48 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 2nde : échantillonnage et loi des grands nombres*

À retenir : La fréquence $f = \frac{k}{n}$ change d'un échantillon à l'autre, alors que p reste fixe. Quand n augmente, f se stabilise autour de p, sans lui être égale. Dans environ 95\,% des échantillons (pas tous), $|f - p| \leqslant \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : fréquences et intervalles** — Calcule en ligne. Rappels : $f = \frac{k}{n}$, et l'intervalle de 2nde est $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

a. Dans un échantillon de taille $n = 80$, un caractère apparaît $k = 26$ fois. Calcule f en écriture décimale.

b. Écris la fréquence 0,075 en pourcentage.

c. Écris la fréquence 42 % en écriture décimale.

d. Dans un échantillon de 250 personnes, 36 % ont un chien. Combien de personnes ont un chien ?

e. Calcule $\frac{1}{\sqrt{n}}$ pour $n = 900$, arrondi au millième.

f. Pour $p = 0{,}3$ et $n = 100$, écris l'intervalle de 2nde.

g. Pour $p = 0{,}6$ et $n = 2\,500$, écris l'intervalle de 2nde.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : fréquence ou probabilité ?** — On lance un dé équilibré. La probabilité d'obtenir 6 est $p = \frac{1}{6}$. On note f la fréquence de 6 dans un échantillon de n lancers. Pour chaque affirmation : vrai ou faux ? Justifie.

a. « Sur 60 lancers, on obtiendra exactement 10 six. »

b. « Sur 60 lancers, on obtient 15 six : la probabilité d'obtenir 6 avec ce dé vaut donc 0,25. »

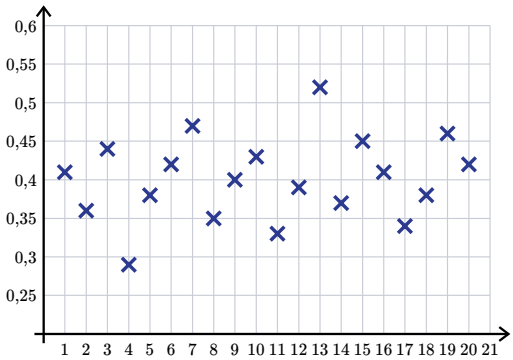
c. « Sur 60 lancers chacun, Inès obtient 9 six et Hugo 12. L'un des deux s'est trompé. »

d. « Quand n devient très grand, f finit par être égale à $\frac{1}{6}$. »

e. « Pour $n = 100$, tous les échantillons vérifient $\left|f - \frac{1}{6}\right| \leqslant 0{,}1$. »

f. « Pour $n = 3\,600$, environ 95\,% des échantillons vérifient $\left|f - \frac{1}{6}\right| \leqslant \frac{1}{60}$. »

Ex. 3 ★★☆ **Vingt échantillons sur un nuage** — Un archer touche le centre de la cible avec la probabilité $p = 0{,}4$ à chaque tir. Maëlle simule 20 échantillons de $n = 100$ tirs. Le nuage donne la fréquence de tirs au centre de chaque échantillon (en abscisse : le numéro de l'échantillon).



a. Calcule l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

b. Combien de fréquences observées sont en dehors de cet intervalle ? Lesquelles ?

c. Calcule la proportion des échantillons dont la fréquence est dans l'intervalle, en décimal puis en %.

d. Léo affirme : « On trouve 90 % et pas 95 %, donc la simulation est fausse. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 4 ★★☆ **Contrôle qualité : corriger un programme** — Nadia contrôle des pièces. Chaque pièce est défectueuse avec la probabilité $p = 0{,}08$, indépendamment des autres. Elle écrit ce programme pour simuler la fréquence de pièces défectueuses dans un échantillon de taille n.

```
from random import random

def frequence(n):
    k = 0
    for i in range(n):
        if random() < 0.08:
            k = k + 1
    return k / n
```

a. Que compte la variable `k` ? Quelle probabilité le test `random() < 0.08` simule-t-il ?

b. Le programme renvoie toujours 0 ou $\frac{1}{n}$. Repère l'erreur et corrige-la.

c. Une fois corrigé, `frequence(625)` renvoie `0.0928`. Combien de pièces défectueuses ont été simulées ?

d. Un deuxième appel renvoie `0.0672`. Sacha dit : « Le programme est faux, il devrait redonner 0,092 8. » A-t-il raison ? Justifie.

e. Les deux fréquences sont-elles dans l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$? Justifie.

Ex. 5 ★★☆ **Tickets à gratter : la fréquence se stabilise** — Un jeu annonce que 25 % des tickets sont gagnants : $p = 0{,}25$. Yanis simule des échantillons de tailles croissantes et compte les tickets gagnants k.

n	10	100	1 000	10 000
k	4	21	262	2 493

(a) Calcule la fréquence $f = \frac{k}{n}$ de tickets gagnants pour chaque taille n.

(b) Calcule l'écart $|f - p|$ pour chaque taille n.

(c) Décris l'évolution de f quand n augmente. f devient-elle égale à 0,25 ?

(d) Yanis dit : « Sur 10 tickets, $f = 0{,}4$: le jeu ment, il y a plus de 25 % de gagnants. » A-t-il raison ? Justifie à l'aide du tableau.

Ex. 6 ★★★ **Sondage vélo : 95 %, pas 100 %** — Une mairie annonce que 35 % des habitants vont au travail à vélo : on prend $p = 0{,}35$. Ambre interroge $n = 400$ habitants tirés au hasard. 119 d'entre eux vont au travail à vélo.

(a) Calcule la fréquence f de cyclistes dans l'échantillon d'Ambre, en écriture décimale puis en pourcentage.

(b) Calcule l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ pour $n = 400$. La fréquence f y appartient-elle ?

(c) Yohan affirme : « f est hors de l'intervalle, donc c'est certain : il n'y a pas 35 % de cyclistes. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) La mairie fait réaliser 60 sondages de 400 habitants chacun. Combien de sondages environ devraient donner une fréquence hors de l'intervalle calculé pour $n = 400$?

(e) Calcule l'intervalle de 2nde pour un échantillon de 1 600 habitants. Par combien sa largeur est-elle divisée par rapport à celle obtenue pour $n = 400$?

