Sixième / Droites parallèles et perpendiculaires — corrigé

benprof particulier.fr

1. *Point, droite, demi-droite, segment : notations*

Ex. 1 ★☆☆ **Automatisme : la bonne notation pour chaque trait**

(a) C'est une droite, car le trait continue des deux côtés : la droite (LM).

(b) C'est un segment, car le trait s'arrête en G et en K : le segment [GK].

(c) Faux. Seul le segment [GK] s'arrête des deux côtés : il a une longueur, qui s'écrit GK, sans crochets. La droite (LM) et la demi-droite [RT) ne s'arrêtent pas : elles n'ont pas de longueur.

(d) Non. Le trait part de R (il s'arrête en R), passe par T et continue après T. C'est la demi-droite [RT), d'origine R. [TR) partirait de T et continuerait du côté de R.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatisme : $\in$ ou $\notin$?**

(a) $X \notin [VW]$: le segment s'arrête en W, et X est après W.

(b) $X \in [VW)$: la demi-droite part de V, passe par W et continue après W, donc jusqu'à X.

(c) $V \in [XW)$: la demi-droite part de X, passe par W et continue du côté de W, donc jusqu'à V.

(d) $V \notin [WX)$: la demi-droite part de W et continue du côté de X, pas du côté de V.

(e) V, W et X. Le segment [VY] contient V, W, X et Y. La demi-droite [XV) part de X et continue du côté de V : elle contient X, W et V, mais pas Y, qui est de l'autre côté de X. Z n'est ni sur [VY] ni sur [XV).

(f) $Z \notin (WX)$: la droite (WX) est la droite tracée, et Z n'est pas dessus.

Ex. 3 ★★☆ **Une droite, plusieurs noms**

(a) Par exemple (NG), (GP) et (NP). On peut aussi écrire (PG) ou (PN) : une droite se nomme avec deux quelconques de ses points, dans n'importe quel ordre.

(b) Non. Par deux points distincts passe une seule droite. Si la règle passe par J et par P, elle ne peut plus tourner. Il y a une seule droite qui passe par J et P : la droite (JP), qu'on peut aussi nommer (PJ), (JL) ou (PL).

Ex. 3 (suite)

(c) Non. G et P sont sur la droite (GN), mais L n'est pas sur cette droite : $L \notin (GP)$.
Donc G, P et L ne sont pas sur une même droite : ils ne sont pas alignés.

(d) $(LP) = (PJ)$: L, P et J sont sur une même droite, et par deux points distincts passe une seule droite. $(JP) \neq (GP)$: J n'est pas sur la droite (GP) ; ce sont deux droites différentes, qui se coupent en P. $(CN) \neq (CG)$: C n'est pas sur la droite (GN), donc C, N et G ne sont pas alignés ; ces deux droites différentes se coupent en C.

Ex. 4 ★★☆ **La copie de Yanis**

(a) [DE] avec deux crochets désigne un segment, pas une droite. De plus, une droite est illimitée : elle n'a pas de longueur. Phrase correcte : « Le segment [DE] mesure 5 cm. »

(b) « DE = 5 cm » est correcte : DE (sans crochets) est un nombre, la longueur du segment. « [DE] = 5 cm » est fausse : [DE] est un objet (le segment), pas un nombre.

(c) Non. Le trait s'arrête en M et continue sans fin après K : c'est la demi-droite [MK), d'origine M. La droite (MK) continue aussi au-delà de M. La demi-droite n'est qu'une partie de la droite : ce n'est pas le même objet.

(d) Non. [MK] et [KM] sont bien le même segment : mêmes extrémités M et K. Mais [MK) a pour origine M et continue après K, alors que [KM) a pour origine K et continue après M : ce sont deux demi-droites différentes.

Ex. 5 ★★★ **Les piquets du jardin d'Inès**

(a) Une seule. Par deux points distincts, il passe une seule droite : la droite (FJ).

(b) 8 droites : (PQ), qui se nomme aussi (PH) ou (HQ), puis (PF), (PJ), (HF), (HJ), (QF), (QJ) et (FJ).

(c) P, H et Q sont alignés, donc les paires {P ; H}, {H ; Q} et {P ; Q} donnent la même droite : (PH) = (HQ) = (PQ). Malik a compté 3 droites au lieu d'une : $10 - 3 + 1 = 8$ droites.

Ex. 5 **(suite)**

(d) 10 droites. U est sur (PQ), donc les droites (UP), (UH) et (UQ) sont la droite (PQ), déjà comptée. Les seules droites nouvelles sont (UF) et (UJ) : $8 + 2 = 10$.

Ex. 6 ★★★ **Vrai ou faux sur une figure mélangée**

(a) Faux. Le trait continue au-delà de D et au-delà de Y : il ne s'arrête d'aucun côté. C'est la droite (DY), pas un segment.

