1. Probabilité et fréquence observée

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : probabilités sur un modèle**

(a) Multiples de 4 : $\{4\,;8\,;12\}$, soit 3 issues sur 12 équiprobables : $P = \frac{3}{12} = 0{,}25$.

(b) Nombres premiers : $\{2\,;3\,;5\,;7\,;11\}$, soit 5 issues : $P = \frac{5}{12}$ (environ 0,417). Attention, 1 n'est pas premier.

(c) Multiples de 3 entre 1 et 10 : $\{3\,;6\,;9\}$, soit 3 issues sur 10 : $P = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

(d) C'est l'événement contraire du précédent : $P = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.

(e) 5 secteurs bleus sur 16 secteurs égaux : $P = \frac{5}{16} = 0{,}3125$.

(f) $24 - 9 = 15$ jetons non verts : $P = \frac{15}{24} = 0{,}625$ (ou $1 - \frac{9}{24} = 0{,}625$).

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : fréquences et écarts**

(a) $f = \frac{46}{80} = 0{,}575$.

(b) $f = \frac{70}{250} = 0{,}28$, soit 28 %.

(c) Le 6 ne sort pas $125 - 20 = 105$ fois : $f = \frac{105}{125} = 0{,}84$.

(d) $|0{,}52 - 0{,}6| = |-0{,}08| = 0{,}08$.

(e) Un écart est toujours positif : $|f - p| = |0{,}27 - 0{,}25| = 0{,}02$, et non $-0{,}02$.

(f) $0{,}045 = \frac{4{,}5}{100}$, soit 4,5 %.

Ex. 3 ★★☆ **Probabilité ou fréquence ?**

(a) Le dé est équilibré : 6 issues équiprobables, donc $p = \frac{1}{6} \approx 0{,}167$. Ce nombre vient d'un calcul sur le modèle : c'est une probabilité.

(b) Non : 47 est un effectif (un nombre de fois). La fréquence observée est $f = \frac{47}{300} \approx 0{,}157$, un nombre mesuré dans la réalité.

(c) La face 1 ne sort pas $300 - 47 = 253$ fois : $f = \frac{253}{300} \approx 0{,}843$.

(d) f est mesurée et change si Léna recommence, p est fixe : $f \neq p$. L'écart vaut $\left|\frac{47}{300} - \frac{50}{300}\right| = \frac{3}{300} = 0{,}01$: la fréquence est proche de la probabilité, mais pas égale.

Ex. 4 ★★☆ **Les erreurs de Mathis**

(a) Pair et impair ne sont pas équiprobables ici : $A = \{2\,;4\}$, soit 2 issues sur 5. Donc $P(A) = \frac{2}{5} = 0{,}4$.

(b) 86 est un effectif sur 200 tours, pas sur 100 : ce n'est pas un pourcentage. La fréquence observée est $f = \frac{86}{200} = 0{,}43$, soit 43 %.

(c) Un écart est toujours positif : $|f - p| = |0{,}43 - 0{,}4| = 0{,}03$, et non $-0{,}03$.

(d) Non. $P(A) = 0{,}4$ est fixe : elle vient du modèle. Le nombre de succès est mesuré et change d'un échantillon de 200 tours à l'autre : c'est la fluctuation d'échantillonnage. On ne peut pas prévoir le nombre exact.

Ex. 5 ★★☆ **Le bouchon d'Inès**

(a) Non. Le bouchon n'est pas symétrique : rien ne permet de supposer l'équiprobabilité. On ne peut donc pas calculer la probabilité en comptant les issues.

(b) Côté : $\frac{236}{400} = 0{,}59$; endroit : $\frac{108}{400} = 0{,}27$; envers : $\frac{56}{400} = 0{,}14$.

(c) $400 - 236 = 164$ lancers : $f = \frac{164}{400} = 0{,}41$ (ou $1 - 0{,}59 = 0{,}41$).

(d) $n = 400$ est assez grand : la fréquence est proche de la probabilité, donc $p \approx 0{,}59$. C'est une estimation, pas une valeur exacte.

Ex. 6 ★★☆ **Un écart calculé en Python**

(a) Le tirage se fait au hasard : 6 jetons bleus sur 20, donc $p = \frac{6}{20} = 0{,}3$.

(b) `f` est la fréquence observée $\frac{k}{n}$: k succès sur n répétitions.

(c) $f = \frac{39}{150} = 0{,}26$. Comme $0{,}26 < 0{,}3$, la fonction renvoie $0{,}3 - 0{,}26 = 0{,}04$.

(d) Ici, `f - p` donnerait $-0{,}04$. Or un écart est toujours positif : le if/else calcule $|f - p|$.

Ex. 7 ★★☆ **Cinq groupes, un dé à 4 faces**

(a) A : $\frac{14}{50} = 0{,}28$; B : $\frac{9}{50} = 0{,}18$; C : $\frac{12}{50} = 0{,}24$; D : $\frac{15}{50} = 0{,}3$; E : $\frac{11}{50} = 0{,}22$.

(b) $p = \frac{1}{4} = 0{,}25$. Écarts : 0,03 ; 0,07 ; 0,01 ; 0,05 ; 0,03. Le groupe B est le plus éloigné : $|0{,}18 - 0{,}25| = 0{,}07$.

Ex. 7 **(suite)**

(c) Plus grande fréquence : 0,3 (D) ; plus petite : 0,18 (B). Étendue $= 0{,}3 - 0{,}18 = 0{,}12$.

(d) La probabilité est fixe : elle vient du modèle. Chaque fréquence est mesurée sur un échantillon différent de taille 50 et varie d'un échantillon à l'autre : c'est la fluctuation d'échantillonnage.

Ex. 8 ★★★ **Le dé à 20 faces de Zoé**

(a) $A = \{2\,;3\,;5\,;7\,;11\,;13\,;17\,;19\}$ (1 n'est pas premier), soit 8 issues. Le dé est équilibré, donc les 20 issues sont équiprobables et $P(A) = \frac{8}{20} = 0{,}4$. Ce nombre vient d'un calcul sur le modèle : c'est une probabilité.

(b) $f = \frac{91}{250} = 0{,}364$, soit 36,4 %.

(c) $|f - p| = |0{,}364 - 0{,}4| = 0{,}036$: un écart est toujours positif. $P(\overline{A}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$. $\overline{A}$ se produit $250 - 91 = 159$ fois, donc sa fréquence observée vaut $\frac{159}{250} = 0{,}636$.