Ex. 7 ★★★ **Pile ou face : pas de compensation** — Lucas lance une pièce équilibrée : la probabilité d'obtenir face est $p = 0{,}5$ à chaque lancer, et les lancers sont indépendants. Il vient d'obtenir face 8 fois de suite. Il déclare : « Au prochain lancer, pile est plus probable : la pièce doit compenser. »

(a) Lucas a-t-il raison ? Justifie à l'aide de la probabilité d'obtenir pile au 9e lancer.

(b) Ben simule n lancers en codant 1 pour face et 0 pour pile. Explique pourquoi la moyenne m de cet échantillon est la fréquence f de face.

(c) Ben obtient ces nombres k de faces :

n	100	2 500	40 000
k	56	1 280	20 160

Calcule l'excédent $k - \frac{n}{2}$ pour chaque n. Les piles ont-ils « compensé » les faces ?

Ex. 7 (suite)

(d) Exprime $f - 0{,}5$ en fonction de l'excédent et de n, puis calcule-le pour chaque n. Pourquoi f se rapproche-t-elle de 0,5 sans compensation ?

(e) Calcule l'intervalle de 2nde pour $n = 40\,000$. Un excédent de 160 faces est-il surprenant pour une pièce équilibrée ? Justifie.

Ex. 8 ★★★ **La roue de la kermesse** — À la kermesse, Malo tient une roue à 10 secteurs. La fonction `gain()` simule le gain X, en euros, d'une partie.

```
from random import randint
def gain():
    r = randint(1, 10)
    if r == 1:
        return 8
    elif r <= 4:
        return 2
    else:
        return 0
```

(a) Donne la loi de X sous forme de tableau. Justifie chaque probabilité à partir du programme.

(b) Calcule l'espérance $\mu = E(X)$.

(c) Écris une fonction `moyenne(n)` qui renvoie la moyenne m d'un échantillon de taille n de la loi de X. Précise où placer `return s / n`.

(d) Malo obtient :

n	20	200	2000
m	1,9	1,27	1,418

Calcule $|m - \mu|$ pour chaque n et commente.

(e) Une partie coûte 1,50 €. Environ quel bénéfice la kermesse peut-elle espérer sur 2 000 parties ? Justifie avec μ.

2. *Simuler une variable aléatoire en Python*

À retenir : Seuils = probabilités cumulées : pour 0,1 ; 0,7 ; 0,2, on teste `u < 0.1` puis `u < 0.8`, et la dernière valeur va dans le else. Un seul `u = random()` par tirage. Bernoulli : 1 si `random() < p`. `randint(0, 9) <= 2` : $\frac{3}{10}$.

Ex. 9 ★☆☆ **Probabilité qu'un test soit vrai** — Automatismes. On note `u = random()`. Donne la probabilité que chaque test soit vrai.

(a) `u < 0.35`

(b) `0.2 <= u < 0.65`

(c) `u >= 0.72`

(d) `randint(1, 6) <= 4`

(e) `randint(0, 4) <= 1`

(f) `randint(1, 20) < 5`

Ex. 9 **(suite)**

(g) `randint(5, 12) == 12`

Ex. 10 ★☆☆ **Seuils cumulés** — Automatismes. On simule une variable aléatoire avec `u = random()` et des tests `if`, `elif`, `else`.

(a) X vaut 1, 2 ou 3 avec les probabilités 0,15 ; 0,45 ; 0,4. Donne les deux seuils à écrire dans le programme.

(b) X vaut -1, 0 ou 4 avec les probabilités 0,25 ; 0,6 ; 0,15. Pour quelles valeurs de u le programme doit-il renvoyer 0 ?

(c) Un programme renvoie 10 si `u < 0.08`, sinon 20 si `u < 0.66`, sinon 50. Donne $P(X = 20)$ et $P(X = 50)$.

(d) X vaut 0, 1, 2 ou 3 avec les probabilités 0,1 ; 0,35 ; 0,4 ; 0,15. Donne les trois seuils à écrire dans le programme.

(e) Pour une loi 0,24 ; 0,46 ; 0,3, un élève écrit les seuils 0,24 puis 0,46. Avec quelle probabilité son programme renvoie-t-il la 2e valeur ?

(f) X vaut 2, 5 ou 9 avec les probabilités 0,4 ; 0,35 ; 0,25. Quelle valeur va dans le else, et pour quels u ?

Ex. 11 ★★☆ **Retrouver la loi d'un jeu de fléchettes** — X est le nombre de points marqués par Noé en un lancer de fléchette. Voici la fonction qui le simule :

```
from random import random
def lancer():
    u = random()
    if u < 0.12:
        return 5
    elif u < 0.4:
        return 2
    else:
        return 0
```

(a) Noé affirme que la fonction renvoie 2 avec la probabilité 0,4. A-t-il raison ? Justifie.

(b) Donne la loi de probabilité de X.

(c) Calcule l'espérance $E(X) = \mu$.

(d) Modifie le programme pour que $P(X = 5) = 0{,}2$, sans changer $P(X = 2)$.

Ex. 12 ★★☆ **Corriger le programme de Malik** — Une machine à café tombe en panne X fois par semaine : 0, 1 ou 2 fois, avec les probabilités 0,65 ; 0,25 ; 0,1. Malik écrit :

```
from random import random
def pannes():
    if random() < 0.65:
        return 0
    elif random() < 0.25:
        return 1
    else:
        return 2
```

(a) Les deux appels à `random()` sont indépendants. Avec quelle probabilité ce programme renvoie-t-il 1 ?

(b) Avec quelle probabilité ce programme renvoie-t-il 2 ?

(c) Malik ne tire plus qu'un seul `u = random()`, mais garde `elif u < 0.25`. Avec quelle probabilité obtient-il 1 ?

Ex. 12 **(suite)**

(d) Écris le programme correct.

Ex. 13 ★★☆ **Pièces défectueuses** — Dans une usine, chaque pièce est défectueuse avec la probabilité 0,08. D vaut 1 si la pièce est défectueuse, et 0 sinon.

(a) Écris une fonction `defaut()` qui simule D avec `random()`.