(b) $D \in (WK)$: K, W et D sont alignés, donc D est sur la droite (WK). $D \notin [WK)$: la demi-droite part de W et continue du côté de K, et D est de l'autre côté de W.

(c) Faux. [WK) a pour origine W, [KW) a pour origine K. Elles n'ont pas la même origine et ne contiennent pas les mêmes points : par exemple $D \in [KW)$, mais $D \notin [WK)$.

(d) Le point Y. $W \in [NY]$, donc la demi-droite [NW) part de N, passe par W et continue jusqu'à Y : $Y \in [NW)$. Le segment [NW] s'arrête en W, et Y est après W : $Y \notin [NW]$.

(e) $W \in [NY]$, donc W est entre N et Y : $NW + WY = NY$. $WY = 5 - 2 = 3$ cm.

Ex. 7 ★★★ **Le programme de Chloé**

(a) Étape ① : [BE] est un segment, pas un nombre ; on écrit « Trace le segment [BE] tel que BE = 4 cm. »
Étape ③ : une droite s'écrit avec des parenthèses : « Trace la droite (EL). »

(b) On trace à la règle un segment [BE] (4 cm), arrêté en B et en E. On place L hors de la droite (BE). On trace la droite (EL), prolongée des deux côtés. On trace la demi-droite [LB) : elle part de L, passe par B et continue après B. On place Q sur cette demi-droite, après B.

(c) Oui. $Q \in [LB)$, donc Q est sur la droite (LB) : L, B et Q sont alignés. $Q \notin [LB]$, donc Q est au-delà de B. B est donc entre L et Q : $B \in [LQ]$.

(d) Non. [BL) part de B et continue du côté de L. Q est de l'autre côté de B, donc $Q \notin [BL)$. [LB) et [BL) n'ont pas la même origine : ce ne sont pas les mêmes demi-droites.

(e) Une seule : par deux points distincts passe une seule droite. $Q \in [LB)$, donc Q est sur la droite (LB), qui passe aussi par B : c'est la droite (LB). Ce n'est pas (EL) : $L \notin (BE)$, donc E, L et B ne sont pas alignés et (EL) ne passe pas par B.

2. *Appartenance et alignement*

Ex. 8 ★☆☆ **Automatisme : $\in$ ou $\notin$?**

(a) $E \in (KP)$: E est sur la droite.

(b) $V \notin (KP)$: V n'est pas sur la droite.

(c) $P \notin [KE]$: le segment s'arrête en E, et P est plus loin que E.

(d) $P \in [KE)$: la demi-droite part de K, passe par E et continue après E, donc elle passe par P.

(e) $K \notin [EP)$: la demi-droite part de E et continue du côté de P. K est de l'autre côté.

(f) $E \in [PK]$: E est entre P et K.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatisme : alignés sur quadrillage**

(a) Oui. De Z à N : 2 carreaux à droite et 1 vers le haut. De N à G : 4 à droite et 2 vers le haut, c'est deux fois le même déplacement. Les trois points sont donc sur une même droite.

(b) Non, même s'ils en ont l'air. Sur la droite (NG), on monte de 1 carreau quand on avance de 2. De N à W, on avance de 3 carreaux et on monte de 1 seulement : il faudrait 1,5.
Donc $W \notin (NG)$: N, W et G ne sont pas alignés.

(c) Par exemple, 2 carreaux à droite et 1 vers le haut (le même déplacement que de Z à N). Une autre réponse qui garde la même direction est juste aussi : 4 à droite et 2 vers le haut, etc.

(d) Un seul trait : les trois points sont alignés, donc une seule droite passe par Z, G et R.

Ex. 10 ★★☆ **Vrai ou faux sur une figure chargée**

(a) Faux : B, J et Y ne sont pas alignés (J est loin de la droite qui passe par B et Y). Par deux points distincts passe une seule droite. On obtient donc trois droites différentes : (BJ), (BY) et (JY).

(b) Faux : la seule droite qui passe par B et U est la droite (BL), et Y n'est pas dessus (il est un peu au-dessus). Donc $Y \notin (BU)$, et les trois points ne sont pas alignés.

(c) Pour un point, on n'emploie pas $\subset$ mais $\in$. U est entre B et L, donc on écrit $U \in [BL]$.

(d) Le point X. La demi-droite [JU) part de J, passe par U et continue au-delà de U : elle passe par X. Le segment [JU] s'arrête en U.
Donc $X \in [JU)$ mais $X \notin [JU]$.

Ex. 11 ★★☆ **Les ficelles du jardin**

(a) Une seule : par deux points distincts, il passe une seule droite, la droite (QC).

(b) Trois droites : (MD), (MC) et (DC). Les points M, D et C ne sont pas alignés, puisque C ∉ (QD) = (MD).