(d) $|0{,}636 - 0{,}6| = 0{,}036$. On trouve le même écart parce que $(1 - f) - (1 - p) = p - f$: ce que la fréquence de A a en moins, celle de $\overline{A}$ l'a en plus.

(e) Première erreur : 91 est un effectif, pas une fréquence. Il faut comparer $\frac{91}{250} = 0{,}364$ à 0,4, et l'écart n'est que de 0,036. Deuxième erreur : une expérience réelle ne reproduit jamais exactement le modèle. Un écart non nul est normal (c'est la fluctuation) et ne prouve pas que le dé est truqué.

Ex. 9 ★★★ **La playlist aléatoire de Ben**

(a) Le choix se fait au hasard : les 8 issues sont équiprobables et 3 d'entre elles sont du rap. Donc $p = \frac{3}{8} = 0{,}375$.

(b) `randint(1, 8)` renvoie un entier de 1 à 8, bornes comprises, chacun avec la même probabilité. Le test est vrai pour 1, 2 et 3, donc avec la probabilité $\frac{3}{8}$, comme « le morceau est du rap ». La variable `c` compte les morceaux de rap obtenus.

(c) Le `return` est dans la boucle : la fonction s'arrête dès le premier tour, alors que `c` vaut 0 ou 1. Elle renvoie donc $\frac{0}{1000} = 0$ ou $\frac{1}{1000} = 0{,}001$. Correction : on désindente `return c / n` de 4 espaces pour l'aligner sous `for`. Il est alors exécuté après les n tours.

Ex. 9 **(suite)**

(d) La fonction renvoie le nombre de succès divisé par n : c'est une fréquence observée sur la simulation. Elle change à chaque exécution. Comme $n = 10\,000$ est grand, la loi des grands nombres dit que, sauf exception, cette fréquence est proche de $p = 0{,}375$, sans lui être égale exactement.

(e) $f = \frac{51}{120} = 0{,}425$ et $|f - p| = |0{,}425 - 0{,}375| = 0{,}05$. Ce n'est pas prouvé. Avec seulement 120 choix, la fluctuation d'échantillonnage peut expliquer un tel écart. Un écart non nul ne prouve pas que le modèle est faux. Pour avoir un doute sérieux, il faudrait observer un échantillon de taille n bien plus grande.

Ex. 10 ★★★ **Deux stands à la kermesse**

(a) Le tirage se fait au hasard : les 25 jetons sont équiprobables. $P(\text{gagner}) = \frac{7}{25} = 0{,}28$ et $P(\text{perdre}) = 1 - 0{,}28 = 0{,}72$.

(b) Non. Les 4 faces de l'osselet n'ont pas la même forme : l'objet n'est pas symétrique et rien ne permet de supposer que les faces sont équiprobables. On ne peut pas calculer cette probabilité en comptant les issues : il faut l'estimer à l'aide de lancers réels.

(c) $f = \frac{146}{500} = 0{,}292$, soit 29,2 %.

(d) $f = \frac{104}{400} = 0{,}26$ et $|f - p| = |0{,}26 - 0{,}28| = 0{,}02$: la fréquence observée est proche de la probabilité, sans lui être égale (fluctuation).

(e) Écrire « $P = f$ » est faux : 0,292 est une fréquence mesurée, qui changerait sur 500 autres lancers. Il faut écrire $p \approx 0{,}292$: comme $n = 500$ est assez grand, la fréquence est proche de la probabilité inconnue. Conclusion prudente : la probabilité de gagner au jeu B semble à peine supérieure à 0,28 (écart de $0{,}292 - 0{,}28 = 0{,}012$). Les deux jeux paraissent environ aussi favorables. On ne peut pas affirmer que B est meilleur à coup sûr.

2. *Fluctuation d'échantillonnage*

Ex. 11 ★☆☆ **Automatismes : taille, succès, fréquence**

(a) $n = 80$ lancers, $k = 44$ piles, donc $f = \frac{44}{80} = 0{,}55$.

(b) $n = 250$ et $k = 9$, donc $f = \frac{9}{250} = 0{,}036$, soit 3,6 %.

(c) $k = n \times f = 40 \times 0{,}35 = 14$ succès.

(d) $n = \frac{k}{f} = \frac{27}{0{,}15} = 180$.

Ex. 11 **(suite)**

(e) $p = \frac{2}{5} = 0{,}4$ et $f = \frac{21}{60} = 0{,}35$, donc $|f - p| = |0{,}35 - 0{,}4| = 0{,}05$.

Ex. 12 ★☆☆ **Automatismes : étendue, fréquence et probabilité**

(a) Étendue $= 0{,}58 - 0{,}34 = 0{,}24$.

(b) Étendue $= 0{,}481 - 0{,}439 = 0{,}042$: beaucoup plus petite qu'avec la taille 50.

(c) Plus petite valeur $= 0{,}62 - 0{,}19 = 0{,}43$.

(d) Le hasard n'a pas de mémoire : $P(\text{face}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$, comme à chaque lancer.

(e) $f = \frac{11}{50} = 0{,}22$: elle est mesurée et change d'une série à l'autre. $p = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$: elle est fixée par le modèle.

Ex. 13 ★★☆ **Sondage au lycée**

(a) La population est l'ensemble des 1 200 élèves du lycée. Le caractère étudié est « venir à vélo ». L'échantillon est formé des élèves tirés : sa taille est $n = 75$.

(b) $n = 75$ et $k = 21$, donc $f = \frac{21}{75} = 0{,}28$.

(c) On estime la proportion de cyclistes par $p \approx f = 0{,}28$. Il y a donc environ $1\,200 \times 0{,}28 = 336$ élèves qui viennent à vélo. L'estimation reste peu précise, car $n = 75$ est petit.

(d) Non. Ici $f_2 = \frac{27}{75} = 0{,}36$. Les deux échantillons ont la même taille mais des fréquences différentes : c'est la fluctuation d'échantillonnage, pas une erreur. La proportion de cyclistes dans le lycée, elle, ne change pas.

Ex. 14 ★★☆ **La roue de la fête foraine**

(a) Étendue $= 0{,}6 - 0{,}32 = 0{,}28$.

(b) Étendue $= 0{,}462 - 0{,}43 = 0{,}032$. C'est environ 9 fois moins que 0,28 : quand n augmente, les fréquences sont beaucoup moins dispersées.