(b) Sofiane teste plutôt `randint(1, 100) <= 8`. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Lina teste `randint(0, 100) < 8`. A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Quelle formule faut-il écrire en A1 d'un tableur pour simuler D ? Comment obtenir un échantillon de taille 500 ?

(e) Donne l'espérance μ et l'écart type σ de D (arrondi à 10^{-4}).

Ex. 14 ★★★ **La roue de la kermesse** — À la kermesse, Zoé tient une roue. Le gain X d'une partie, en euros, est simulé par la fonction suivante :

```
from random import randint
def roue():
    k = randint(1, 20)
    if k <= 3:
        return 10
    elif k <= 9:
        return 2
    else:
        return 0
```

(a) Donne la loi de X simulée par `roue()`. Justifie en comptant les entiers concernés.

(b) Le ticket coûte 2 €. Calcule $E(X)$. Sur un grand nombre de parties, la kermesse gagne-t-elle de l'argent en moyenne ? Justifie.

(c) Rayan remplace les tests par `k < 3` et `k < 9`. Quelle loi sa fonction simule-t-elle ? Calcule son espérance.

(d) Réécris `roue()` pour simuler la loi de la première question avec un seul appel à `random()`. Justifie tes seuils.

Ex. 15 ★★★ **Le programme de Chloé à réparer** — Y est le nombre de buts marqués en un match par l'équipe de hockey de Chloé. Sa loi est :

y_i	0	1	2	3
P(Y = y_i)	0,1	0,25	0,4	0,25

Après `from random import random`, Chloé la simule ainsi :

```
def buts():
    u = random()
    if u < 0.1:
        return 0
    elif u < 0.25:
        return 1
    elif u < 0.4:
        return 2
    elif u < 0.25:
        return 3
```

(a) Pour chacune des valeurs 0, 1, 2 et 3, donne la probabilité que `buts()` la renvoie.

(b) Avec quelle probabilité `buts()` ne renvoie-t-elle aucun nombre ? Explique les deux erreurs de Chloé.

(c) Écris une fonction `buts()` correcte, avec un seul appel à `random()`.

(d) La cellule A1 d'un tableur contient =ALEA(). Avec la fonction SI(test;si vrai;si faux), écris en B1 une formule qui affiche une valeur de Y.

Ex. 16 ★★★ **Lancers francs : choisir le bon test** — Hugo réussit un lancer franc avec la probabilité 0,35. R vaut 1 si le lancer est réussi, et 0 sinon. On cherche des tests qui sont vrais avec la probabilité 0,35.

(a) Parmi `randint(1, 20) <= 7`, `randint(0, 20) <= 7`, `randint(0, 19) < 7` et `randint(1, 20) < 7`, lesquels conviennent ? Justifie pour chacun.

(b) Léo propose le test `random() > 0.65` et Ben le test `random() <= 0.35`. Ces tests conviennent-ils ? Justifie.

(c) Hugo progresse : il réussit maintenant avec la probabilité 0,355. Explique pourquoi `randint(1, 20)` ne suffit plus, puis propose un test avec `randint`.

(d) Avec =ALEA.ENTRE.BORNES et la fonction SI(test;si vrai;si faux), écris une formule de tableur qui affiche 1 avec la probabilité 0,35, et 0 sinon.

3. *Moyenne d'un échantillon de taille n*

À retenir : Moyenne d'un échantillon : $m = \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$. En Python : s = 0 avant la boucle, une valeur ajoutée par tour, return s / n après la boucle. μ est fixe, m fluctue. Exemple : 1, 0, 1, 1 donne $m = f = 0{,}75$.

Ex. 17 ★★☆ **Calculer la moyenne d'un échantillon** — Calcule la moyenne m de l'échantillon ou la distance demandée.

(a) Une variable vaut 1 si un client paie sans contact et 0 sinon. Échantillon de taille 8 : 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1. Calcule m puis dis ce qu'elle représente.

(b) Voici les résultats de 20 lancers d'une toupie :

Valeur	1	2	5
Effectif	12	6	2

Calcule m.

(c) Pour l'échantillon 12, 15, 9, 14, 10 (en minutes), Laura écrit $m = \frac{60}{4} = 15$. Corrige son calcul.

(d) Sur 400 pièces tirées au hasard, 26 sont défectueuses. On pose $X = 1$ si la pièce est défectueuse et 0 sinon. Calcule m.

(e) On a $\mu = 1{,}5$ et $m = 1{,}38$. Calcule $|m - \mu|$.

(f) On a $\mu = 7$ et Sami trouve $m - \mu = -0{,}4$. Donne la distance $|m - \mu|$.

Ex. 18 ★★☆ **Lire un programme de moyenne** — Hugo simule les lancers d'un dé tétraédrique avec ce programme :

```
from random import randint

def moyenne(n):
    s = 0
    for k in range(n):
        s = s + randint(1, 4)
    return s / n
```

(a) Donne la loi de la valeur X ajoutée à chaque tour.

(b) Calcule $\mu = E(X)$.

(c) Combien de valeurs sont additionnées quand on appelle `moyenne(30)` ?

(d) Quelle ligne faut-il modifier pour simuler un dé à 6 faces ? Écris-la.

(e) Que renverrait `moyenne(30)` si la ligne `return s / n` était indentée dans la boucle ?

(f) Deux appels de `moyenne(30)` donnent 2,4 puis 2,7. Léo en conclut que le programme est faux. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 19 ★★☆ **Le programme d'Inès qui ne marche pas** — Une graine germe avec la probabilité 0,35. Inès veut calculer la fréquence de germination dans un échantillon de n graines :

```
from random import random

def frequence(n):
    for k in range(n):
        s = 0
        if random() < 0.35:
            s = s + 1
    return s / (n - 1)
```

(a) Quelle variable de Bernoulli X est simulée à chaque tour ? Donne $\mu = E(X)$.

(b) Repère l'erreur sur la place de `s = 0`. Explique quelle valeur prend alors `s` à la fin de la boucle.

(c) Repère la deuxième erreur, puis écris le programme corrigé.

(d) Avec le programme corrigé, `frequence(200)` renvoie 0,315. Que vaut `s` à la fin de la boucle ? Calcule $|m - \mu|$.

