{-3} = 0{,}01$, mais $a = 10$ n'est pas strictement plus petit que 10. L'écriture scientifique est 1×10^{-2}.

Ex. 14 ★★★ **Du cheveu à l'atome**

(a) Cheveu : $0{,}6 \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-1} \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-5}$ m (quand a passe de 0,6 à 6, l'exposant diminue de 1). Globule rouge : $\frac{1}{125\,000} = 0{,}000\,008 = 8 \times 10^{-6}$ m. Bactérie : $2\ \mu\text{m} = 2 \times 10^{-6}$ m. Atome : je place la virgule après le premier chiffre non nul, donc $0{,}000\,000\,000\,106 = 1{,}06 \times 10^{-10}$ m (et non $10{,}6 \times 10^{-11}$).

(b) $-10 < -6 < -5$, donc l'atome est le plus petit et le cheveu le plus grand. La bactérie et le globule rouge ont le même exposant -6, et $2 < 8$. Rangement : atome < bactérie < globule rouge < cheveu.

(c) $\frac{6\times10^{-5}}{2\times10^{-6}} = \frac{6}{2} \times 10^{-5-(-6)} = 3 \times 10^{1} = 30$. Un cheveu est 30 fois plus épais que la bactérie.

(d) 8×10^{-6} m : 8 est plus proche de 10 que de 1, donc l'ordre de grandeur est $10 \times 10^{-6} = 10^{-5}$ m.

(e) $1{,}05 \times 10^{-4} = 0{,}000\,105$ m (je décale la virgule de 4 rangs vers la gauche, sans oublier le 0 entre le 1 et le 5). Son exposant -4 est plus grand que -5 : le grain de sable est plus grand que le cheveu, il se place en dernier.

Ex. 15 ★★★ **Le disque dur de Nour**

(a) Photo : 4×10^{6} octets. Vidéo : $2{,}5 \times 10^{9}$ octets. Disque : $500 \times 10^{9} = 5 \times 10^{2} \times 10^{9} = 5 \times 10^{11}$ octets.

(b) $2\,500 = 2{,}5 \times 10^{3}$, donc $(2{,}5 \times 10^{3}) \times (4 \times 10^{6}) = (2{,}5 \times 4) \times 10^{3+6} = 10 \times 10^{9} = 1 \times 10^{10}$ octets. 10×10^{9} est juste, mais ce n'est pas une écriture scientifique.

(c) Vidéos : $(4 \times 10^{1}) \times (2{,}5 \times 10^{9}) = 10 \times 10^{10} = 1 \times 10^{11}$ octets. Total : $1 \times 10^{10} + 1 \times 10^{11} = 1 \times 10^{10} + 10 \times 10^{10} = 11 \times 10^{10} = 1{,}1 \times 10^{11}$ octets.

Ex. 15 (suite)

(d) $5 \times 10^{11} - 1{,}1 \times 10^{11} = (5 - 1{,}1) \times 10^{11} = 3{,}9 \times 10^{11}$ octets. Il reste $3{,}9 \times 10^{11}$ octets libres.

(e) Sans parenthèses, la calculatrice divise par 2 puis multiplie par 10^{7} : elle calcule $(2{,}5 \times 10^{9} \div 2) \times 10^{7} = 1{,}25 \times 10^{16}$. Il faut taper `2.5E9÷(2×10^7)` : $\frac{2{,}5\times10^{9}}{2\times10^{7}} = \frac{2{,}5}{2} \times 10^{9-7} = 1{,}25 \times 10^{2}$. Le téléchargement dure 125 s, soit 2 min 5 s.

Ex. 16 ★★★ **La lumière dans le système solaire**

(a) $4{,}5 \times 10^{9}$: je décale la virgule de 9 rangs vers la droite. La distance Soleil–Neptune est d'environ 4 500 000 000 km.

(b) $384\,000 = 3{,}84 \times 10^{5}$ km. Durée : $\frac{3{,}84\times10^{5}}{3\times10^{5}} = \frac{3{,}84}{3} \times 10^{5-5} = 1{,}28 \times 10^{0}$ s. L'exposant est 0 car 1,28 est entre 1 et 10 : la lumière met environ 1,28 s.

(c) $\frac{1{,}5\times10^{8}}{3\times10^{5}} = \frac{1{,}5}{3} \times 10^{8-5} = 0{,}5 \times 10^{3} = 5 \times 10^{2}$ s ($0{,}5 \times 10^{3}$ n'est pas une écriture scientifique). 500 s = 480 s + 20 s : la lumière met 8 min 20 s.

(d) $\frac{4{,}5\times10^{9}}{3\times10^{5}} = 1{,}5 \times 10^{9-5} = 1{,}5 \times 10^{4}$ s, soit 15 000 s. Or 1 h = 3 600 s et $15\,000 > 3\,600$. C'est faux : la lumière met environ 4 h 10 min.

(e) $15\,000\,000 = 1{,}5 \times 10^{7}$ °C. $-200 = -2 \times 10^{2}$ °C : le signe moins se met devant, et l'exposant est positif car 200 est plus grand que 10 (il ne faut pas écrire 2×10^{-2}).

3. *Comparer, ranger, donner un ordre de grandeur*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes — Comparer deux nombres**

(a) $2{,}3 \times 10^{-4} > 9{,}1 \times 10^{-5}$, car $-4 > -5$ (même si $2{,}3 < 9{,}1$).

(b) $6{,}4 \times 10^{-7} < 1{,}2 \times 10^{-6}$, car $-7 < -6$.

(c) $3{,}08 \times 10^{5} < 3{,}1 \times 10^{5}$: les exposants sont égaux, et $3{,}08 < 3{,}10$.

(d) $52 \times 10^{6} = 5{,}2 \times 10^{7}$ et $5{,}2 > 4{,}9$, donc $52 \times 10^{6} > 4{,}9 \times 10^{7}$.