(c) $|f - p| = |0{,}6 - 0{,}45| = 0{,}15$.

(d) Non. 0,6 est une fréquence observée sur seulement 25 parties. La probabilité $p = 0{,}45$ est fixée par le modèle de Ben et ne change pas. Avec $n = 25$, les fréquences fluctuent beaucoup (de 0,32 à 0,6) : un écart de 0,15 n'a rien d'anormal. Les échantillons de taille 500, eux, restent proches de 0,45.

Ex. 15 ★★☆ **Le dé à quatre faces**

(a) Le dé est équilibré : 4 issues, dont 1 favorable, donc $p = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

(b) $f = 0{,}35$ et $n = 40$, donc $k = 40 \times 0{,}35 = 14$ fois la face 4.

(c) Étendue $= 0{,}35 - 0{,}1 = 0{,}25$.

(d) Quand n est grand, sauf exception, chaque fréquence est proche de $p = 0{,}25$. Les huit points seront donc très resserrés autour de 0,25. Leur étendue sera bien plus petite que l'étendue 0,25 trouvée avec $n = 40$.

Ex. 16 ★★☆ **Contrôle qualité : un return mal placé**

(a) `k` est un compteur : il compte les pièces défectueuses (les succès) parmi les pièces déjà prélevées.

(b) Il remplace le test par `if random() < 0.08:`. Ce test est vrai avec la probabilité 0,08, donc chaque pièce simulée est défectueuse avec la probabilité 0,08.

(c) Le `return` est dans la boucle : la fonction s'arrête après le premier tirage et renvoie $\frac{0}{200} = 0$ ou $\frac{1}{200} = 0{,}005$. Il faut retirer l'indentation de `return k / n` pour l'aligner sur `for`.

(d) La fonction renvoie $\frac{k}{n}$ avec $n = 200$.
Donc $k = 200 \times 0{,}135 = 27$: la simulation a compté 27 pièces défectueuses.

Ex. 17 ★★☆ **L'urne aux billes noires**

(a) Il y a 20 issues équiprobables, dont 4 noires, donc $P(N) = \frac{4}{20} = 0{,}2$.

(b) Faux : la bille est remise, donc l'urne est la même à chaque tirage. Le hasard n'a pas de mémoire : la probabilité reste 0,2.

(c) Faux : sans remise, l'urne change. Par exemple, si la première bille est noire, il ne reste que 3 noires sur 19 billes : le premier tirage influence le suivant.

(d) On peut prévoir environ $100 \times 0{,}2 = 20$ noires. Mais pas forcément exactement 20 : le nombre de noires fluctue d'un échantillon de 100 tirages à l'autre.

(e) `randint(1, 20)` donne un entier de 1 à 20, bornes comprises, chacun avec la même probabilité. Quatre entiers (1, 2, 3, 4) sont inférieurs ou égaux à 4, donc la probabilité de « noire » vaut $\frac{4}{20} = 0{,}2 = P(N)$. Chaque appel est un nouveau tirage, comme avec remise.

Ex. 18 ★★★ **La boîte de la tombola**

(a) Les 16 tickets ont autant de chances d'être tirés et 4 sont gagnants, donc $p = \frac{4}{16} = 0{,}25$.

(b) Sans remise, il reste 14 tickets, dont toujours 4 gagnants. La probabilité vaut donc $\frac{4}{14} = \frac{2}{7} \approx 0{,}29$.

(c) Sans remise, la boîte change après chaque tirage : ici, la probabilité de gagner passe de 0,25 à $\frac{2}{7}$. Les tirages ne sont pas indépendants et ne répètent pas la même expérience. Pour obtenir un échantillon, il faut tirer avec remise.

(d) $n = 40$ et $k = 14$, donc $f = \frac{14}{40} = 0{,}35$ et $|f - p| = |0{,}35 - 0{,}25| = 0{,}1$.

(e) Non. Avec remise, chaque tirage se fait dans la même boîte : la probabilité de gagner reste 0,25. Le hasard n'a pas de mémoire et rien ne « compense ». Sur 40 tirages, on attend environ $40 \times 0{,}25 = 10$ gagnants, mais ce nombre fluctue : il peut être au-dessus ou en dessous de 10. Quand n devient grand, f se rapproche de p parce que les premiers tirages pèsent de moins en moins, pas par compensation.

Ex. 19 ★★★ **Enquête sur le covoiturage**

(a) Ici $n = 50$. On trouve $\frac{14}{50} = 0{,}28$; $\frac{22}{50} = 0{,}44$; $\frac{17}{50} = 0{,}34$; $\frac{21}{50} = 0{,}42$; $\frac{15}{50} = 0{,}3$.

(b) Yanis a soustrait des effectifs, pas des fréquences. Il faut d'abord diviser par $n = 800$: $\frac{304}{800} = 0{,}38$ et $\frac{272}{800} = 0{,}34$. L'étendue vaut donc $0{,}38 - 0{,}34 = 0{,}04$.

(c) Pour la taille 50, l'étendue vaut $0{,}44 - 0{,}28 = 0{,}16$. Pour la taille 800, elle vaut 0,04, ce qui est bien plus petit. Quand n augmente, les fréquences fluctuent moins et restent proches de $p = 0{,}36$.

(d) $f = 0{,}44$ et $p = 0{,}36$ (la proportion de covoitureurs joue le rôle de la probabilité), donc $|f - p| = 0{,}08$. Non, cet échantillon n'est pas « raté » : avec seulement 50 personnes, un tel écart s'explique par la fluctuation d'échantillonnage. La proportion p, elle, reste 0,36.

Ex. 20 ★★★ **Simuler les jours de pluie**

(a) `random()` donne un nombre au hasard dans $[0; 1[$. Le test `random() < 0.2` est donc vrai avec la probabilité 0,2, comme un jour pluvieux.

(b) La fonction renvoie la fréquence observée de jours pluvieux sur 25 jours simulés : s compte les jours pluvieux, puis on divise par $n = 25$. On ne peut pas prévoir sa valeur exacte, car le programme est aléatoire et chaque appel donne un nouvel échantillon.

Ex. 20 (suite)

(c) L'étendue vaut $0{,}32 - 0{,}08 = 0{,}24$. Le plus grand écart vaut $|0{,}08 - 0{,}2| = |0{,}32 - 0{,}2| = 0{,}12$.