(c) Quatre droites. Q, M et D sont alignés, donc une seule droite les relie : (QD), qu'on peut aussi nommer (QM) ou (MD). Il faut ajouter (QC), (MC) et (DC). Cela fait $1 + 3 = 4$ droites.

(d) Oui : sur la figure, M est entre Q et D, donc M ∈ [QD].

Ex. 12 ★★★ **Les gares de la voie ferrée**

(a) E ∉ [FN] (le segment s'arrête en N, et E est après N) ; N ∈ [FH) (la demi-droite part de F, passe par H et continue après H) ; N ∉ [HF) (elle part de H vers F, du côté opposé à N) ; F ∉ [NE) (elle part de N vers E, et F est de l'autre côté de N).

(b) Non. N appartient bien à la droite (FH), mais l'ordre des gares est F, H, N, E : N est après H. Donc N n'est pas entre F et H, et N ∉ [FH].

(c) Non. Si H était sur (KN), la droite (KN) passerait par H et par N. Or une seule droite passe par H et N : c'est la voie (FH). K serait alors sur la voie, ce qui est faux. Le même raisonnement vaut pour F et pour E : la route ne rencontre la voie qu'en N.

(d) [HN) et [HE) ont la même origine H, et N et E sont du même côté de H : c'est la même demi-droite. [HN) part de H et [NH) part de N, et elles vont en sens contraires : ce ne sont pas les mêmes demi-droites.

(e) 4 droites. F, H et N sont alignés : une seule droite passe par ces trois points, la voie (FH), qu'on trace d'un seul trait à la règle. K n'est pas sur la voie, et aucune gare n'est sur la droite (KN) ni sur une autre droite issue de K : cela fait trois droites de plus, (KF), (KH) et (KN). Total : $1 + 3 = 4$, et non 6.

Ex. 13 ★★★ **Suivre un programme de construction**

(a) Je trace une droite (d) avec C, L et M dans cet ordre, puis P en dehors de (d). La demi-droite [PL) part de P, passe par L, traverse (d) et continue. G est placé sur [PL), au-delà de L.

(b) L ∈ [PG]. G ∉ [LP) : la demi-droite [LP) part de L et va du côté de P, alors que G est de l'autre côté de L.

Ex. 13 (suite)

(c) Non. M est au-delà de L. M ∈ [CL) parce que la demi-droite continue après L. Mais le segment [CL] s'arrête en L, donc M ∉ [CL].

(d) Non. L et M appartiennent à (d), et une seule droite passe par L et M : c'est (d). Comme P ∉ (d), les points P, L et M ne sont pas alignés.

(e) 6 droites. C, L et M sont alignés : un seul trait suffit, la droite (d). P, L et G sont alignés : la droite (PL). Les autres paires de points donnent chacune une droite différente : (CP), (CG), (MP) et (MG). Au total : $1 + 1 + 4 = 6$ droites.

Ex. 14 ★★★ **Le croquis du parc**

(a) Non. Le croquis n'est pas à l'échelle, donc on ne peut pas conclure en regardant. L'énoncé dit que F n'est pas sur l'allée, c'est-à-dire F ∉ (KM). Donc K, F et M ne sont pas alignés.

(b) Faux. La demi-droite [MW) part de M et va du côté de W. K est de l'autre côté de M, car l'ordre est K, M, W. Donc K ∉ [MW). En revanche, K ∈ [WM).

(c) 3 droites : (KF), (KM) et (FM). Comme K, F et M ne sont pas alignés (voir la première question), aucune de ces droites ne passe par le troisième point. Elles sont donc toutes différentes.

(d) K, M et W. [KM) part de K et passe par M puis par W. [WM) part de W et passe par M puis par K. Leurs points communs sont ceux du segment [KW] : K, M et W. F n'est sur aucune des deux, car F ∉ (KM).

(e) Par exemple : 1. Trace une droite. 2. Place deux points K et W sur cette droite. 3. Place un point M sur le segment [KW], c'est-à-dire entre K et W. 4. Place un point F qui n'appartient pas à la droite (KW) : F ∉ (KW). On obtient trois points alignés dans l'ordre K, M, W et un point F hors de l'allée.

3. *Droites sécantes*

Ex. 15 ★☆☆ **Nommer un point d'intersection**

(a) Les droites (KM) et (PN) se coupent en E : E est leur point d'intersection.

(b) Les droites (PM) et (KM) se coupent en M.

Ex. 15 **(suite)**

(c) Non. Deux droites sécantes ont un seul point d'intersection : ici c'est P. Le point N appartient à (PN), mais pas à (PM).

(d) $E \in (PN)$; $E \notin (PM)$; $N \notin (KM)$.