Ex. 20 ★★☆ **Attente à la cantine** — On modélise le temps d'attente X (en minutes) à la cantine par la loi :

x_i	2	5	10
P(X = x_i)	0,5	0,4	0,1

Sur 50 jours tirés au hasard, Noé a relevé ces temps :

Temps	2	5	10
Jours	28	17	5

(a) Calcule l'espérance $\mu = E(X)$.

(b) Calcule la moyenne m de l'échantillon de Noé.

(c) Calcule la distance $|m - \mu|$.

(d) Noé affirme : « m est différente de μ, donc la loi proposée est fausse. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 21 ★★☆ **Estimer la part des cyclistes** — Maëlle veut estimer la proportion p, inconnue, des habitants de sa ville qui vont au travail à vélo. Elle code 1 pour « à vélo » et 0 sinon. Elle interroge des échantillons tirés au hasard :

n	20	100	500	2000
f	0,3	0,18	0,226	0,214

(a) Explique pourquoi chaque fréquence f est aussi la moyenne m d'un échantillon.

(b) Calcule le nombre de cyclistes dans l'échantillon de taille 500, puis dans celui de taille 2\,000.

(c) Quelle valeur choisis-tu pour estimer p ? Justifie.

(d) Vrai ou faux : « p vaut exactement 0,214. » Justifie.

(e) Vrai ou faux : « Interroger les 500 premières personnes qui passent devant la gare donne un échantillon tiré au hasard. » Justifie.

Ex. 22 ★★★ **La roue de la kermesse** — À la kermesse, une roue fait gagner X euros : 0 avec la probabilité 0,55, 2 avec la probabilité 0,3 et 5 avec la probabilité 0,15. La fonction `roue()` simule un gain. Pour calculer le gain moyen sur n parties, Léon écrit :

```
def moyenne(n):
    for k in range(n):
        s = 0
        s = s + roue()
        return s / n
```

(a) Calcule l'espérance $\mu = E(X)$ du gain sur une partie.

(b) Léon lance `moyenne(20)`. Combien de gains simulés sont réellement utilisés ? Que renvoie la fonction ? Justifie.

(c) Réécris la fonction correctement et explique pourquoi chaque ligne déplacée doit l'être.

(d) Corrigée, `moyenne(20)` renvoie 1,6 et `moyenne(2000)` renvoie 1,37. Calcule $|m - \mu|$ dans chaque cas, puis commente.

(e) Une partie coûte 1,50 €. Que peut espérer gagner l'organisateur par partie, sur un grand nombre de parties ? Les 20 parties simulées plus haut permettaient-elles de le constater ? Justifie.

Ex. 23 ★★★ **Des bulles dans les carreaux** — Dans une usine de céramique, X est le nombre de bulles sur un carreau. Sacha tire au hasard un échantillon de 80 carreaux et compte les bulles :

Bulles	0	1	2	3
Effectif	38	25	12	5

(a) Sacha trouve $m = \frac{0+1+2+3}{4} = 1{,}5$. Explique son erreur et calcule la bonne moyenne m de l'échantillon.

(b) On pose $Y = 1$ si le carreau n'a aucune bulle et $Y = 0$ sinon. Calcule la moyenne des 80 valeurs de Y. Que représente ce nombre ?

(c) Le fournisseur annonce la loi : $P(X = 0) = 0{,}5$; $P(X = 1) = 0{,}3$; $P(X = 2) = 0{,}15$; $P(X = 3) = 0{,}05$. Calcule $\mu = E(X)$, puis $|m - \mu|$.

(d) D'après la loi du fournisseur, quelle est l'espérance de Y ? Calcule la distance entre cette espérance et la moyenne des valeurs de Y trouvée plus haut.

(e) Un collègue tire au hasard 120 autres carreaux et trouve une moyenne de 0,65 bulle. Calcule la moyenne des 200 carreaux réunis. Pourquoi n'est-ce pas $\frac{0{,}8+0{,}65}{2}$?

Ex. 24 ★★★ **Le dé à huit faces de Wassim** — Wassim veut simuler n lancers d'un dé équilibré à huit faces, numérotées de 1 à 8, et calculer leur moyenne :

```
from random import randint

def moyenne(n):
    s = 0
    for k in range(n):
        s = s + k
    return s / n
```

(a) Donne la loi du résultat X d'un lancer du dé, puis calcule $\mu = E(X)$.

(b) Combien de tours fait la boucle pour `moyenne(10)` ? Quelles valeurs sont ajoutées à `s` ? Que renvoie l'appel ?

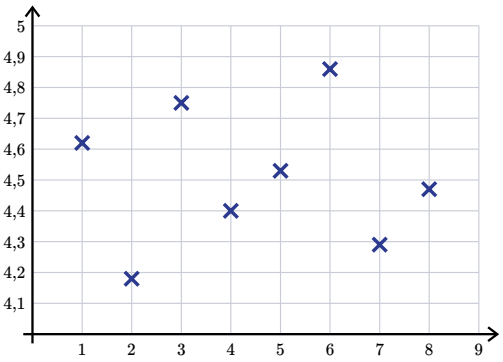
(c) Wassim relance plusieurs fois `moyenne(10)` et obtient toujours 4,5, soit μ. Pourquoi cela doit-il l'alerter ? Calcule ce que renvoie `moyenne(100)`, puis corrige le programme.

(d) Avec le programme corrigé, Wassim obtient :

n	10	100	1000	10000
m	5,2	4,37	4,541	4,4968

Calcule $|m - \mu|$ pour chaque n et commente.

(e) Voici huit moyennes d'échantillons de taille 50 :



Clara affirme : « L'espérance de X change d'un échantillon à l'autre. » Vrai ou faux ? Justifie.

4. *L'écart $2\sigma/\sqrt{n}$*

À retenir : Dans environ 95\,\% des échantillons de taille n : $|m - \mu| \leqslant \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ (constat de simulation).

L'intervalle est centré sur μ et utilise σ, pas $V(X)$. Ex. : $V(X) = 0{,}81$, $n = 36$: $\frac{2\times 0{,}9}{6} = 0{,}3$.

Ex. 25 ★☆☆ **Calculer l'écart $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$** — Calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ dans chaque cas.

(a) $\sigma = 5$ et $n = 100$.

(b) $\sigma = 1{,}8$ et $n = 36$.