(d) Non. Des échantillons de même taille donnent des fréquences différentes : c'est la fluctuation d'échantillonnage, pas une erreur. Avec $n = 25$, qui est petit, un écart de 0,12 n'a rien d'anormal. La probabilité $p = 0{,}2$, elle, ne change pas.

(e) Faux. La fréquence fluctue toujours d'un appel à l'autre. Mais $n = 1\,000$ est grand : d'après la loi des grands nombres, sauf exception, chaque fréquence sera proche de 0,2. Les huit fréquences seraient moins dispersées et leur étendue plus petite que 0,24.

3. *Loi des grands nombres*

Ex. 21 ★☆☆ **Automatismes : probabilité, fréquence, écart**

(a) La roue est équilibrée : $p = \frac{1}{5} = 0{,}2$.

(b) Événement contraire : $1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

(c) $f = \frac{13}{50} = 0{,}26$.

(d) $f = \frac{86}{400} = 0{,}215$, donc $|f - p| = |0{,}215 - 0{,}2| = 0{,}015$.

(e) $n \times p = 5\,000 \times 0{,}2 = 1\,000$, donc $k - n \times p = 1\,012 - 1\,000 = 12$ rouges d'écart.

(f) $k = 2\,000 \times 0{,}207 = 414$ rouges.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : probabilité ou fréquence ?**

(a) C'est une probabilité, calculée avec le modèle (tirage au hasard) : $P(V) = \frac{4}{20} = 0{,}2$.

(b) $f = \frac{55}{250} = 0{,}22$: c'est une fréquence observée, mesurée sur des tirages réels. Ce n'est pas une probabilité.

(c) Faux : la fréquence change d'un échantillon à l'autre (fluctuation d'échantillonnage).

(d) Faux : $P(V) = 0{,}2$ est un nombre fixe du modèle. Il ne dépend pas des tirages faits.

(e) D'après la loi des grands nombres, pour n grand, sauf exception, la fréquence est proche de $P(V) = 0{,}2$.

Ex. 23 ★★☆ **Lire un tableau de simulations**

(a) $p = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

(b) Écarts : 0,2 ; 0,01 ; 0,013 ; 0,0034 ; 0,000 38.

(c) Non. La loi ne dit pas que l'écart baisse à chaque ligne. Elle dit qu'il devient petit quand n est grand, et c'est le cas : 0,0034 puis 0,000 38.

Ex. 23 (suite)

(d) Pour $n = 10\,000$ (écart 0,0034) et $n = 100\,000$ (écart 0,000 38) : ce sont les plus grands échantillons.

(e) Lorsque n est grand, sauf exception, la fréquence observée de ticket gagnant est proche de $p = 0{,}3$. Pour $n = 100\,000$, l'écart n'est que de 0,000 38.

Ex. 24 ★★☆ **Écart en nombre, écart en fréquence**

(a) $56 - 50 = 6$; $518 - 500 = 18$; $5\,060 - 5\,000 = 60$; $50\,180 - 50\,000 = 180$.

(b) f : 0,56 ; 0,518 ; 0,506 ; 0,5018. Écarts : 0,06 ; 0,018 ; 0,006 ; 0,0018.

(c) Non. La loi parle de la fréquence. L'écart en nombre grandit, mais une fois divisé par n, il devient de plus en plus petit : ce n'est pas une contradiction.

(d) $|f - p| = \frac{250}{100\,000} = 0{,}0025$, contre 0,006 pour Jade avec $n = 10\,000$. Kenza a un écart en nombre plus grand (250 contre 60), mais sa fréquence est plus proche de 0,5 : c'est l'écart en fréquence qui compte.

Ex. 25 ★★☆ **Vrai ou faux sur la loi des grands nombres**

(a) Faux. La loi dit que la fréquence est proche de 0,5 pour n grand, pas égale : le nombre de piles sera environ $1\,000 \times 0{,}5 = 500$, mais pas forcément exactement.

(b) Faux. Pour 10 lancers, n n'est pas grand : la loi ne dit rien et 8 piles peut arriver avec une pièce équilibrée.

(c) Faux. Il n'y a pas de compensation : à chaque lancer, la probabilité d'obtenir pile reste 0,5.

(d) Vrai. C'est le « sauf exception » de la loi : un grand échantillon peut s'écarter de p, mais c'est d'autant plus rare que n est grand.

(e) Faux. $76 = 2\,076 - 4\,000 \times 0{,}5$ est l'écart en nombre. En fréquence : $f = \frac{2\,076}{4\,000} = 0{,}519$, donc $|f - p| = 0{,}519 - 0{,}5 = 0{,}019$.

Ex. 26 ★★☆ **Corriger un programme de simulation**

(a) `randint(1, 20)` donne un entier de 1 à 20, bornes comprises : il y a 7 issues favorables sur 20, donc $p = \frac{7}{20} = 0{,}35$.

(b) `k` compte le nombre de succès (les lancers qui donnent 7 ou moins).

(c) Le `return` est dans la boucle : la fonction s'arrête après le premier lancer et renvoie $\frac{0}{1000} = 0$ ou $\frac{1}{1000} = 0{,}001$. Il faut décaler `return k / n` de 4 espaces vers la gauche, pour le placer après la boucle.

Ex. 26 (suite)

(d) $n = 50\,000$ est grand : d'après la loi des grands nombres, sauf exception, le résultat sera proche de 0,35, sans être forcément égal.

Ex. 27 ★★☆ **Estimer avec une capsule**

(a) $\frac{31}{50} = 0{,}62$; $\frac{287}{500} = 0{,}574$; $\frac{2\,840}{5\,000} = 0{,}568$.

(b) Non. La capsule n'est pas symétrique : les deux issues ne sont pas équiprobables, donc p est inconnue.

(c) On choisit la fréquence de l'échantillon le plus grand : pour n grand, sauf exception, la fréquence est proche de p.
Donc $p \approx 0{,}568$.

(d) $1\,500 \times 0{,}568 = 852$: on peut prévoir environ 852 « dos ».

(e) Par l'événement contraire : environ $1 - 0{,}568 = 0{,}432$.

Ex. 28 ★★★ **Pas de compensation, mais une dilution**

(a) Le dé est équilibré et a 4 issues, dont 1 favorable : $p = \frac{1}{4} = 0{,}25$. Ensuite $f = \frac{17}{40} = 0{,}425$ et $|f - p| = |0{,}425 - 0{,}25| = 0{,}175$.