Ex. 16 ★☆☆ **Segments ou droites ?**

(a) Non : sur la figure, le segment [EF] s'arrête en F, avant d'atteindre [GH]. Les deux segments n'ont aucun point commun.

(b) Oui. Pour aller de E à F, on avance de 2 carreaux vers la droite et de 1 vers le haut. Pour aller de G à H, c'est 1 carreau vers la droite et 3 vers le haut. Les deux droites n'ont pas la même direction, donc elles ne sont pas parallèles : elles sont sécantes. Si on prolonge [EF] au-delà de F, on rencontre [GH] près de H. Les segments ne se coupent pas, mais les droites se coupent.

(c) Non. Pour aller de E à F comme de K à L, on avance de 2 carreaux vers la droite et de 1 vers le haut : (EF) // (KL). Deux droites parallèles ne se coupent jamais, même prolongées.

(d) Un seul point d'intersection : les deux droites ne vont pas dans la même direction, donc elles sont sécantes. Ce point n'est sur aucun des deux segments : on le trouve en prolongeant [GH] au-delà de H et [KL] au-delà de L.

Ex. 17 ★★☆ **Les carrefours d'un plan de ville**

(a) Il y a 2 carrefours : (EF) coupe (AB) en un point et (CD) en un autre point. Comme (AB) // (CD), ces deux rues ne se coupent jamais, même prolongées.

(b) La nouvelle rue ajoute 3 carrefours, un avec chacune des trois rues. On a donc $2 + 3 = 5$ carrefours.

(c) Une rue parallèle à (EF) ne coupe jamais (EF). Elle coupe seulement (AB) et (CD), ce qui ajoute 2 carrefours : $2 + 2 = 4$ carrefours.

(d) Non. Avec 4 droites, on peut former 6 paires de droites, donc il y a au plus 6 points d'intersection. Mais deux droites parallèles ne se coupent pas : ici, on trouve 5 ou 4 carrefours.

Ex. 18 ★★☆ **Elles ne se coupent pas… sur le dessin**

(a) Une droite est illimitée : on n'en voit qu'un morceau sur le dessin. L'écart entre les deux droites passe de 2,2 cm à 1,4 cm, il diminue de $2{,}2 - 1{,}4 = 0{,}8$ cm. Les droites se rapprochent : elles sont sécantes et se coupent hors du dessin. Elles ne sont pas parallèles.

Ex. 18 **(suite)**

(b) Il faut les prolonger du côté de S et de V, là où l'écart est le plus petit (1,4 cm). Tu trouveras un seul point d'intersection, comme pour toutes les droites sécantes.

(c) Faux. Deux droites parallèles ne se coupent jamais, même si on les prolonge très loin.

(d) Vrai. Deux droites perpendiculaires se coupent en formant un angle droit. Ce sont des droites sécantes particulières, qui ont un seul point d'intersection.

Ex. 19 ★★★ **Les allées du jardin de Maëlle**

(a) On sait que (AC) $\perp$ (AB) et (BD) $\perp$ (AB). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (AC) // (BD).

(b) On sait que (AC) // (BD) (question précédente) et (CD) $\perp$ (AC). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (CD) $\perp$ (BD).

(c) Lina se trompe : des droites perpendiculaires sont des sécantes particulières, qui forment un angle droit. Les droites (AC) et (CD) sont sécantes : elles se coupent en C.

(d) On sait que (AB) $\perp$ (AC) et (CD) $\perp$ (AC). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (AB) // (CD) : ces droites ne se coupent jamais, même prolongées. Elles ont 0 point d'intersection.

(e) Faux. Par un point donné, il passe une seule perpendiculaire à une droite. La seule perpendiculaire à (AC) passant par C est donc (CD).

Ex. 20 ★★★ **Le point d'intersection hors de la feuille**

(a) À la verticale de A, (CD) est 2 carreaux au-dessus de (AB). À la verticale de D, (AB) passe 2 carreaux au-dessus de A et D est 3 carreaux au-dessus de A : l'écart n'est plus que de $3 - 2 = 1$ carreau. L'écart diminue, donc les droites se rapprochent : elles ne sont pas parallèles. Elles sont sécantes, même si elles ne se coupent pas sur le dessin.

Ex. 20 **(suite)**

(b) (AB) monte d'1 carreau tous les 4 carreaux, donc de 2 carreaux tous les 8. (CD) monte d'1 carreau tous les 8. L'écart diminue donc d'1 carreau tous les 8 carreaux : il passe de 2 à 0 au bout de $2 \times 8 = 16$ carreaux. I est à 16 carreaux à droite de A et à $16 \div 4 = 4$ carreaux au-dessus de A, hors de la feuille.