(e) $-1{,}2 \times 10^{6} = -1\,200\,000$ et $-9 \times 10^{5} = -900\,000$. Entre deux nombres négatifs, le plus éloigné de 0 est le plus petit : $-1{,}2 \times 10^{6} < -9 \times 10^{5}$.

(f) $0{,}6 \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-3}$ et $6 > 5{,}8$, donc $0{,}6 \times 10^{-2} > 5{,}8 \times 10^{-3}$.

Ex. 17 (suite)

(g) $-1{,}4 \times 10^{-3} = -0{,}001\,4$ et $-6 \times 10^{-4} = -0{,}000\,6$. Le plus éloigné de 0 est le plus petit, donc $-1{,}4 \times 10^{-3} < -6 \times 10^{-4}$.

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes — Ordre de grandeur**

(a) 6,3 est plus proche de 10 que de 1 : l'ordre de grandeur est 10^{13} (et non 10^{12}).

(b) 2,6 est plus proche de 1 que de 10 : l'ordre de grandeur est 10^{-8}.

(c) 9,4 est plus proche de 10 que de 1 : l'ordre de grandeur est $10^{-5+1} = 10^{-4}$.

(d) $68\,000\,000 = 6{,}8 \times 10^{7}$, donc l'ordre de grandeur est 10^{8}.

(e) $0{,}000\,13 = 1{,}3 \times 10^{-4}$, donc l'ordre de grandeur est 10^{-4}.

(f) $23 \times 10^{5} = 2{,}3 \times 10^{6}$, donc l'ordre de grandeur est 10^{6}.

(g) 8 est plus proche de 10 que de 1, donc 8×10^{n} a pour ordre de grandeur 10^{n+1}. Il faut $n+1 = -3$, donc $n = -4$: 8×10^{-4}.

Ex. 19 ★★☆ **Des longueurs dans le système solaire**

(a) Terre–Lune : $384\,000 \times 10^{3} = 3{,}84 \times 10^{5} \times 10^{3} = 3{,}84 \times 10^{8}$ m. Diamètre du Soleil : $1{,}39 \times 10^{9}$ m (déjà en écriture scientifique). Terre–Soleil : $1{,}5 \times 10^{8} \times 10^{3} = 1{,}5 \times 10^{11}$ m. Diamètre de la Terre : $12{,}7 \times 10^{6} = 1{,}27 \times 10^{1} \times 10^{6} = 1{,}27 \times 10^{7}$ m.

(b) On compare les exposants : $7 < 8 < 9 < 11$. Dans l'ordre croissant : diamètre de la Terre ($1{,}27 \times 10^{7}$ m), distance Terre–Lune ($3{,}84 \times 10^{8}$ m), diamètre du Soleil ($1{,}39 \times 10^{9}$ m), distance Terre–Soleil ($1{,}5 \times 10^{11}$ m).

(c) $1{,}27 \times 10^{7}$ m : 1,27 est plus proche de 1 que de 10, donc l'ordre de grandeur du diamètre de la Terre est 10^{7} m.

Ex. 20 ★★☆ **Estimer sans calculatrice**

(a) $(3 \times 10^{4}) \times (3 \times 10^{-7}) = (3 \times 3) \times 10^{4+(-7)} = 9 \times 10^{-3}$. 9 est plus proche de 10 que de 1 : l'ordre de grandeur est 10^{-2}.

(b) $\frac{6 \times 10^{8}}{2 \times 10^{3}} = \frac{6}{2} \times 10^{8-3} = 3 \times 10^{5}$. L'ordre de grandeur est 10^{5}.

(c) $\frac{6 \times 10^{10}}{4 \times 10^{6}} = \frac{6}{4} \times 10^{10-6} = 1{,}5 \times 10^{4}$. La clé peut contenir environ 15 000 photos : l'ordre de grandeur est 10^{4} photos.

Ex. 20 (suite)

(d) Non. Son calcul est juste, mais $10 \times 10^{11} = 1 \times 10^{12}$. L'ordre de grandeur est donc 10^{12}, et non 10^{11}.

Ex. 21 ★★☆ **Vrai ou faux ?**

(a) Faux. $-3{,}5 \times 10^{4} = -35\,000$ et $-8 \times 10^{3} = -8\,000$. Le plus éloigné de 0 est le plus petit : $-3{,}5 \times 10^{4} < -8 \times 10^{3}$.

(b) Vrai. $45 \times 10^{-3} = 4{,}5 \times 10^{-2}$; les exposants sont égaux et $4{,}5 < 5$.

(c) Faux. $0{,}000\,73 = 7{,}3 \times 10^{-4}$ et 7,3 est plus proche de 10 que de 1 : l'ordre de grandeur est 10^{-3}.

(d) Faux. Par exemple, $0{,}2 \times 10^{5} = 2 \times 10^{4}$, qui est plus petit que 9×10^{4}. On peut comparer d'abord les exposants seulement si les nombres sont en écriture scientifique.

(e) Faux. 6 μm $= 6 \times 10^{-6}$ m. On compare d'abord les exposants : $-6 < -5$, donc $6 \times 10^{-6} < 3 \times 10^{-5}$ (même si $6 > 3$) : la levure est plus petite que la cellule de peau.

Ex. 22 ★★★ **Du cheveu à l'atome**

(a) Cheveu : 0,07 mm $= 7 \times 10^{-2} \times 10^{-3}$ m $= 7 \times 10^{-5}$ m. Globule rouge : $7{,}5 \times 10^{-6}$ m. Bactérie : 2×10^{-6} m. Virus : 120 nm $= 1{,}2 \times 10^{2} \times 10^{-9}$ m $= 1{,}2 \times 10^{-7}$ m. Atome : la virgule se décale de 10 rangs vers la droite, donc $1{,}06 \times 10^{-10}$ m.

(b) Je compare d'abord les exposants : $-10 < -7 < -6 < -5$. La bactérie et le globule rouge ont le même exposant -6, et $2 < 7{,}5$. Du plus petit au plus grand, l'ordre est donc : atome, virus, bactérie, globule rouge, cheveu.