(b) Non. La loi des grands nombres ne parle que des grands n (des centaines, des milliers de lancers). Elle ne dit rien pour 40 lancers, et un écart de 0,175 sur un si petit échantillon n'a rien d'anormal : c'est la fluctuation d'échantillonnage.

(c) Non. Le dé n'a pas de mémoire : à chaque nouveau lancer, la probabilité d'obtenir 1 reste $p = 0{,}25$, quels que soient les résultats d'avant. Le hasard ne « rattrape » pas les écarts passés.

(d) Sur les 7 960 lancers suivants, Tom obtient $7\,960 \times 0{,}25 = 1\,990$ fois « 1 ». En tout, il a $17 + 1\,990 = 2\,007$ « 1 » sur 8 000 lancers, donc $f = \frac{2\,007}{8\,000} = 0{,}250\,875$ et $|f - p| = 0{,}000\,875$. La fréquence est maintenant très proche de p.

(e) Après 40 lancers : $17 - 40 \times 0{,}25 = 7$. Après 8 000 lancers : $2\,007 - 8\,000 \times 0{,}25 = 7$. L'écart en nombre n'a pas diminué : les 7 « 1 » en trop n'ont jamais été compensés. Mais une fois divisé par $n = 8\,000$, cet écart devient minuscule. L'écart ancien est dilué dans un grand nombre de nouveaux lancers : c'est pour cela que la fréquence est proche de p quand n est grand.

Ex. 29 ★★★ **Lancers francs : « sauf exception »**

(a) Taille 20 : $0{,}9 - 0{,}55 = 0{,}35$. Taille 1 000 : $0{,}712 - 0{,}689 = 0{,}023$. L'étendue est beaucoup plus petite quand n est grand : la fluctuation diminue.

(b) Taille 20 : les écarts valent 0,15 ; 0,1 ; 0 ; 0,2 ; 0,1. Le plus grand est $|0{,}9 - 0{,}7| = 0{,}2$. Taille 1 000 : les écarts valent 0,012 ; 0,006 ; 0,001 ; 0,011 ; 0,005. Le plus grand est $|0{,}712 - 0{,}7| = 0{,}012$.

(c) Non. La loi dit que, lorsque n est grand, sauf exception, la fréquence observée est proche de p. Les mots « sauf exception » comptent : un échantillon de taille 1 000 peut sortir de cette plage. C'est rare, mais ce n'est pas impossible, donc « toujours » est faux.

(d) $f = \frac{640}{1\,000} = 0{,}64$, et $|f - 0{,}7| = 0{,}06$.

(e) On peut en douter. Avec $n = 1\,000$, les écarts simulés ne dépassent pas 0,012, et 0,06 est 5 fois plus grand. Si le modèle $p = 0{,}7$ était juste, un tel écart sur un grand échantillon serait très rare. C'est une décision, pas une preuve : une exception reste possible. On estime plutôt la probabilité de cette joueuse à environ 0,64.

Ex. 30 ★★★ **Question de DS : simuler, lire, conclure**

(a) Les 25 boules ont la même chance d'être tirées, et 9 sont rouges : $p = \frac{9}{25} = 0{,}36$. `random()` renvoie un nombre au hasard dans $[0;1[$, et `random() < 0.36` est vrai avec la probabilité $0{,}36 = p$: c'est le succès « rouge ».

(b) k est le nombre de boules rouges obtenues sur les n tirages (le nombre de succès). La fonction renvoie $\frac{k}{n}$, la fréquence observée de « rouge » sur l'échantillon de taille n.

(c) $|0{,}6 - 0{,}36| = 0{,}24$; $|0{,}31 - 0{,}36| = 0{,}05$; $|0{,}362 - 0{,}36| = 0{,}002$; $|0{,}3566 - 0{,}36| = 0{,}003\,4$; $|0{,}360\,41 - 0{,}36| = 0{,}000\,41$.

(d) Non. `randint(1, 25)` donne un entier de 1 à 25, bornes comprises. Il est strictement inférieur à 9 pour $1, 2, \ldots, 8$: 8 cas sur 25, soit une probabilité de $\frac{8}{25} = 0{,}32 \neq 0{,}36$. Il faut écrire `randint(1, 25) <= 9`.

(e) Lorsque n est grand, sauf exception, la fréquence observée est proche de la probabilité. Ici, pour $n = 100\,000$, l'écart n'est que de 0,000 41. `frequence(1000000)` sera, sauf exception, très proche de 0,36. On ne peut pas connaître sa valeur exacte à l'avance : le programme est aléatoire, et la fréquence n'est pas égale à p.

4. *Estimer une probabilité par une fréquence*

Ex. 31 ★★☆ **Automatismes : estimer et prévoir**

(a) $f = \frac{312}{800} = 0{,}39$.

(b) Événement contraire : $P(\text{face}) \approx 1 - 0{,}47 = 0{,}53$.

(c) $650 \times 0{,}18 = 117$: on attend environ 117 rouges.

(d) On additionne les succès et les répétitions : $\frac{27+93}{60+240} = \frac{120}{300} = 0{,}4$
(et non la moyenne des deux fréquences).

(e) $1\,200 \times 0{,}35 = 420$ personnes.

(f) $|0{,}7 - 0{,}612| = 0{,}088$: avec seulement 50 lancers, la fréquence peut être loin de la probabilité.

Ex. 32 ★★☆ **Automatismes : probabilité ou fréquence ?**

(a) $\frac{255}{500} = 0{,}51$: c'est une fréquence observée, mesurée sur des naissances réelles. Elle sert seulement à estimer la probabilité.

(b) Non : $\frac{1}{6}$ est la probabilité du modèle, elle est fixe. C'est la fréquence observée qui change d'une série de lancers à l'autre.

(c) $\frac{2\,870}{5\,000} = 0{,}574$ est une fréquence : elle sert d'estimation, on écrit $P(\text{pile}) \approx 0{,}574$
(environ, pas égal).

(d) $f = \frac{9}{12} = 0{,}75$, mais l'échantillon est très petit : à cause de la fluctuation, cette estimation est peu fiable. Il faut un n grand.

(e) 42 est un effectif, pas une fréquence : $f = \frac{42}{100} = 0{,}42$, donc $P(\text{côté}) \approx 0{,}42$.

Ex. 33 ★★☆ **Trois groupes, une capsule**

(a) B : $\frac{88}{160} = 0{,}55$; C : $\frac{330}{600} = 0{,}55$.

(b) $\frac{26+88+330}{40+160+600} = \frac{444}{800} = 0{,}555$, donc $p \approx 0{,}555$.