(c) Sacha se trompe. Deux droites sécantes se coupent en un seul point. Vers la gauche, l'écart augmente : par exemple, 8 carreaux à gauche de A, il vaut 3 carreaux. (AB) et (CD) se coupent seulement en I.

(d) (AB) et (EF) suivent le même chemin sur les carreaux (4 vers la droite, 1 vers le haut) : elles sont parallèles et ne se coupent jamais. (AB) et (CD) se coupent en I. Vers la gauche, l'écart entre (EF) et (CD) diminue de 2 à 0 : ces droites se coupent en un point, 16 carreaux à gauche de E. Au total, il y a $0 + 1 + 1 = 2$ points d'intersection.

Ex. 21 ★★★ **Les barres du portail de Chloé**

(a) 1. Place deux points R et T tels que RT = 5 cm, puis trace la droite (RT). 2. À l'équerre, trace la perpendiculaire à (RT) passant par R et place dessus un point M tel que RM = 3 cm. 3. À l'équerre, trace la perpendiculaire à (RT) passant par T et place dessus un point K. 4. À la règle, trace la droite (MT). Code les deux angles droits.

(b) Faux. On sait que (RM) $\perp$ (RT) et (TK) $\perp$ (RT). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (RM) // (TK) : elles ne se coupent jamais, même prolongées.

(c) (RT) et (RM) se coupent en R. (RT), (TK) et (MT) passent toutes les trois par T. (RM) et (MT) se coupent en M. (RM) et (TK) sont parallèles. On trouve 3 points d'intersection : R, T et M
(et pas 5, car trois droites se coupent au même point T).

(d) On sait que (k) // (RT) et (TK) $\perp$ (RT). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (TK) $\perp$
(k).

Ex. 21 **(suite)**

(e) (k) // (RT) : elles ne se coupent pas. (k) passe par M, donc elle coupe (RM) et (MT) en M, un point déjà compté. (k) $\perp$ (TK) : elles sont sécantes en un nouveau point N. Il y a donc $3 + 1 = 4$ points d'intersection : R, T, M et N.

4. *Droites perpendiculaires : reconnaître et tracer*

Ex. 22 ★☆☆ **Lire le codage (automatismes)**

(a) Le petit carré est placé en O, au sommet de l'angle formé par les deux droites : elles forment un angle droit.
Donc (AO) $\perp$
(CO).

(b) Non. Le codage montre que (AO) $\perp$ (CO) : elles forment un angle droit en O, donc elles se coupent en O (un point d'intersection). Or deux droites parallèles ne se coupent jamais.
Donc (AO) et (CO) ne sont pas parallèles.

(c) Non, elle ne peut pas l'affirmer : il n'y a aucun codage en M, et la figure est à main levée. Il faut vérifier à l'équerre : on pose un côté de l'angle droit le long de (EM), le sommet en M, et on regarde si l'autre côté suit (GM). Si ce n'est pas le cas, les droites ne sont pas perpendiculaires.

Ex. 23 ★☆☆ **Perpendiculaires sur quadrillage (automatismes)**

(a) De A à B : 3 carreaux à droite, puis 1 en haut. De C à D : 1 carreau à gauche, puis 3 en haut.

(b) Non. Comme (AB) suit « 3 à droite, 1 en haut », sa perpendiculaire suit « 1 à gauche, 3 en haut » : c'est le cas de (CD), donc (CD) $\perp$ (AB). Mais (EF) suit « 1 à droite, 3 en haut » : elle n'est pas perpendiculaire à (AB). On le vérifie à l'équerre.

(c) À partir de G, je compte 1 carreau à gauche et 3 carreaux vers le haut, et je place un point G′. Je trace la droite (GG′) à la règle et je la prolonge jusqu'à ce qu'elle coupe (AB). Je vérifie l'angle droit à l'équerre et je le code.

Ex. 24 ★★☆ **Tracer à l'équerre : un point sur la droite ou hors de la droite**

(a) Je pose un côté de l'angle droit de l'équerre le long de (d). Je fais glisser l'équerre le long de (d) jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit passe par S. Je trace la droite le long de ce côté, puis je code l'angle droit au point où elle coupe (d).

(b) Je pose toujours un côté de l'angle droit le long de (d), mais je fais glisser l'équerre jusqu'à ce que le sommet de l'angle droit soit en R. Je trace le long de l'autre côté. La différence : le point d'intersection avec (d) est R lui-même, et le codage se place en R.

(c) Non. En posant l'équerre le long de (EF), Noé a tracé une perpendiculaire à (EF), pas à (d). Pour la perpendiculaire à (d), il faut poser un côté de l'angle droit le long de (d).

(d) Une seule : par un point donné, il passe une seule perpendiculaire à une droite.

Ex. 25 ★★☆ **Le pommier et la clôture**

(a) Le codage est placé au sommet H, entre J et M : l'angle droit est formé par [HJ] et [HM].
Donc (JH) $\perp$ (UV).