(c) Non. On compare d'abord les exposants : $-6 < -5$, donc $7{,}5 \times 10^{-6} < 7 \times 10^{-5}$. D'ailleurs, $7 \times 10^{-5} = 70 \times 10^{-6}$: le cheveu est environ 9 fois plus large que le globule rouge. Lucas a tort.

(d) $1{,}2 \times 10^{-7}$ m : 1,2 est plus proche de 1 que de 10, donc l'ordre de grandeur est 10^{-7} m (et pas 10^{-8}).

(e) $\frac{7 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-10}} = 7 \times 10^{-5-(-10)} = 7 \times 10^{5}$. Comme 7 est plus proche de 10 que de 1, l'ordre de grandeur est 10^{6} : le cheveu est environ un million de fois plus large que l'atome.

Ex. 23 ★★★ **La copie de Malo**

(a) $63 \times 10^5 = 6{,}3 \times 10^1 \times 10^5 = 6{,}3 \times 10^6$ et $0{,}7 \times 10^7 = 7 \times 10^{-1} \times 10^7 = 7 \times 10^6$.

(b) Non. $-4 \times 10^5 = -400\,000$ et $-7 \times 10^4 = -70\,000$. Pour deux nombres négatifs, le plus petit est celui qui est le plus loin de zéro : $-400\,000 < -70\,000$, donc $-4 \times 10^5 < -7 \times 10^4$.

(c) $63 \times 10^5 = 6{,}3 \times 10^6$. Les exposants sont égaux, je compare donc les nombres a : $6{,}25 < 6{,}30$. Ainsi $6{,}25 \times 10^6 < 63 \times 10^5$: Malo s'est trompé ici aussi.

(d) $-4 \times 10^5 < -7 \times 10^4 < 6{,}25 \times 10^6 < 63 \times 10^5 < 0{,}7 \times 10^7$.

(e) $-0{,}000\,9 = -9 \times 10^{-4}$. Ce nombre est négatif, donc plus petit que les trois nombres positifs. Il est aussi plus proche de zéro que $-70\,000$, donc $-7 \times 10^4 < -9 \times 10^{-4}$. On le place entre -7×10^4 et $6{,}25 \times 10^6$.

Ex. 24 ★★★ **Une goutte d'eau pour toute la planète**

(a) $8\,200\,000\,000 = 8{,}2 \times 10^9$. Comme 8,2 est plus proche de 10 que de 1, l'ordre de grandeur est 10^{10} habitants (et pas 10^9).

(b) $0{,}05\ \text{g} = 5 \times 10^{-2}\ \text{g} = 5 \times 10^{-2} \times 10^{-3}\ \text{kg} = 5 \times 10^{-5}\ \text{kg}$.

(c) $\frac{5 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{-26}} = \frac{5}{3} \times 10^{-5-(-26)} \approx 2 \times 10^{21}$. Comme 2 est plus proche de 1 que de 10, l'ordre de grandeur est 10^{21} molécules.

(d) Sans parenthèses, la calculatrice divise par 3 puis multiplie par 10^{-26}. Elle calcule donc $\frac{5}{3} \times 10^{-5} \times 10^{-26} \approx 1{,}7 \times 10^{-31}$, ce qui ne colle pas avec l'ordre de grandeur 10^{21}. Il faut taper $5 \times 10^{-5} \div (3 \times 10^{-26})$: on lit `1.666666667E21`, soit environ $1{,}7 \times 10^{21}$ molécules.

(e) $\frac{1{,}7 \times 10^{21}}{8{,}2 \times 10^9} = \frac{1{,}7}{8{,}2} \times 10^{21-9} \approx 0{,}2 \times 10^{12} = 2 \times 10^{11}$. Cent milliards, c'est $10^2 \times 10^9 = 10^{11}$, et $2 \times 10^{11} > 10^{11}$. C'est vrai : chacun aurait environ deux cents milliards de molécules.

4. *Calculer en écriture scientifique*

Ex. 25 ★☆☆ **Automatismes : produits et puissances**

(a) $(2{,}5 \times 4) \times 10^{7+(-3)} = 10 \times 10^4 = 1 \times 10^5$

(b) $(3 \times 2) \times 10^{-5+(-6)} = 6 \times 10^{-11}$

(c) $(6 \times 9) \times 10^{4+8} = 54 \times 10^{12} = 5{,}4 \times 10^{13}$

(d) $(-1{,}2 \times 5) \times 10^{3+(-9)} = -6 \times 10^{-6}$

Ex. 25 (suite)

(e) $4^2 \times 10^{-3 \times 2} = 16 \times 10^{-6} = 1{,}6 \times 10^{-5}$

(f) $2^3 \times 10^{5 \times 3} = 8 \times 10^{15}$

(g) $5 \times 4 = 20 = 2 \times 10^1$, donc il faut $10^{\cdots} \times 10^{-7} = 10^2$: l'exposant manquant est 9. Vérification : $(5 \times 4) \times 10^{9+(-7)} = 20 \times 10^2 = 2 \times 10^3$.

Ex. 26 ★★☆ **Automatismes : quotients**

(a) $\frac{8}{2} \times 10^{9-3} = 4 \times 10^6$

(b) $\frac{6}{3} \times 10^{5-(-2)} = 2 \times 10^7$

(c) $\frac{1{,}8}{6} \times 10^{-4-3} = 0{,}3 \times 10^{-7} = 3 \times 10^{-8}$

(d) $\frac{4{,}5}{9} \times 10^{-6-(-11)} = 0{,}5 \times 10^5 = 5 \times 10^4$

(e) $\frac{-2{,}4}{8} \times 10^{8-(-1)} = -0{,}3 \times 10^9 = -3 \times 10^8$

Ex. 27 ★★☆ **Sommes et différences**

(a) $30 \times 10^4 + 6 \times 10^4 = 36 \times 10^4 = 3{,}6 \times 10^5$

(b) $72 \times 10^{-4} + 5 \times 10^{-4} = 77 \times 10^{-4} = 7{,}7 \times 10^{-3}$

(c) $80 \times 10^5 - 5 \times 10^5 = 75 \times 10^5 = 7{,}5 \times 10^6$

(d) $(9 + 2) \times 10^8 = 11 \times 10^8 = 1{,}1 \times 10^9$

(e) $45 \times 10^{-3} - 3 \times 10^{-3} = 42 \times 10^{-3} = 4{,}2 \times 10^{-2}$

(f) $-20 \times 10^{-6} + 6 \times 10^{-6} = -14 \times 10^{-6} = -1{,}4 \times 10^{-5}$

Ex. 28 ★★☆ **Les calculs de Lina**

(a) Non : elle a calculé 10^{5-3} au lieu de $10^{5-(-3)}$. $\frac{9{,}6}{3} \times 10^{5-(-3)} = 3{,}2 \times 10^8$. Le bon résultat est $3{,}2 \times 10^8$.