(c) $V(X) = 0{,}64$ et $n = 64$.

(d) $\sigma = 4$ et $n = 25$. Léo trouve $\frac{2\times 4}{25} = 0{,}32$. Corrige son calcul.

Ex. 25 (suite)

(e) X suit une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}1$ et $n = 400$.

(f) $V(X) = 2{,}25$ et $n = 100$.

(g) X suit une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}15$ et $n = 50$: donne l'arrondi à 10^{-3}, en n'arrondissant qu'à la fin.

Ex. 26 ★☆☆ **Écrire et lire l'intervalle centré sur μ** — Réponds en une ou deux lignes.

(a) $\mu = 50$ et $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}5$: écris l'intervalle $\left[\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$.

(b) Traduis $|m - 7| \leqslant 0{,}3$ par un encadrement de m.

(c) Traduis $4{,}6 \leqslant m \leqslant 5{,}4$ par une inégalité avec une valeur absolue.

(d) $\mu = 4{,}5$, $V(X) = 1{,}21$ et $n = 121$: écris l'intervalle centré sur μ.

(e) X suit une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}5$ et $n = 625$: écris l'intervalle centré sur μ.

(f) $\mu = 10$, $m = 10{,}6$ et $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 0{,}4$. Un élève écrit l'intervalle $[10{,}2 ; 11]$. Corrige son erreur.

(g) $\mu = 2$, $\sigma = 0{,}9$ et $n = 81$: situe $m = 2{,}15$ par rapport à l'intervalle.

Ex. 27 ★★☆ **Le stand de la kermesse** — À la kermesse, Inès tient un stand. Chaque ticket donne au joueur un lot de valeur X (en euros). Voici la loi de X :

x_i	2	4	10
P(X = x_i)	0,7	0,2	0,1

(a) Calcule l'espérance $E(X) = \mu$.

(b) Calcule $V(X)$, puis l'écart type σ.

(c) Pour des échantillons de $n = 100$ tickets, calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ et écris l'intervalle centré sur μ.

(d) Sur 100 tickets, la valeur moyenne des lots est de 3,75 €. Situe cette moyenne et conclus par une phrase dans le contexte.

Ex. 28 ★★☆ **Le programme de Malo** — Une enquête annonce que 36 % des lycéens d'une ville viennent à vélo. On interroge un lycéen : X vaut 1 s'il vient à vélo, 0 sinon. Malo écrit ce programme (les lignes sont numérotées de 1 à 10) :

```
from random import random
c = 0
for k in range(1000):
    s = 0
    for i in range(144):
        if random() < 0.36:
            s = s + 1
    if abs(s / 144 - 0.36) <= 2 * 0.2304 / 12:
        c = c + 1
print(c / 1000)
```

(a) Que simulent les lignes 6 et 7 ? Que valent ici la taille n d'un échantillon et le nombre N d'échantillons ?

(b) Calcule σ, puis $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$.

(c) La ligne 8 contient une erreur. Laquelle ? Corrige-la.

(d) Avec l'erreur, la proportion affichée serait-elle plus grande ou plus petite que 0,95 environ ? Justifie.

(e) Le programme corrigé, lancé cinq fois, affiche :

Essai	1	2	3	4	5
Sortie	0,951	0,947	0,958	0,944	0,953

Pourquoi ces sorties diffèrent-elles ? Que représente 0,951 ?

Ex. 29 ★★☆ **Tablettes de chocolat : deux tailles d'échantillon** — Dans une chocolaterie, la masse X (en g) d'une tablette a pour espérance $\mu = 100$ et pour écart type $\sigma = 1{,}2$. Nora contrôle des échantillons de tablettes.

(a) Pour $n = 36$ tablettes, calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ et écris l'intervalle centré sur μ.

(b) Fais le même calcul pour $n = 144$. Quand n est multiplié par 4, par combien la demi-largeur est-elle divisée ?

(c) Vrai ou faux ? Justifie. « Environ 95\,\% des tablettes ont une masse dans l'intervalle trouvé pour $n = 36$. »

(d) Vrai ou faux ? Justifie. « En 1re, on démontre que $|m - \mu| \leqslant \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ dans environ 95\,\% des échantillons. »

(e) Un échantillon de 144 tablettes a une masse moyenne $m = 100{,}3$ g. Situe m et conclus par une phrase dans le contexte.

Ex. 30 ★★★ **Les flèches de Lucie** — Au tir à l'arc, chaque flèche de Lucie rapporte X points. Voici la loi de X :

x_i	0	1	3
P(X = x_i)	0,5	0,2	0,3

On étudie des échantillons de taille $n = 169$ flèches, et m est la moyenne des points d'un échantillon.

(a) Calcule l'espérance $E(X) = \mu$, puis la variance $V(X)$ et l'écart type σ.

(b) Calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$, puis écris l'intervalle $\left[\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$.

Ex. 30 (suite)

(c) Sur 169 flèches, Lucie obtient une moyenne de 1,35 point. Situe cette moyenne et conclus par une phrase dans le contexte.

(d) Théo utilise $V(X)$ à la place de σ pour calculer $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$, et dit que 1,35 est « normal ». Repère son erreur et explique ce qu'elle change à la conclusion.

(e) Jade affirme : « Donc environ 95\,\% des flèches de Lucie rapportent un nombre de points situé dans cet intervalle. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 31 ★★★ **Les graines d'Elsa** — Un semencier annonce que 90\,\% de ses graines germent. Pour une graine, X vaut 1 si elle germe, 0 sinon. Elsa simule $N = 200$ échantillons de taille $n = 100$ graines. Elle compte ceux pour lesquels $|m - \mu| \leqslant \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ (lignes numérotées de 1 à 10) :

```
from random import random
c = 0
s = 0
for j in range(200):
    for i in range(100):
        if random() < 0.9:
            s = s + 1
    if abs(s / 100 - 0.9) <= 0.06:
        c = c + 1
print(c / 200)
```

(a) Calcule μ et σ, puis justifie la valeur 0,06 écrite à la ligne 8.

(b) Traduis la condition de la ligne 8 par un encadrement de la fréquence `s / 100` de graines qui germent.

(c) Elsa obtient 0,005. Trouve l'erreur de son programme, explique son effet et corrige-la.