(b) Non. La distance d'un point à une droite est la longueur du segment perpendiculaire à la droite. On sait que (JH) $\perp$ (UV) et que H $\in$ (UV) : la distance de J à (UV) est JH = 3 cm sur le plan, soit 3 m dans le jardin. [JM] est oblique, il est plus long.

(c) Non. JH = 3 cm est la plus courte distance entre J et un point de la clôture : pour tout autre point N de (UV), JN est plus grande que 3 cm. JN ne peut donc pas valoir 2,5 cm.

Ex. 26 ★★★ **Les lignes du terrain de sport**

(a) Codage en A : (AN) $\perp$ (AB). Codage en E : (EF) $\perp$ (AB), car la droite (EA) est la droite (AB). Codage en P : (PR) $\perp$ (EF). Dans chaque cas, le sommet de l'angle droit est le point d'intersection des deux droites.

(b) On sait que (AN) $\perp$ (AB) et (EF) $\perp$ (AB). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (AN) // (EF).

Ex. 26 **(suite)**

(c) On sait que (AN) // (EF) (question précédente) et (PR) $\perp$ (EF). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (PR) $\perp$ (AN).

(d) Non. On sait que (PR) $\perp$ (EF) et (AB) $\perp$ (EF). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (PR) // (AB). Deux droites parallèles ne se coupent jamais. Or deux droites perpendiculaires se coupent.
Donc (PR) et (AB) ne sont pas perpendiculaires : Tom se trompe.

Ex. 27 ★★★ **L'allée et le robinet du jardin**

(a) T $\in$ (d) : depuis A, on fait trois fois « 2 à droite, 1 en haut » (6 carreaux à droite, 3 en haut) et on arrive en T.
J $\notin$ (d) : J est à 2 carreaux à droite de A et 6 carreaux plus haut. Or, pour monter de 6 carreaux sur (d), il faut avancer de 12 carreaux vers la droite.

(b) La direction de (d) est « 2 à droite, 1 en haut ». Une perpendiculaire suit « 1 à gauche, 2 en haut », ou « 1 à droite, 2 en bas ». Le déplacement « 1 à droite, 2 en haut » de Sami ne donne pas une perpendiculaire : on le voit avec l'équerre. Bon déplacement : depuis J, deux fois « 1 à droite, 2 en bas ». On arrive sur (d).

(c) De A à H : 4 carreaux à droite et 2 en haut (deux fois « 2 à droite, 1 en haut »).
Donc H $\in$ (d). On sait que (JH) $\perp$ (d) en H, donc la distance de J à (d) est la longueur JH : c'est la plus courte distance de J à un point de (d). Les segments [JA] et [JT] ne sont pas perpendiculaires à (d), donc ils sont plus longs que [JH].

(d) Depuis T, on compte 1 carreau à gauche et 2 en haut (ou 1 à droite et 2 en bas), puis on trace la droite et on code l'angle droit en T. On sait que cette droite est perpendiculaire à (d) et que (JH) $\perp$ (d). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc cette droite est parallèle à (JH).

Ex. 27 **(suite)**

(e) C'est faux. La partie qui monte et la partie qui descend appartiennent à la même droite, illimitée des deux côtés. Par le point J, il passe une seule perpendiculaire à (d).

Ex. 28 ★★★ **Le lampadaire au bord de la route**

(a) Ce n'est pas juste. Le croquis est à main levée et l'angle en H n'est pas codé : on ne peut pas affirmer que (LH) $\perp$ (d). Il faut le vérifier à l'équerre. La distance de L à (d) est la longueur du segment perpendiculaire à (d), pas celle d'un segment qui a seulement l'air perpendiculaire.

(b) Non. La distance de L à (d) est la plus courte de TOUTES les longueurs entre L et un point de (d), pas seulement de trois d'entre elles. Un autre point de (d) peut être plus proche de L que H. Pour savoir si (LH) $\perp$ (d), il faut vérifier à l'équerre, posée le long de (d).

(c) Plus petite. La distance de L à (d) est LK, car (LK) $\perp$ (d). C'est la plus courte distance entre L et un point de (d). H est un autre point de (d), donc LK est plus petite que LH, qui vaut 4 cm.

(d) 1. Trace une droite (d) et place un point H sur (d). 2. Pose un côté de l'angle droit de l'équerre le long de (d) et fais-la glisser jusqu'à ce que le sommet de l'angle droit soit en H. 3. Trace la perpendiculaire à (d) passant par H et code l'angle droit en H. 4. Avec la règle, place sur cette perpendiculaire un point L tel que LH = 4 cm. On a (LH) $\perp$ (d), donc la distance de L à (d) est 4 cm.