(b) Non : elle a oublié de mettre le 3 au carré. $3^2 \times 10^{-4 \times 2} = 9 \times 10^{-8}$. Le bon résultat est 9×10^{-8}.

(c) Non : dans une somme, on n'ajoute ni les a ni les exposants. $60 \times 10^6 + 4 \times 10^6 = 64 \times 10^6 = 6{,}4 \times 10^7$. Le bon résultat est $6{,}4 \times 10^7$.

(d) Non : le calcul est juste, mais 10×10^6 n'est pas une écriture scientifique, car a doit être strictement plus petit que 10. $(2 \times 5) \times 10^{-3+9} = 10 \times 10^6 = 1 \times 10^7$. L'écriture scientifique est 1×10^7.

Ex. 29 ★★☆ **Calculs enchaînés et goutte d'eau**

(a) $A = \frac{7 \times 3}{6} \times 10^{-2+5-(-4)} = 3{,}5 \times 10^7$.
Donc $A = 3{,}5 \times 10^7$.

(b) $B = \frac{6}{4 \times 5} \times 10^{-2-(5+(-9))} = 0{,}3 \times 10^{-2-(-4)} = 0{,}3 \times 10^2 = 3 \times 10^1$.
Donc $B = 3 \times 10^1$.

Ex. 29 (suite)

(c) $C = \frac{2\times5}{3} \times 10^{-5+9-2} = \frac{10}{3} \times 10^2 \approx 3{,}333 \times 10^2$. On arrondit seulement maintenant : $C \approx 3{,}3 \times 10^2$.

(d) $(1{,}7 \times 10^{21}) \times (3 \times 10^{-26}) = (1{,}7 \times 3) \times 10^{21+(-26)} = 5{,}1 \times 10^{-5}$. La goutte a une masse d'environ $5{,}1 \times 10^{-5}$ kg, c'est-à-dire environ 0,05 g.

Ex. 30 ★★★ **La lumière, de la Terre à Proxima**

(a) Durée = distance ÷ vitesse : $\frac{1{,}5\times10^8}{3\times10^5} = \frac{1{,}5}{3} \times 10^{8-5} = 0{,}5 \times 10^3 = 5 \times 10^2$. $0{,}5 \times 10^3$ n'est pas une écriture scientifique : on obtient 5×10^2 s. Et 500 s = 8 × 60 s + 20 s : la lumière du Soleil met environ 8 min 20 s pour arriver sur Terre.

(b) $\frac{4{,}5\times10^9}{1{,}5\times10^8} = \frac{4{,}5}{1{,}5} \times 10^{9-8} = 3 \times 10^1 = 30$. Neptune est environ 30 fois plus éloignée du Soleil que la Terre.

(c) $(3 \times 10^5) \times (3{,}15 \times 10^7) = (3 \times 3{,}15) \times 10^{5+7} = 9{,}45 \times 10^{12}$. Une année-lumière vaut environ $9{,}45 \times 10^{12}$ km.

(d) $4{,}2 \times 9{,}45 \times 10^{12} = 39{,}69 \times 10^{12} = 3{,}969 \times 10^{13} \approx 4{,}0 \times 10^{13}$. Contrôle : $4 \times 10 \times 10^{12} = 4 \times 10^{13}$, c'est cohérent. Proxima est à environ $4{,}0 \times 10^{13}$ km de nous.

(e) La durée en secondes est la distance ÷ la vitesse, et on divise ensuite par la durée d'une année : $\frac{3{,}969\times10^{13}}{(1{,}7\times10^1)\times(3{,}15\times10^7)} = \frac{3{,}969}{1{,}7\times3{,}15} \times 10^{13-1-7} = \frac{3{,}969}{5{,}355} \times 10^5 \approx 0{,}741 \times 10^5 \approx 7{,}4 \times 10^4$. Il lui faudrait environ $7{,}4 \times 10^4$ ans, soit 74 000 ans. Avec la valeur arrondie $4{,}0 \times 10^{13}$, on aurait trouvé $7{,}5 \times 10^4$: c'est pour ça qu'on arrondit seulement à la fin.

Ex. 31 ★★★ **Combien d'atomes dans un diamant ?**

(a) $0{,}2$ g $= 0{,}2 \times 10^{-3}$ kg $= 2 \times 10^{-1} \times 10^{-3}$ kg $= 2 \times 10^{-4}$ kg. Le diamant a une masse de 2×10^{-4} kg.

(b) $\frac{2\times10^{-4}}{2\times10^{-26}} = \frac{2}{2} \times 10^{-4-(-26)} = 1 \times 10^{22}$. Ce diamant contient environ 1×10^{22} atomes de carbone.

(c) $(1 \times 10^{22}) \times (1{,}5 \times 10^{-10}) = (1 \times 1{,}5) \times 10^{22+(-10)} = 1{,}5 \times 10^{12}$ m. Même unité : 4×10^4 km $= 4 \times 10^4 \times 10^3$ m $= 4 \times 10^7$ m. $\frac{1{,}5\times10^{12}}{4\times10^7} = \frac{1{,}5}{4} \times 10^{12-7} = 0{,}375 \times 10^5 = 3{,}75 \times 10^4 \approx 3{,}8 \times 10^4$. La file ferait environ $3{,}8 \times 10^4$ fois le tour de la Terre.