(c) $\frac{0{,}65+0{,}55+0{,}55}{3} \approx 0{,}583$. Elle donne autant de poids aux 40 lancers de A qu'aux 600 de C : on l'écarte.

(d) Événement contraire : environ $1 - 0{,}555 = 0{,}445$.

(e) $1\,400 \times 0{,}555 = 777$: on attend environ 777 chutes « ouverte en haut ».

Ex. 34 ★★☆ **Ce dé est-il équilibré ?**

(a) $f = \frac{2\,640}{12\,000} = 0{,}22$.

(b) Modèle équilibré : $p = \frac{1}{6}$. $|0{,}22 - \frac{1}{6}| \approx 0{,}053$.

Ex. 34 (suite)

(c) Avec n très grand, la fréquence devrait être proche de $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$; elle reste nettement éloignée. On doute du modèle et on décide de le rejeter, mais ce n'est pas une preuve : la décision peut se tromper.

(d) Non : $f = \frac{9}{30} = 0{,}3$, mais 30 lancers forment un petit échantillon ; la fluctuation peut expliquer cet écart, on ne peut rien décider.

(e) Le modèle « équilibré » est mis en doute : on n'utilise pas $\frac{1}{6}$, mais l'estimation $p \approx 0{,}22$ tirée des 12 000 lancers. $500 \times 0{,}22 = 110$: environ 110 six.

Ex. 35 ★★☆ Une fonction à corriger

(a) $f_1 = \frac{30}{50} = 0{,}6$, $f_2 = \frac{513}{950} = 0{,}54$, et la fonction renvoie $\frac{0{,}6+0{,}54}{2} = 0{,}57$.

(b) Elle fait la moyenne des fréquences : la série de 50 lancers compte autant que celle de 950, alors qu'elle est bien moins fiable.

(c) `return (k1 + k2) / (n1 + n2)` : total des succès ÷ total des répétitions.

(d) $\frac{30+513}{50+950} = \frac{543}{1\,000} = 0{,}543$, donc $P(\text{pile}) \approx 0{,}543$.

(e) $3\,000 \times 0{,}543 = 1\,629$: environ 1 629 piles.

Ex. 36 ★★☆ Un pion qui n'est pas symétrique

(a) Après 100 lancers : 0,48 ; après 1 000 lancers : 0,41.

(b) $p \approx 0{,}41$: c'est la fréquence sur le plus grand échantillon, et elle se stabilise. Pour n grand, la fréquence est proche de la probabilité (loi des grands nombres).

(c) $|0{,}48 - 0{,}41| = 0{,}07$: l'estimation faite sur 100 lancers était peu fiable.

(d) $1\,000 \times 0{,}41 = 410$ fois.

(e) $300 \times 0{,}41 = 123$: on attend environ 123 « face marquée ».

Ex. 37 ★★☆ Deux sondages dans une ville

(a) A : $\frac{236}{400} = 0{,}59$; B : $\frac{896}{1\,600} = 0{,}56$.

(b) Celle de B : l'échantillon est quatre fois plus grand. Plus n est grand, plus la fréquence est, sauf exception, proche de la proportion réelle.

(c) $\frac{236+896}{400+1\,600} = \frac{1\,132}{2\,000} = 0{,}566$, donc environ 0,566 (pas la moyenne $\frac{0{,}59+0{,}56}{2}$).

(d) $45\,000 \times 0{,}566 = 25\,470$: environ 25 470 électeurs « pour ».

Ex. 38 ★★★ Les osselets de la classe

(a) On a $k = n \times f$. A : $60 \times 0{,}55 = 33$; B : $140 \times 0{,}45 = 63$; C : $400 \times 0{,}405 = 162$; D : $600 \times 0{,}39 = 234$.

(b) Aucun raisonnement ne donne p : l'osselet n'est pas symétrique. On regroupe donc toutes les séries pour avoir le plus grand échantillon possible : $f = \frac{33+63+162+234}{60+140+400+600} = \frac{492}{1\,200} = 0{,}41$. D'après la loi des grands nombres (n grand), $p \approx 0{,}41$.

(c) Les deux plus petits groupes, A (60 lancers) et B (140), ont les fréquences les plus fortes (0,55 et 0,45). La moyenne leur donne autant de poids qu'à C et D (400 et 600 lancers), dont les fréquences sont plus faibles et plus fiables. Elle est donc tirée vers le haut : $0{,}449 > 0{,}41$. On l'écarte.

(d) Première erreur : on ne connaît pas p, on l'estime seulement. Il faut écrire « environ », jamais « égale ». Deuxième erreur : 60 lancers forment un petit échantillon, donc l'estimation est peu fiable. D'ailleurs $|0{,}55 - 0{,}41| = 0{,}14$, ce qui est loin de l'estimation tirée de 1 200 lancers.

(e) Par l'événement contraire : $1 - 0{,}41 = 0{,}59$. Sur 2 500 lancers, on attend environ $2\,500 \times 0{,}59 = 1\,475$ chutes « pas sur le dos ».

Ex. 39 ★★★ La roue de la kermesse

(a) La roue est équilibrée : les 8 issues ont la même probabilité, et une seule est gagnante. Donc $p = \frac{1}{8} = 0{,}125$.

(b) Sur 40 lancers : $f = \frac{8}{40} = 0{,}2$ et $|0{,}2 - 0{,}125| = 0{,}075$. Sur 8 000 lancers : $f = \frac{1\,360}{8\,000} = 0{,}17$ et $|0{,}17 - 0{,}125| = 0{,}045$.

(c) Après 40 lancers : $8 - 40 \times \frac{1}{8} = 8 - 5 = 3$. Après 8 000 lancers : $1\,360 - 8\,000 \times \frac{1}{8} = 1\,360 - 1\,000 = 360$. Non : il n'y a pas de compensation. L'écart en nombre est passé de 3 à 360, alors que l'écart en fréquence est passé de 0,075 à 0,045. La loi des grands nombres parle des fréquences, pas des effectifs.

(d) Ici n est très grand. Si la roue était équilibrée, la fréquence serait, sauf exception, proche de 0,125. Or elle vaut 0,17 : elle reste nettement éloignée (360 gains de trop). On décide donc de douter du modèle « roue équilibrée ». C'est une décision et non une preuve : elle peut se tromper.