(d) Programme corrigé, cinq exécutions :

Exécution	1	2	3	4	5
Proportion	0,965	0,955	0,98	0,97	0,96

Maëlle : « Pour que ces proportions fluctuent moins, il faut augmenter la taille $n = 100$. » Vrai ou faux ? Justifie.

(e) Par quelle taille n faut-il remplacer 100 pour diviser par 3 la demi-largeur $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$? Vérifie par le calcul.

Ex. 32 ★★★ **Le temps de réaction de Hugo** — Le temps de réaction X (en ms) d'un adulte à un signal sonore a pour espérance $\mu = 250$. Son écart type σ n'est pas donné. Des simulations montrent que, pour des échantillons de taille $n = 64$, dans environ 95\,\% des échantillons, la moyenne m est dans $[245\,;255]$.

(a) Déduis de l'intervalle la valeur de $\frac{2\sigma}{\sqrt{64}}$, puis celle de σ.

(b) Écris une fonction Python `d(n)` qui renvoie $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$. Donne `d(256)` et `d(1024)`, puis énonce la règle observée.

(c) Hugo : « Avec $n = 256$, ma moyenne m a environ 95\,\% de chances d'être égale à 250 ms. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 32 (suite)

(d) Un échantillon de 256 mesures donne $m = 253$ ms. Situe cette moyenne. Même question si elle venait de 64 mesures. Explique la différence.

(e) Pour $n = 500$, calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ arrondi au centième, sans arrondir $\sqrt{500}$ en cours de calcul. Écris ensuite l'intervalle centré sur μ.

5. *Effet de la taille de l'échantillon*

À retenir : $d(n) = \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ ne dépend pas de μ, croît avec σ ; largeur $= 2d(n)$. Règle des carrés : $d(k^2 n) = \frac{d(n)}{k}$. Ex. : $n \times 4$ divise d par 2 (pas par 4), $n \times 100$ par 10, $n \times 2$ par $\sqrt{2}$ seulement.

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes : demi-largeur, largeur, intervalle** — On note $d(n) = \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ la demi-largeur de l'intervalle $\left[\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$. Calcule de tête.

(a) $\sigma = 1{,}5$ et $n = 36$: calcule $d(n)$.

(b) $\sigma = 1{,}8$ et $n = 81$: calcule la largeur $2d(n)$ de l'intervalle.

(c) X suit une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}1$ et $n = 900$: calcule σ, puis $d(n)$.

(d) $\sigma = 0{,}8$ et $n = 400$: calcule $d(n)$.

(e) $\mu = 50$, $\sigma = 4$ et $n = 16$: écris l'intervalle.

(f) $\mu = 80$, $\sigma = 4$ et $n = 16$: donne $d(n)$ puis l'intervalle. Compare avec la question précédente.

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes : la règle des carrés** — σ est fixé et $d(n) = \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$. Utilise la règle des carrés $d(k^2 n) = \frac{d(n)}{k}$, sans chercher σ.

(a) $d(100) = 0{,}6$: calcule $d(400)$.

(b) $d(50) = 0{,}9$: calcule $d(5\,000)$.

(c) $d(n) = 0{,}42$: calcule $d(9n)$.

(d) $d(n) = 0{,}2$: calcule $d(2n)$, arrondie au millième.

(e) Par quel nombre faut-il multiplier n pour diviser $d(n)$ par 5 ?

(f) $d(1\,600) = 0{,}05$: calcule $d(100)$.

Ex. 35 ★★☆ **Vrai ou faux : les trajets d'Inès** — Un trajet en tram dure X minutes, avec $E(X) = \mu = 18$ et $\sigma = 2{,}4$. Inès relève des échantillons de n trajets et calcule leur moyenne m. Vrai ou faux ? Justifie.

(a) « Si je relève deux fois plus de trajets, l'intervalle devient deux fois plus étroit. »

(b) « Si l'espérance passe de 18 à 25 min, avec le même n, l'intervalle devient plus large. »

(c) « Pour $n = 36$, l'intervalle a pour largeur 0,8. »

Ex. 35 (suite)

(d) « Pour des trajets à vélo d'écart type 4,2 min, avec $n = 36$ aussi, l'intervalle est plus large. »

Ex. 36 ★★☆ **Contrôle des bouchons : un tableau de d(n)** — Un bouchon a un diamètre X (en mm), avec $E(X) = \mu = 20$ et $\sigma = 0{,}5$. Ben écrit ce programme pour afficher $d(n)$.

```
from math import sqrt
sigma = 0.5
for k in range(1, 5):
    n = 25 * k * k
    d = ...
    print(n, round(d, 4))
```

(a) Complète la ligne 5 pour que le programme calcule $d(n) = \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$.

(b) Complète le tableau des valeurs affichées :

n	25	100	225	400
d(n)	…	…	…	…

(c) Quand n passe de 25 à 100, par combien d est-elle divisée ? Explique avec la règle des carrés.

(d) Ben règle mieux sa machine : σ passe à 0,25 mm. Quelle ligne modifies-tu ? Que deviennent les valeurs affichées ?

Ex. 37 ★★☆ **Deux sondages sur une piste cyclable** — Dans une ville, la proportion d'habitants favorables à une piste cyclable est $p = 0{,}5$. On note $X = 1$ si une personne interrogée est favorable, 0 sinon. Le sondage A interroge 400 personnes, le sondage B en interroge 2 500.

(a) Calcule l'écart type σ de X.

(b) Calcule la demi-largeur $d(n)$ pour le sondage A, puis pour le sondage B.

(c) Lucas affirme : « B interroge 6,25 fois plus de monde, donc il est 6,25 fois plus précis. » A-t-il raison ? Justifie.

(d) Dans le sondage B, 1 310 personnes sont favorables. Calcule la fréquence observée f et $|f - p|$, puis commente.

Ex. 38 ★★★ **Les pommes de trois vergers** — Lina pèse des pommes. On note X la masse d'une pomme (en g). Verger A : $E(X) = \mu = 150$ et $\sigma = 12$. Verger B : $\mu = 210$ et $\sigma = 12$. Verger C : $\mu = 150$ et $\sigma = 18$. Pour un échantillon de taille n, on note m sa moyenne et $d(n) = \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$.