5. *Droites parallèles : reconnaître et tracer*

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes — Bien écrire « parallèles »**

(a) (u) $\perp$ (v) : « les droites (u) et (v) sont perpendiculaires ». (u) // (w) : « les droites (u) et (w) sont parallèles ».

(b) Non. L'énoncé dit que [KL] et [VW] sont portés par deux droites parallèles, donc [KL] // [VW]. Deux segments sont parallèles quand les droites qui les portent sont parallèles. Leur longueur ne compte pas : des segments parallèles peuvent avoir des longueurs différentes.

Ex. 29 **(suite)**

(c) Non. Les points R, S et T sont alignés, donc (RS) et (ST) sont la même droite : elles sont confondues. Ce ne sont pas deux droites parallèles distinctes. On peut écrire (RS) = (ST).

(d) Il faut écrire (KL) // (VW). Le signe = veut dire que c'est la même droite. Or (KL) et (VW) sont deux droites différentes.

(e) De E à F : 2 carreaux à droite et 1 en haut. De G à H : 2 carreaux à droite et 1 en haut. C'est le même déplacement, donc (EF) // (GH). De M à N : 3 carreaux à droite et 1 en haut. Ce n'est pas le même déplacement que de E à F, donc (EF) et (MN) ne sont pas parallèles. Elles sont sécantes, même si elles ne se coupent pas sur le quadrillage.

Ex. 30 ★★☆ **Automatismes — Parallèles sur quadrillage**

(a) Oui. De A à B : 2 carreaux à droite et 1 en haut. De C à D : 4 à droite et 2 en haut, c'est-à-dire deux fois « 2 à droite, 1 en haut ». Les deux droites suivent le même déplacement : (AB) // (CD).

(b) Sur la verticale de A : $3 - 1 = 2$ carreaux. Sur la verticale de D : $5 - 3 = 2$ carreaux. L'écart est le même aux deux endroits : entre deux parallèles, l'écart reste constant.

(c) Non. De E à F : 8 carreaux à droite et 5 en haut. Pour 8 carreaux à droite, (AB) ne monte que de 4. Ce n'est pas le même déplacement : (AB) et (EF) sont sécantes. Elles se coupent hors du quadrillage.

(d) Non. 6 à droite et 3 en haut, c'est trois fois « 2 à droite, 1 en haut » : c'est le même déplacement que (CD). Sa droite passe par C, et C est sur (CD). Par C, une seule droite suit ce déplacement : c'est (CD) elle-même. Les deux droites sont confondues, ce n'est pas une nouvelle parallèle.

Ex. 31 ★★☆ **Tracer la parallèle sans tricher**

(a) L'ordre est ②, ①, ③. Je pose un côté de l'angle droit de l'équerre le long de (d). Je la fais glisser jusqu'à ce que l'autre côté passe par A, puis je trace (p). Je pose ensuite un côté de l'angle droit le long de (p), avec le sommet de l'angle droit en A, et je trace (Δ). Enfin, je code les deux angles droits. J'obtiens une droite (Δ) qui passe par A et qui ne coupe pas (d).

Ex. 31 **(suite)**

(b) On sait que (d) $\perp$ (p) et (Δ) $\perp$ (p). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (Δ) // (d).

(c) À vue, on ne peut pas être sûr que l'écart reste constant. La droite tracée peut être presque parallèle à (d) et la couper plus loin. Il faut un tracé à l'équerre, par exemple avec deux perpendiculaires successives.

(d) Non. Par un point donné, il passe une seule parallèle à une droite. Les deux droites sont différentes, donc au moins une des deux n'est pas parallèle à (d). C'est celle de Sacha, tracée à vue.

Ex. 32 ★★☆ **Les lignes du terrain de sport**

(a) Non. Entre deux droites parallèles, l'écart reste constant. Ici, l'écart vaut 3 m à un endroit et 3,4 m à un autre : il n'est pas constant. Les lignes se rapprochent du côté de M et N, donc elles sont sécantes.

(b) Une droite est illimitée. Si on prolonge les deux lignes au-delà de M et N, elles finissent par se couper. « Elles ne se touchent pas sur le dessin » ne suffit pas : des droites parallèles ne se coupent jamais, même prolongées.

(c) $3{,}4 - 3 = 0{,}4$. L'écart diminue de 0,4 m.

(d) L'écart vaut aussi 5,5 m à l'autre bout, parce qu'entre deux droites parallèles, l'écart est le même partout.

Ex. 33 ★★★ **Les allées du jardin de Maëlle**

(a) De R à S : 4 carreaux à droite et 2 en haut. De T à U : 6 carreaux à droite et 3 en haut. De V à W : 5 carreaux à droite et 3 en haut.