(d) $(1{,}5 \times 10^{-10})^2 = 1{,}5^2 \times 10^{-10\times2} = 2{,}25 \times 10^{-20}$: attention, le 1,5 aussi est au carré. L'aire est d'environ $2{,}25 \times 10^{-20}$ m^2.

(e) $\frac{10^{-4}}{2{,}25\times10^{-20}} = \frac{1}{2{,}25} \times 10^{-4-(-20)} \approx 0{,}444 \times 10^{16} \approx 4{,}4 \times 10^{15}$. Il faut environ $4{,}4 \times 10^{15}$ atomes pour recouvrir 1 cm^2.

Ex. 32 ★★★ **La mémoire du téléphone de Maëlle**

(a) 128 Go $= 128 \times 10^9$ octets $= 1{,}28 \times 10^2 \times 10^9 = 1{,}28 \times 10^{11}$ octets.

(b) 4 Mo $= 4 \times 10^6$ octets. $\frac{1{,}28\times10^{11}}{4\times10^6} = \frac{1{,}28}{4} \times 10^{11-6} = 0{,}32 \times 10^5 = 3{,}2 \times 10^4$. Elle pourrait stocker $3{,}2 \times 10^4$ photos, soit 32 000 photos.

(c) Il a tort : il a multiplié les exposants, alors qu'on les ajoute. $(5 \times 10^3) \times (4 \times 10^6) = (5 \times 4) \times 10^{3+6} = 20 \times 10^9 = 2 \times 10^{10}$. Les photos occupent 2×10^{10} octets, soit 20 Go.

(d) Même puissance de 10 : $6 \times 10^{10} + 8 \times 10^9 = 60 \times 10^9 + 8 \times 10^9 = 68 \times 10^9 = 6{,}8 \times 10^{10}$ octets. Place libre : $1{,}28 \times 10^{11} - 6{,}8 \times 10^{10} = 12{,}8 \times 10^{10} - 6{,}8 \times 10^{10} = 6 \times 10^{10}$. Il reste 6×10^{10} octets de libres.

(e) 375 Mo $= 3{,}75 \times 10^8$ octets. $\frac{6\times10^{10}}{3{,}75\times10^8} = \frac{6}{3{,}75} \times 10^{10-8} = 1{,}6 \times 10^2$. Elle peut encore filmer 160 minutes, soit 2 h 40 min.

5. *Calculatrice et problèmes : astronomie, biologie, informatique*

Ex. 33 ★☆☆ **Lire l'affichage de la calculatrice**

(a) $8{,}3 \times 10^5 = 830\,000$.

(b) $7{,}02 \times 10^{-9} = 0{,}000\,000\,007\,02$.

(c) $-1{,}6 \times 10^{-4} = -0{,}000\,16$.

(d) $52\,000\,000 = 5{,}2 \times 10^7$: la calculatrice affiche `5.2E7`.

(e) Aucun des deux n'a raison : « E-6 » veut dire « $\times 10^{-6}$ ». Le nombre affiché est $4{,}3 \times 10^{-6} = 0{,}000\,004\,3$.

Ex. 34 ★☆☆ **Tout dans la même unité**

(a) 65 μm $= 65 \times 10^{-6}$ m $= 6{,}5 \times 10^{-5}$ m.

(b) 420 nm $= 420 \times 10^{-9}$ m $= 4{,}2 \times 10^{-7}$ m.

(c) 500 Go $= 500 \times 10^9$ octets $= 5 \times 10^{11}$ octets.

(d) 380 000 km $= 3{,}8 \times 10^5 \times 10^3$ m $= 3{,}8 \times 10^8$ m.

(e) 0,45 mm $= 0{,}45 \times 10^{-3}$ m $= 4{,}5 \times 10^{-4}$ m.

(f) 180 Mo $= 180 \times 10^6$ octets $= 1{,}8 \times 10^8$ octets.

Ex. 35 ★★☆ **Globule rouge et virus**

(a) 7 μm $= 7 \times 10^{-6}$ m et 100 nm $= 100 \times 10^{-9}$ m $= 1 \times 10^{-7}$ m.

(b) $\frac{7\times10^{-6}}{1\times10^{-7}} = 7 \times 10^{-6-(-7)} = 7 \times 10^1 = 70$. Le globule rouge est environ 70 fois plus large que le virus.

Ex. 35 (suite)

(c) D'abord, Inès n'a pas mis les longueurs dans la même unité : 100 est en nm et 7 en μm. Ensuite, sa conclusion est fausse : en mètres, le globule rouge est le plus grand, et on divise le grand par le petit. On trouve 70, pas 14.

(d) 1 mm $= 10^{-3}$ m et $\frac{10^{-3}}{1\times10^{-7}} = 10^{-3-(-7)} = 10^{4}$. Il faut aligner 10 000 virus pour couvrir 1 mm.

Ex. 36 ★★☆ Le voyage de la lumière

(a) $\frac{1{,}5\times10^{8}}{3\times10^{5}} = 0{,}5\times10^{8-5} = 0{,}5\times10^{3} = 5\times10^{2}$. La lumière du Soleil met environ 500 s pour arriver sur Terre.

(b) $500 = 8\times60+20$. La lumière met environ 8 min 20 s.

(c) $\frac{2{,}28\times10^{8}}{3\times10^{5}} = 0{,}76\times10^{3} = 7{,}6\times10^{2}$. La lumière met environ 760 s pour aller du Soleil à Mars. Contrôle : $\frac{2{,}4\times10^{8}}{3\times10^{5}} = 0{,}8\times10^{3} = 800$ s, le résultat est cohérent.

(d) 43 min $= 43\times60$ s $= 2\,580$ s $= 2{,}58\times10^{3}$ s. Distance = vitesse $\times$ durée : $(3\times10^{5})\times(2{,}58\times10^{3}) = (3\times2{,}58)\times10^{5+3} = 7{,}74\times10^{8}$. Jupiter est à environ $7{,}74\times10^{8}$ km du Soleil.