(a) Pour $n = 64$, calcule $d(64)$ pour le verger A, puis pour le verger B. Explique pourquoi ces deux valeurs sont égales.

(b) Pour $n = 64$, écris l'intervalle $\left[\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ des vergers A et B. Un élève affirme : « Leur largeur vaut 3 g. » Corrige-le.

(c) Pour le verger C avec $n = 64$, calcule $d(64)$. Compare avec le verger A, puis explique la différence.

Ex. 38 **(suite)**

(d) Lina pèse 144 pommes du verger C. Calcule $d(144)$ et compare avec le verger A pour $n = 64$. Compare ensuite les rapports $\frac{18}{12}$ et $\frac{144}{64}$.

(e) Lina pèse 64 pommes du verger A et obtient $m = 154{,}2$ g. Situe m par rapport à l'intervalle, puis commente.

Ex. 39 ★★★ **Gauchers : démontrer puis exploiter la règle des carrés** — Dans un grand pays, la proportion de personnes gauchères est $p = 0{,}1$. On interroge n personnes au hasard. Pour chaque personne, on pose $X = 1$ si elle est gauchère et $X = 0$ sinon. On note f la fréquence observée et $d(n) = \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$.

(a) Calcule l'espérance μ et l'écart type σ de X.

(b) Démontre que, pour tout entier $k \geqslant 1$, on a $d(k^2 n) = \frac{d(n)}{k}$.

(c) Calcule $d(25)$. Utilise ensuite la règle des carrés pour compléter le tableau :

n	25	100	2 500	10 000
d(n)	?	?	?	?

(d) Noé affirme : « Interroger 10 000 personnes au lieu de 100, c'est 100 fois plus de personnes, donc l'intervalle est 100 fois plus étroit. » A-t-il raison ? Justifie.

(e) Ben interroge 400 personnes et Maëlle en interroge 1 600. Tous deux trouvent $f = 0{,}125$. Situe f dans l'intervalle $[p - d(n)\,;p + d(n)]$ de chacun, puis compare.

Ex. 40 ★★★ **L'attente à la boulangerie : un programme à corriger** — À la caisse d'une boulangerie, le temps d'attente X (en min) suit cette loi :

x_i	1	3	5
P(X = x_i)	0,18	0,64	0,18

Jules écrit ce programme pour afficher $d(n) = \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ pour $n = 25$, 100 et 400.

```
from math import sqrt
def demi_largeur(sigma, n):
    return 2*sigma/n
n = 25
for k in range(3):
    print(n, demi_largeur(1.2, n))
    n = 4 * n
```

(a) Montre que $E(X) = \mu = 3$ et que $\sigma = 1{,}2$.

(b) Pour $n = 25$, le programme affiche 0,096. Repère l'erreur, corrige la ligne 3, puis calcule la bonne valeur de $d(25)$.

(c) Déduis $d(100)$ et $d(400)$ de $d(25)$, sans refaire le calcul. Explique pourquoi le programme faux faisait diminuer d trop vite.

Ex. 40 **(suite)**

(d) Pour chaque taille n, Jules simule 1 000 échantillons. Il obtient la proportion des cas où $|m - \mu| \leqslant d(n)$:

n	25	100	400
Proportion	0,947	0,956	0,951

Que valent N et n ? Interprète.

(e) Pour $n = 400$, écris l'intervalle et sa largeur. Lise affirme : « La moyenne m est toujours dans cet intervalle. » Vrai ou faux ? Justifie.

6. *Proportion des cas sur N échantillons*

À retenir : c compte les échantillons où $|m - \mu| \leqslant \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$; c/N est une proportion d'échantillons, proche de 95 %, sans l'égaler, et elle fluctue. n = taille, N = nombre d'échantillons. Ex. : $\sigma = 2$, $n = 100$ donne $e = 0{,}4$.

Ex. 41 ★★☆ **Pots de confiture : le test en nombres** — Une machine remplit des pots. La masse X (en g) d'un pot a pour espérance $\mu = 250$ et pour écart type $\sigma = 6$. On prélève des échantillons de n pots. On note m la masse moyenne d'un échantillon.

(a) Calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ pour $n = 36$.

(b) Pour $n = 36$, écris l'intervalle $\left[\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\,;\mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$.

(c) Pour $n = 400$, écris le test `abs(m - mu) <= e` en mathématiques, avec les valeurs numériques.

(d) Un élève programme `e = 2 * sigma / n`. Quelle valeur obtient-il pour $n = 36$? Corrige la ligne.

(e) Par quel nombre $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ est-il divisé quand n passe de 36 à 900 ?

(f) Un échantillon de 36 pots a une masse moyenne $m = 251{,}3$ g. Passe-t-il le test ? Justifie.

Ex. 42 ★★☆ **Péage : lire un appel de proportion(N, n)** — À un péage, X est le nombre de passagers d'une voiture. Ben simule X et utilise la fonction `proportion(N, n)` du cours. Elle tire N échantillons de taille n et renvoie c/N, où c est le nombre d'échantillons qui vérifient $|m - \mu| \leqslant \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$.

(a) Dans l'appel `proportion(400, 25)`, donne le nombre d'échantillons et la taille de chacun.

(b) Combien de valeurs de X l'appel `proportion(400, 25)` tire-t-il en tout ?

(c) L'appel `proportion(400, 25)` renvoie 0,9425. Combien d'échantillons ont passé le test ?

(d) Pour cet appel, on sait que $\sigma = 0{,}9$. Calcule la demi-largeur $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ utilisée par le test.

Ex. 42 **(suite)**

(e) Vrai ou faux ? « 0,9425 signifie que 94,25\,\% des voitures ont un nombre de passagers dans l'intervalle. » Justifie.

(f) Vrai ou faux ? « Si je relance `proportion(400, 25)`, j'obtiendrai encore 0,9425. » Justifie.

Ex. 43 ★★☆ **Lancers francs : compléter le programme** — Lina réussit 36\,\% de ses lancers francs. X vaut 1 si un lancer est réussi et 0 sinon. `moyenne(n)` renvoie la fréquence de réussite sur n lancers simulés.

```
from math import sqrt
def proportion(N, n, mu, sigma):
    c = ...
    for i in range(N):
        m = moyenne(n)
        e = ...
        if abs(m - mu) <= e:
            c = c + 1
    return ...
```

(a) Donne l'espérance μ et l'écart type σ de X.