Ex. 39 **(suite)**

(e) Avec le modèle : $3\,000 \times \frac{1}{8} = 375$ lots. Avec l'estimation $p \approx 0{,}17$: environ $3\,000 \times 0{,}17 = 510$ lots. On retient environ 510 lots, car on a mis le modèle en doute et que l'estimation repose sur 8 000 lancers réels.

Ex. 40 ★★★ **Des vis au contrôle qualité**

(a) La probabilité est inconnue. On l'estime par la fréquence observée sur ce grand échantillon : $p \approx \frac{96}{2\,400} = 0{,}04$. Pour une vis conforme : $1 - 0{,}04 = 0{,}96$.

(b) `random()` renvoie un nombre de $[0; 1[$. Le test `random() < p` est vrai avec la probabilité p : il simule une vis défectueuse. `c` compte les vis défectueuses. `carton(250, p)` renvoie le nombre de vis défectueuses dans un carton simulé de 250 vis.

(c) Faux. Le test `random() < p` rend le résultat aléatoire : le nombre renvoyé fluctue d'une exécution à l'autre, autour d'environ $250 \times 0{,}04 = 10$. Non : 250 vis forment un petit échantillon et la fréquence d'un carton fluctue beaucoup. Le contrôle de 2 400 vis (n plus grand) donne une fréquence plus proche de p, donc une estimation plus fiable.

(d) Seconde fréquence : $\frac{72}{1\,600} = 0{,}045$. Moyenne d'Inès : $\frac{0{,}04+0{,}045}{2} = 0{,}0425$. Elle a tort : les deux contrôles n'ont pas la même taille, et la moyenne donne autant de poids à 1 600 vis qu'à 2 400. On regroupe : $\frac{96+72}{2\,400+1\,600} = \frac{168}{4\,000} = 0{,}042$, donc $p \approx 0{,}042$.

(e) On prévoit environ $5\,000 \times 0{,}042 = 210$ vis défectueuses.

5. *Simuler une expérience en Python*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : la probabilité d'un test**

(a) `random()` tombe dans $[0\,;0{,}42[$, un intervalle de longueur 0,42 : la probabilité vaut 0,42.

(b) `random()` tombe dans $]0{,}42\,;1[$, un intervalle de longueur $1 - 0{,}42 = 0{,}58$: la probabilité vaut 0,58, pas 0,42.

(c) `randint(1, 25)` a 25 valeurs (25 comprise). Huit d'entre elles conviennent (de 1 à 8) : la probabilité vaut $\frac{8}{25} = 0{,}32$.

(d) `randint(0, 9)` a 10 valeurs, de 0 à 9. Quatre conviennent (0, 1, 2 et 3) : la probabilité vaut $\frac{4}{10} = 0{,}4$.

Ex. 41 **(suite)**

(e) 12 % = 0,12 : il faut écrire `random() < 0.12`, avec un point en Python.

(f) Le test est vrai pour 2, 3, 4 et 5, donc avec la probabilité $\frac{4}{5}$. Il est faux avec la probabilité $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 0{,}2$.

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : boucles, compteurs et appels**

(a) `range(40)` donne les valeurs 0, 1, …, 39, soit 40 tours.

(b) Les bornes sont comprises : de 0 à 12, il y a $12 - 0 + 1 = 13$ valeurs.

(c) Elle renvoie la fréquence $\frac{27}{60} = 0{,}45$.

(d) Elle renvoie le nombre de succès, soit 27 : c'est un effectif, pas une fréquence.

(e) $50 + 500 + 5\,000 = 5\,550$ appels de `random()`.

(f) $|0{,}57 - 0{,}52| = 0{,}05$.

Ex. 43 ★☆☆ **Du tableur à Python, et inversement**

(a) `random() < 0.28` : Python écrit les décimaux avec un point. Le test est vrai avec la probabilité 0,28.

(b) `=ALEA()<0,64` : `=ALEA()` tombe dans $[0\,;0{,}64[$ avec la probabilité 0,64. Le tableur écrit les décimaux avec une virgule.

(c) `randint(1, 4) >= 2`. Le test est vrai pour 2, 3 et 4, soit 3 valeurs sur 4 (4 est compris) : la probabilité vaut $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

(d) `=ALEA.ENTRE.BORNES(1;12)` donne un entier de 1 à 12, chacun avec la même probabilité.

(e) Il faut écrire `if randint(1, 4) == 1:`. Le signe `=` affecte une valeur à une variable, alors que `==` teste une égalité.

(f) Sur 250 lignes, une ligne par répétition de l'expérience.

Ex. 44 ★★☆ **Quelle expérience ce programme simule-t-il ?**

(a) Les bornes sont comprises : 12 valeurs, de 1 à 12.

(b) Le test est vrai pour 1, 2, 3, 4 et 5, soit 5 valeurs sur 12 : $P = \frac{5}{12}$.

(c) Renvoyer 0, c'est l'événement contraire : $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$.

(d) Par exemple : on tire une boule au hasard dans un sac de 12 boules dont 5 sont rouges. La fonction renvoie 1 si la boule est rouge, 0 sinon.

Ex. 44 (suite)

(e) Non. `randint(1, 12) < 5` n'est vrai que pour 1, 2, 3 et 4, soit une probabilité de $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ et non $\frac{5}{12}$. Il faudrait écrire `< 6`.

Ex. 45 ★★☆ Contrôle qualité : corriger le programme de Hugo

(a) Le compteur est remis à 0 à chaque tour : les succès précédents sont effacés. Il faut écrire `succes = 0` une seule fois, avant la boucle `for`, juste sous le `def`.

(b) Le `return` arrête la fonction au premier tour. Elle renvoie $\frac{0}{200} = 0$ ou $\frac{1}{200} = 0{,}005$, jamais la fréquence de l'échantillon. Il faut placer le `return` après la boucle, au même niveau que le `for`.

(c) Ce test est vrai avec la probabilité $1 - 0{,}15 = 0{,}85$. On compterait alors les pièces conformes et non les pièces défectueuses.

(d) $n = 5\,000$ est grand : d'après la loi des grands nombres, la fréquence renvoyée est, sauf exception, proche de 0,15. Cela fait environ $5\,000 \times 0{,}15 = 750$ pièces défectueuses.

Ex. 46 ★★☆ Lancers francs simulés : lire un tableau

(a) Elle renvoie le nombre de lancers réussis : 1 236 ou 12 054 ne peuvent pas être des fréquences, qui sont comprises entre 0 et 1.