Ex. 37 ★★☆ Combien d'atomes dans un diamant ?

(a) 0,6 g $= 0{,}6\times10^{-3}$ kg $= 6\times10^{-4}$ kg.

(b) $\frac{6\times10^{-4}}{1{,}99\times10^{-26}} = \frac{6}{1{,}99}\times10^{-4-(-26)} \approx 3{,}015\times10^{22}$. Le diamant contient environ $3{,}0\times10^{22}$ atomes de carbone.

(c) $\frac{6\times10^{-4}}{2\times10^{-26}} = 3\times10^{-4-(-26)} = 3\times10^{22}$: le résultat est cohérent.

(d) Un nombre d'atomes ne peut pas être plus petit que 1 : $1{,}2\times10^{-29}$ est bien plus petit que 1. Pour trouver un nombre d'objets, il faut diviser la masse totale par la masse d'un objet, pas les multiplier.

Ex. 38 ★★★ Photos sur une clé USB

(a) 64 Go $= 64\times10^{9}$ octets $= 6{,}4\times10^{10}$ octets, et 4 Mo $= 4\times10^{6}$ octets.

(b) Non : les deux nombres ne sont pas dans la même unité (des Go et des Mo). En octets : $\frac{6{,}4\times10^{10}}{4\times10^{6}} = \frac{6{,}4}{4}\times10^{10-6} = 1{,}6\times10^{4} = 16\,000$. La clé peut contenir 16 000 photos.

(c) Sans parenthèses, la calculatrice divise par 2,5 puis multiplie par 10^{7} : elle calcule $\frac{6{,}4\times10^{10}}{2{,}5}\times10^{7} = 2{,}56\times10^{17}$ s, soit des milliards d'années. C'est absurde pour un téléchargement. Il faut mettre le diviseur entre parenthèses : `6.4×10^10÷(2.5×10^7)`.

Ex. 38 (suite)

(d) $\frac{6{,}4\times10^{10}}{2{,}5\times10^{7}} = \frac{6{,}4}{2{,}5}\times10^{10-7} = 2{,}56\times10^{3}$ s, soit 2 560 s. Ensuite $2\,560\div60 \approx 42{,}7$, donc environ 43 minutes. Contrôle : $\frac{6\times10^{10}}{3\times10^{7}} = 2\times10^{3}$ s, c'est cohérent. La clé pleine se télécharge en environ 43 minutes.

Ex. 39 ★★★ Une colonie de bactéries

(a) 10 h $= 600$ min et $600\div20 = 30$: il y a 30 doublements. Le nombre de bactéries est multiplié par 2 trente fois : on obtient 2^{30} bactéries.

(b) $1\,073\,741\,824 = 1{,}073\,741\,824\times10^{9} \approx 1{,}07\times10^{9}$. Il y a environ $1{,}07\times10^{9}$ bactéries, soit plus d'un milliard.

(c) $2^{30}\times10^{-12} \approx (1{,}07\times10^{9})\times10^{-12} = 1{,}07\times10^{9+(-12)} = 1{,}07\times10^{-3}$ g. Comme 1 mg $= 10^{-3}$ g, la masse totale est d'environ 1,07 mg : plus d'un milliard de bactéries pèsent à peine un milligramme.

(d) $2^{30}\times2\times10^{-6}$ m $\approx 2\,147{,}5$ m $\approx 2{,}1$ km. Contrôle : $10^{9}\times10^{-6} = 10^{3}$ m, c'est bien de l'ordre du kilomètre. Mises bout à bout, les bactéries formeraient une ligne d'environ 2,1 km.

Ex. 40 ★★★ La masse des astres

(a) On compare d'abord les exposants : $22 < 24 < 27 < 30$. Du plus léger au plus lourd : Lune, Terre, Jupiter, Soleil.

(b) Noé a divisé la masse de la Terre par celle de Jupiter : il a pris le petit nombre divisé par le grand, ce qui donne un nombre inférieur à 1. Il faut diviser le plus grand par le plus petit : $\frac{1{,}90\times10^{27}}{5{,}97\times10^{24}} = \frac{1{,}90}{5{,}97}\times10^{27-24} \approx 0{,}318\times10^{3} \approx 318$. Jupiter est environ 318 fois plus lourde que la Terre.

(c) Estimation : $\frac{2\times10^{30}}{6\times10^{24}} = \frac{2}{6}\times10^{30-24} \approx 0{,}33\times10^{6} = 3{,}3\times10^{5}$. Calcul : $\frac{1{,}99\times10^{30}}{5{,}97\times10^{24}} = \frac{1{,}99}{5{,}97}\times10^{30-24} \approx 0{,}333\times10^{6} \approx 3{,}33\times10^{5}$. Le Soleil est environ 333 000 fois plus lourd que la Terre, ce qui est cohérent avec l'estimation.

(d) Durée : $365\times24 = 8\,760$ h $= 8{,}76\times10^{3}$ h. Vitesse : $\frac{9{,}4\times10^{8}}{8{,}76\times10^{3}} \approx 1{,}073\times10^{8-3} \approx 1{,}07\times10^{5}$ km/h. La Terre tourne autour du Soleil à environ 107 000 km/h.

6. *Exercices type brevet*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : écrire en écriture scientifique**

(a) $350\text{ nm} = 350 \times 10^{-9}\text{ m} = 3{,}5 \times 10^{2} \times 10^{-9}\text{ m} = 3{,}5 \times 10^{-7}\text{ m}$.

(b) $2{,}5\text{ Go} = 2{,}5 \times 10^{9}$ octets.

(c) $42 \times 10^{5} = 4{,}2 \times 10^{1} \times 10^{5} = 4{,}2 \times 10^{6}$.

(d) $0{,}6 \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-1} \times 10^{-2} = 6 \times 10^{-3}$.

(e) $-0{,}000\,908 = -9{,}08 \times 10^{-4}$.