(b) Complète les trois pointillés du programme.

(c) Écris l'appel qui simule 1 000 séries de 100 lancers.

(d) Pour $n = 100$, calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$, puis écris le test sous la forme d'un encadrement de m.

(e) Cet appel renvoie 0,962. Interprète ce résultat dans le contexte.

Ex. 44 ★★☆ **Jeu de grattage : le programme d'Inès** — Le gain X (en €) d'un ticket suit la loi

x_i	0	1	3
P(X = x_i)	0,5	0,2	0,3

`moyenne(n)` renvoie le gain moyen de n tickets simulés. Inès écrit :

```
from math import sqrt
def proportion(N, n, mu, sigma):
    for i in range(N):
        c = 0
        m = moyenne(n)
        e = 2 * sigma / n
        if abs(m - mu) <= e:
            c = c + 1
    return c / n
```

(a) Calcule $E(X) = \mu$, $V(X)$ et σ.

(b) Le programme d'Inès contient trois erreurs. Repère-les et corrige-les.

(c) Pour $n = 169$, calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ et l'intervalle dans lequel doit se trouver m pour passer le test.

(d) Avec le programme corrigé, `proportion(500, 169, 1.1, 1.3)` renvoie 0,954. Inès dit : « Un ticket a 95,4 % de chances de rapporter entre 0,9 € et 1,3 €. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 45 ★★☆ **Graines : interpréter des exécutions** — 10\,\% des graines d'un sachet ne germent pas. X vaut 1 si une graine ne germe pas et 0 sinon. Léo exécute quatre fois `proportion(N, 400)` du cours, avec deux valeurs de N :

Exécution	1	2	3	4
N = 50	0,92	0,98	0,94	1
N = 2000	0,951	0,947	0,955	0,949

(a) Calcule σ, puis $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$, et traduis le test `abs(m - mu) <= e` par un encadrement de m.

(b) Lors de l'exécution 2 avec $N = 50$, combien d'échantillons ont passé le test ?

(c) Le 1 obtenu à l'exécution 4 avec $N = 50$ contredit-il le cours ? Justifie.

(d) Léo affirme : « La ligne $N = 2\,000$ est moins dispersée parce que ses échantillons contiennent plus de graines. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 46 ★★★ **Hotline : corriger le programme de Noé** — Une hotline reçoit X appels par minute, avec la loi

x_i	0	1	2
P(X = x_i)	0,1	0,6	0,3

`moyenne(n)` renvoie le nombre moyen d'appels sur n minutes simulées, et `sqrt` est déjà importée. Noé écrit :

```
def proportion(N, n):
    mu = 1.2
    sigma = 0.36
    c = 0
    for i in range(N):
        m = moyenne(n)
        e = 2 * sigma / sqrt(n)
        if abs(m - mu) <= e:
            c = c + 1
        return c / N
```

(a) Calcule $E(X) = \mu$, $V(X)$ et σ. Les lignes `mu = 1.2` et `sigma = 0.36` sont-elles justes ? Justifie.

(b) Pour $n = 36$, calcule `e` chez Noé, puis la valeur attendue $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$. Si c'était la seule erreur, quel serait son effet sur la proportion ?

(c) La ligne `return c / N` est mal indentée. Quelles valeurs la fonction de Noé peut-elle renvoyer pour $N = 500$? Corrige cette ligne.

(d) Une fois le programme corrigé, `proportion(500, 36)` renvoie 0,958. Ana écrit : « 95,8 % des minutes ont entre 1 et 1,4 appel. » Corrige sa phrase.

(e) Pour cet appel, combien de valeurs de X le programme a-t-il tirées ? Combien d'échantillons ont un nombre moyen d'appels hors de $[1\,;1{,}4]$?

Ex. 47 ★★★ **Projet de tram : une erreur sur mu** — Dans une ville, 50\,\% des habitants sont favorables à un tram. X vaut 1 si un habitant est favorable, 0 sinon. `moyenne(n)` renvoie la fréquence des favorables sur n habitants simulés. Zoé exécute trois fois `proportion(1000, 400)` du cours avec `mu = 0.5` et `sigma = 0.5`, puis trois fois avec `mu = 0.6` (sigma inchangé) :

Exécution	1	2	3
mu = 0.5	0,957	0,948	0,962
mu = 0.6	0,031	0,024	0,036

(a) Justifie que $\mu = 0{,}5$ et $\sigma = 0{,}5$, puis traduis le test `abs(m - mu) <= e` par un encadrement de m pour $n = 400$.

(b) Les trois valeurs de la ligne `mu = 0.5` sont différentes et aucune ne vaut 0,95. Zoé en conclut que son programme est faux. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Avec `mu = 0.6`, traduis le test par un encadrement de m, puis explique pourquoi la proportion s'effondre.

(d) Tom affirme : « `proportion(400, 1000)` fait la même expérience, puisqu'elle tire autant de valeurs. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 48 ★★★ **Téléphérique : de la loi à la proportion** — Au téléphérique, le temps d'attente X (en min) est simulé par `attente()` ci-dessous. `moyenne(n)` renvoie le temps moyen de n attentes simulées.

```
from random import random
def attente():
    r = random()
    if r < 0.18:
        return 1
    elif r < 0.82:
        return 3
    else:
        return 5
```

Exécutions de `proportion(1000, n)` du cours :

n	9	36	144
Proportion	0,947	0,958	0,952

(a) Lis la fonction `attente()` et donne la loi de X. Justifie chaque probabilité.

(b) Calcule $E(X) = \mu$, $V(X)$ et σ.

(c) Calcule $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ pour $n = 9$ et $n = 36$, puis retrouve sa valeur pour $n = 144$ sans refaire le calcul complet.

(d) Lucas affirme : « Avec $n = 144$, la proportion renvoyée devrait être bien plus proche de 1 qu'avec $n = 9$. » Vrai ou faux ? Justifie à l'aide du tableau.

(e) Un relevé réel de 144 attentes donne une moyenne de 3,35 min. Situe-la par rapport à $\left[\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ et commente.