(b) $\frac{14}{20} = 0{,}7$; $\frac{113}{200} = 0{,}565$; $\frac{1\,236}{2\,000} = 0{,}618$; $\frac{12\,054}{20\,000} = 0{,}6027$.

(c) Pour $n = 2\,000$: $1\,236 - 1\,200 = 36$ et $|0{,}618 - 0{,}6| = 0{,}018$. Pour $n = 20\,000$: $12\,054 - 12\,000 = 54$ et $|0{,}6027 - 0{,}6| = 0{,}0027$. L'écart en nombre a grandi, mais l'écart en fréquence a diminué. Il n'y a pas de compensation des succès, c'est la fréquence qui devient proche de p.

(d) Non. 0,7 est une fréquence observée sur seulement 20 lancers simulés : elle fluctue beaucoup. La probabilité est fixée par le modèle, $p = 0{,}6$. L'écart $|0{,}7 - 0{,}6| = 0{,}1$ est grand parce que n est petit. Pour $n = 20\,000$ (n grand), la fréquence 0,6027 est proche de 0,6.

(e) Non : le programme est aléatoire et ses résultats changent à chaque exécution (fluctuation d'échantillonnage). Pour n grand, la fréquence restera, sauf exception, proche de 0,6.

Ex. 47 ★★☆ La roue de la kermesse : compléter un programme

(a) `if randint(1, 8) >= 6:`. Ce test est vrai pour 6, 7 et 8, car 8 fait partie des valeurs possibles.

(b) `gagne = gagne + 1` : le compteur augmente de 1 seulement quand la partie est gagnée.

(c) `return gagne / n`, placé après la boucle, pour renvoyer une fréquence et non un nombre de parties gagnées.

(d) Trois secteurs sur 8 sont gagnants : $P = \frac{3}{8} = 0{,}375$. Avec $n = 10\,000$ (n grand), la fréquence renvoyée est, sauf exception, proche de 0,375.

(e) Le compteur augmenterait à chaque tour, que la partie soit gagnée ou non. Il vaudrait 10 000 et la fonction renverrait toujours $\frac{10\,000}{10\,000} = 1$.

Ex. 48 ★★★ Pluie de novembre : écrire la simulation

(a) $f = \frac{147}{420} = 0{,}35$. L'échantillon de 420 jours est grand : d'après la loi des grands nombres, la fréquence est proche de la probabilité. Lina peut donc estimer $p \approx 0{,}35$.

(b)
```
from random import random
def pluie(n):
    jours = 0
    for i in range(n):
        if random() < 0.35:
            jours = jours + 1
    return jours / n
```
Le compteur est mis à 0 avant la boucle et augmente seulement dans le `if`. Le `return`, placé après la boucle, renvoie la fréquence.

(c) Il a tort. Les écarts valent $|0{,}5 - 0{,}35| = 0{,}15$ et $|0{,}2 - 0{,}35| = 0{,}15$. Pour un échantillon de taille $n = 30$ seulement, la fréquence fluctue beaucoup et change à chaque exécution. Un tel écart est normal quand n est petit.

(d) Environ $30 \times 0{,}35 = 10{,}5$, soit 10 ou 11 jours de pluie. Ce n'est pas une certitude : sur seulement 30 jours, le nombre de jours de pluie fluctue beaucoup d'une année à l'autre (voir les fréquences 0,5 et 0,2 simulées pour $n = 30$).

(e) Il faut écrire `=ALEA()<0,35` en A1, puis recopier la formule jusqu'à A300. On compte les VRAI et on divise par 300 : c'est la fréquence observée des jours de pluie.

Ex. 49 ★★★ **Tir à l'arc : deux erreurs à chasser**

(a) `randint(1, 20)` a 20 valeurs équiprobables, et seules 1, 2, 3, 4 et 5 sont strictement inférieures à 6. La probabilité vaut donc $\frac{5}{20} = 0{,}25$ et non 0,3. On corrige en `randint(1, 20) <= 6` (ou `< 7`) : 6 valeurs sur 20, soit $\frac{6}{20} = 0{,}3$.

(b) `touche = 1` remet le compteur à 1 au lieu de l'augmenter. Après la boucle, `touche` vaut 0 si aucun tir n'a touché le centre, et 1 sinon. La fonction renvoie donc $\frac{0}{500} = 0$ ou $\frac{1}{500} = 0{,}002$, jamais la fréquence. Il faut écrire `touche = touche + 1`.

(c)

```
from random import random
def tir():
    if random() < 0.3:
        return 1
    else:
        return 0
```

Le test `random() < 0.3` est vrai avec la probabilité 0,3 : la fonction renvoie 1 avec la probabilité 0,3, et 0 avec la probabilité $1 - 0{,}3 = 0{,}7$.

(d) $0{,}312 \times 500 = 156$ tirs au centre. L'écart vaut $|0{,}312 - 0{,}3| = 0{,}012$: avec $n = 500$, la fréquence observée est proche de 0,3, ce qui est cohérent avec le modèle.

Ex. 50 ★★★ **Le dé de Timéo est-il équilibré ?**

(a) `randint(1, 6)` renvoie un entier de 1 à 6 (6 compris) : il y a 6 valeurs équiprobables, donc le test est vrai avec la probabilité $\frac{1}{6}$. `randint(1, 7)` aurait 7 valeurs, car 7 est compris : Timéo aurait simulé un dé à 7 faces, avec la probabilité $\frac{1}{7}$.

(b) Elle renvoie `six`, c'est-à-dire le nombre de 6 obtenus. Pour renvoyer la fréquence, on remplace la dernière ligne par `return six / n`.

(c) $\frac{84}{500} = 0{,}168$. Pour Timéo, $f = \frac{118}{500} = 0{,}236$, et $\left|0{,}236 - \frac{1}{6}\right| \approx 0{,}069$.

(d) L'étendue vaut $0{,}18 - 0{,}152 = 0{,}028$: les fréquences simulées restent entre 0,152 et 0,18. La fréquence 0,236 de Timéo est nettement au-dessus de toutes ces valeurs, donc il a de bonnes raisons de douter du modèle du dé équilibré. Ce n'est pas une preuve : c'est une décision, car un tel résultat reste possible, même s'il est très rare.

(e) $n = 500$ est assez grand, donc $p \approx f = 0{,}236$. Sur 2 000 lancers, Timéo peut prévoir environ $2\,000 \times 0{,}236 = 472$ fois le 6.