(f) $\dfrac{3}{250} = 0{,}012 = 1{,}2 \times 10^{-2}$.

(g) $4{,}06 \times 10^{-3} = 0{,}004\,06$.

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : calculatrice, comparaison, calculs**

(a) `6.02E23` se lit $6{,}02 \times 10^{23}$.

(b) $-1{,}7 \times 10^{-4} = -0{,}000\,17$.

(c) On compare d'abord les exposants : $-5 > -6$, donc $3{,}1 \times 10^{-5}$ est le plus grand.

(d) $7{,}4 \times 10^{8}$ est plus proche de 10×10^{8} que de 1×10^{8} : son ordre de grandeur est 10^{9}.

(e) $(4 \times 10^{-3}) \times (2{,}5 \times 10^{7}) = (4 \times 2{,}5) \times 10^{-3+7} = 10 \times 10^{4} = 1 \times 10^{5}$.

(f) $2{,}3 \times 10^{5} + 6 \times 10^{4} = 2{,}3 \times 10^{5} + 0{,}6 \times 10^{5} = (2{,}3 + 0{,}6) \times 10^{5} = 2{,}9 \times 10^{5}$.

Ex. 43 ★★☆ **Du globule rouge à l'atome**

(a) Globule rouge : 7×10^{-6} m. Levure : $0{,}005 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-3} \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-6}$ m. Virus : $100 \times 10^{-9} = 1 \times 10^{-7}$ m. Atome : 1×10^{-10} m.

(b) Exposants d'abord : $-10 < -7 < -6$, puis à exposant égal $5 < 7$. Ordre : atome d'hydrogène, virus de la grippe, levure de boulanger, globule rouge.

(c) $\dfrac{7\times10^{-6}}{1\times10^{-7}} = 7 \times 10^{-6-(-7)} = 7 \times 10^{1} = 70$. Le globule rouge est 70 fois plus large que le virus de la grippe.

(d) $0{,}2\ \mu\text{m} = 0{,}2 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-7}$ m. Le globule rouge (7×10^{-6}) et la levure (5×10^{-6}) dépassent 2×10^{-7} m : on les voit. Le virus (1×10^{-7}) et l'atome (1×10^{-10}) sont trop petits : il faut un microscope électronique.

Ex. 44 ★★☆ **La clé USB de Yanis**

(a) Faux : $64\text{ Go} = 64 \times 10^{9} = 6{,}4 \times 10^{1} \times 10^{9} = 6{,}4 \times 10^{10}$ octets.

Ex. 44 (suite)

(b) Une photo : $4{,}5 \times 10^{6}$ octets. $\dfrac{6{,}4\times10^{10}}{4{,}5\times10^{6}} = \dfrac{6{,}4}{4{,}5} \times 10^{10-6} \approx 1{,}422\,2 \times 10^{4}$, soit environ 14 222,2. Le nombre de photos est entier, donc on arrondit par défaut : la clé peut contenir au maximum 14 222 photos.

(c) $10\text{ h} = 600$ min. $600 \times 1{,}2 \times 10^{8} = (6 \times 1{,}2) \times 10^{2+8} = 7{,}2 \times 10^{10}$ octets. Or $7{,}2 \times 10^{10} > 6{,}4 \times 10^{10}$: Yanis a tort, 10 heures de vidéo ne tiennent pas sur la clé.

(d) Photos : $5\,000 \times 4{,}5 \times 10^{6} = 2{,}25 \times 10^{10}$ octets. Vidéo (240 min) : $240 \times 1{,}2 \times 10^{8} = 2{,}88 \times 10^{10}$ octets. Total : $5{,}13 \times 10^{10}$ octets. La moitié de la clé vaut $3{,}2 \times 10^{10}$ octets. Comme $5{,}13 \times 10^{10} > 3{,}2 \times 10^{10}$, la clé est bien remplie à plus de la moitié.
(Le débit de 150 Mo/s ne sert pas ici.)

Ex. 45 ★★☆ **Des messages vers Mars**

(a) $\dfrac{1{,}5\times10^{8}}{3\times10^{5}} = 0{,}5 \times 10^{8-5} = 0{,}5 \times 10^{3} = 500$ s, soit 8 min 20 s. Contrôle : $10^{8} \div 10^{5} = 10^{3}$, c'est cohérent.

(b) Sans parenthèses, la calculatrice divise par 3 puis multiplie par 10^{5}. Il faut taper `2.28E8÷(3×10^5)`. $\dfrac{2{,}28\times10^{8}}{3\times10^{5}} = 0{,}76 \times 10^{3} = 760$ s. La lumière met 760 s, soit 12 min 40 s, pour aller du Soleil à Mars.

(c) $\dfrac{9{,}1\times10^{7}}{3\times10^{5}} \approx 3{,}033 \times 10^{2} \approx 303$ s. Le signal met environ 303 s, soit environ 5 min 3 s. Contrôle : $10^{8} \div (3 \times 10^{5}) \approx 330$ s, c'est cohérent.

(d) Non. Un ordre met environ 5 min pour arriver, et l'image du robot met autant de temps pour revenir : $2 \times 303{,}3 \approx 607$ s, soit environ 10 min entre l'ordre et la vue du résultat. Le robot doit donc se déplacer en partie tout seul.

Ex. 46 ★★★ **Combien de molécules dans une goutte d'eau ?**

(a) Même unité d'abord : $2{,}66 \times 10^{-26}\text{ kg} = 2{,}66 \times 10^{-26} \times 10^{3}\text{ g} = 2{,}66 \times 10^{-26+3}\text{ g} = 2{,}66 \times 10^{-23}\text{ g}$. En grammes : hydrogène $1{,}67 \times 10^{-24}$, oxygène $2{,}66 \times 10^{-23}$, fer $9{,}27 \times 10^{-23}$. L'exposant -24 est le plus petit : l'hydrogène est le plus léger. L'oxygène et le fer ont le même exposant -23, et $2{,}66 < 9{,}27$. Ordre : hydrogène, oxygène, fer.

(b) $\dfrac{2{,}66\times10^{-23}}{1{,}67\times10^{-24}} = \dfrac{2{,}66}{1{,}67} \times 10^{-23-(-24)} \approx 1{,}59 \times 10^{1} \approx 16$. Un atome d'oxygène est environ 16 fois plus lourd qu'un atome d'hydrogène.

Ex. 46 **(suite)**

(c) $2 \times (1{,}67 \times 10^{-24}) = 3{,}34 \times 10^{-24} = 0{,}334 \times 10^{-23}$. Masse d'une molécule : $0{,}334 \times 10^{-23} + 2{,}66 \times 10^{-23} = (0{,}334 + 2{,}66) \times 10^{-23} = 2{,}994 \times 10^{-23}$ g, soit environ $2{,}99 \times 10^{-23}$ g.

(d) $\frac{5 \times 10^{-2}}{2{,}994 \times 10^{-23}} = \frac{5}{2{,}994} \times 10^{-2-(-23)} \approx 1{,}67 \times 10^{21}$. Contrôle : $\frac{5 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-23}} \approx 1{,}7 \times 10^{21}$, c'est cohérent. La goutte contient environ $1{,}67 \times 10^{21}$ molécules d'eau.

(e) $\frac{1{,}67 \times 10^{21}}{8{,}1 \times 10^{9}} = \frac{1{,}67}{8{,}1} \times 10^{21-9} \approx 0{,}206 \times 10^{12} = 2{,}06 \times 10^{11}$. Cent milliards, c'est 10^{11}, et $2{,}06 \times 10^{11} > 10^{11}$. Vrai : la goutte contient environ 200 milliards de fois plus de molécules qu'il y a d'humains sur Terre.

Ex. 47 ★★★ **Voyager 1 vers les étoiles**

(a) $4{,}24 \times (9{,}46 \times 10^{12}) = (4{,}24 \times 9{,}46) \times 10^{12} = 40{,}110\,4 \times 10^{12} = 4{,}011\,04 \times 10^{13}$. Proxima du Centaure est à environ $4{,}01 \times 10^{13}$ km de la Terre.

(b) Les deux distances sont en kilomètres. $\frac{4{,}011\,04 \times 10^{13}}{2{,}6 \times 10^{10}} = \frac{4{,}011\,04}{2{,}6} \times 10^{13-10} \approx 1{,}54 \times 10^{3}$. Proxima est environ 1 540 fois plus loin de nous que Voyager 1.

(c) $17 \times (3{,}15 \times 10^{7}) = (17 \times 3{,}15) \times 10^{7} = 53{,}55 \times 10^{7} = 5{,}355 \times 10^{8}$. En un an, Voyager 1 parcourt environ $5{,}36 \times 10^{8}$ km.

(d) $\frac{4{,}011\,04 \times 10^{13}}{5{,}355 \times 10^{8}} = \frac{4{,}011\,04}{5{,}355} \times 10^{13-8} \approx 0{,}749 \times 10^{5} = 7{,}49 \times 10^{4}$. Contrôle : $\frac{4 \times 10^{13}}{5 \times 10^{8}} = 8 \times 10^{4}$, c'est cohérent. Il lui faudrait environ $7{,}49 \times 10^{4}$ ans, soit à peu près 75 000 ans.

(e) $7{,}49 \times 10^{4}$ et 3×10^{5} : l'exposant 4 est plus petit que 5, donc $7{,}49 \times 10^{4} < 3 \times 10^{5}$. Faux : le voyage durerait environ 4 fois moins longtemps que l'âge de l'espèce humaine ($\frac{3 \times 10^{5}}{7{,}5 \times 10^{4}} = 4$). Cela fait quand même près de mille vies humaines : aucun humain ne verrait la sonde arriver.

Ex. 48 ★★★ **Des bactéries au laboratoire**

(a) De 8 h à 14 h, il s'écoule 6 h = 360 min, et $360 \div 20 = 18$: il y a 18 doublements. À chaque doublement, le nombre est multiplié par 2, donc après 18 doublements il est multiplié par 2^{18}. À 14 h, la culture A compte $5 \times 10^{3} \times 2^{18}$ bactéries.

(b) `1.31072E9` se lit $1{,}310\,72 \times 10^{9}$, soit environ $1{,}31 \times 10^{9}$ bactéries. Son ordre de grandeur est 10^{9} : environ un milliard de bactéries.

Ex. 48 **(suite)**

(c) Emma a écrit $2\ \mu\text{m} = 2 \times 10^{-3}$ m alors que $2\ \mu\text{m} = 2 \times 10^{-6}$ m. Bonne longueur : $(1{,}310\,72 \times 10^{9}) \times (2 \times 10^{-6}) = (1{,}310\,72 \times 2) \times 10^{9+(-6)} = 2{,}621\,44 \times 10^{3}$ m, soit 2,621 44 km. Mises bout à bout, les bactéries forment une ligne d'environ 2,62 km.

(d) Il faut la même puissance de 10 avant d'ajouter : $8{,}5 \times 10^{8} = 0{,}85 \times 10^{9}$. $1{,}310\,72 \times 10^{9} + 0{,}85 \times 10^{9} = (1{,}310\,72 + 0{,}85) \times 10^{9} = 2{,}160\,72 \times 10^{9}$. À 14 h, les deux cultures comptent en tout environ $2{,}16 \times 10^{9}$ bactéries.

(e) De 14 h à 15 h : $60 \div 20 = 3$ doublements, donc le nombre est multiplié par $2 \times 2 \times 2 = 8$. $(1{,}310\,72 \times 10^{9}) \times 8 = (1{,}310\,72 \times 8) \times 10^{9} = 10{,}485\,76 \times 10^{9} = 1{,}048\,576 \times 10^{10} \approx 1{,}05 \times 10^{10}$. Les deux nombres ont le même exposant 10 et $1{,}048\,576 > 1$, donc $1{,}048\,576 \times 10^{10} > 10^{10}$: oui, à 15 h, la culture A a dépassé 10^{10} bactéries.