(b) Oui. De R à S, on fait 2 fois « 2 à droite, 1 en haut ». De T à U, on fait 3 fois ce même déplacement : les deux droites ont le même déplacement. Elles ne sont pas confondues : sur (RS), 1 carreau à droite de R, on n'est monté que d'un demi-carreau. Or T est 1 carreau à droite et 3 carreaux au-dessus de R.
Donc T $\notin$ (RS) et (RS) // (TU).

Ex. 33 **(suite)**

(c) Non. Pour 10 carreaux à droite, (TU) monte de 5 carreaux alors que (VW) monte de 6 carreaux : le déplacement n'est pas le même. L'écart entre les deux droites change. Juste sous V, (TU) passe 2,5 carreaux plus bas ; juste sous W, elle passe 3 carreaux plus bas. L'écart grandit vers la droite et diminue vers la gauche. Si on les prolonge vers la gauche, elles se coupent environ 25 carreaux à gauche de V. Elles sont donc sécantes, même si elles ne se touchent pas sur le plan.

(d) Depuis V, on avance de 2 carreaux à droite et 1 en haut, et on recommence. On peut placer par exemple le point situé 2 carreaux à droite et 1 en haut de V, puis celui situé 4 carreaux à droite et 2 en haut de V. On trace à la règle la droite (p) qui passe par V et par ces points.

(e) Oui. On sait que (p) // (RS) et (TU) // (RS). Or, si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (p) // (TU).

Ex. 34 ★★★ **Les barreaux de l'échelle**

(a) On sait que (EF) $\perp$ (EK) et (GH) $\perp$ (EK), car les angles droits sont codés en E et en G. Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (EF) // (GH).

(b) On sait que (KL) // (GH) et (EF) // (GH). Or, si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (KL) // (EF).

(c) On sait que (KL) // (EF) et (EK) $\perp$ (EF). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (EK) $\perp$ (KL), c'est-à-dire (KL) $\perp$ (EK).

(d) On sait que (EF) // (GH) et (FP) $\perp$ (EF). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (FP) $\perp$ (GH). Les longueurs EG et FP mesurent toutes les deux l'écart entre les parallèles (EF) et (GH). Or cet écart est le même partout.
Donc FP = EG = 3 cm.

Ex. 34 **(suite)**

(e) On doit écrire (GH) // (KL) : le signe = voudrait dire que c'est la même droite. (GH) coupe le montant en G et (KL) le coupe en K. Comme G et K sont deux points différents, ce sont deux droites distinctes, qui sont parallèles.

Ex. 35 ★★★ **La nouvelle rue de la boulangerie**

(a) Entre deux droites parallèles, l'écart reste le même partout. Ici, l'écart vaut 2,7 cm en B et 1,9 cm en D : il diminue de $2{,}7 - 1{,}9 = 0{,}8$ cm.
Donc (BD) et (RT) ne sont pas parallèles. Elles sont sécantes : elles se rapprochent et finissent par se couper, même si elles ne se coupent pas sur le plan.

(b) 1. Je place l'équerre pour qu'un côté de l'angle droit soit le long de (BC) et que le sommet de l'angle droit soit au point B. 2. Je trace la droite (q) le long de l'autre côté de l'angle droit, puis je code l'angle droit en B. On obtient (q) ⊥ (BC) en B.

(c) On sait que (q) ⊥ (BC) et (RT) ⊥ (BC). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (q) //
(RT).

(d) On sait que (RT) // (q) et que (RT) passe par C. La ruelle (w) passe aussi par C et (w) // (q). Or, par un point, il passe une seule parallèle à une droite.
Donc (w) et (RT) sont la même droite : (w) = (RT). Ce n'est pas une nouvelle rue, la ruelle est sur l'avenue.

(e) Figure à main levée : deux droites parallèles (RT) et (q). La droite (v) coupe (q) en E, avec un angle droit codé en E. On sait que (q) // (RT) et (v) ⊥ (q). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (v) ⊥
(RT).

6. *Propriétés : deux parallèles, deux perpendiculaires*

Ex. 36 ★☆☆ **Quelle propriété ?**

(a) Faux. On sait que $(d_3) \perp (d_1)$ et $(d_4) \perp (d_1)$. Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc $(d_3) \,//\, (d_4)$, et non $(d_3) \perp (d_4)$.

Ex. 36 **(suite)**

(b) Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc $(d_2) \,//\, (d_1)$.

(c) $(d_4) \perp (d_3)$ et $(d_2) \,//\, (d_3)$.

(d) Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc $(d_2) \perp (d_3)$.

(e) Non. Écrire $(d_1) \perp (d_4)$, c'est aussi dire $(d_4) \perp (d_1)$. On sait donc que $(d_4) \perp (d_1)$ et $(d_2) \perp (d_1)$. Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc $(d_2) \,//\, (d_4)$.

Ex. 37 ★★☆ **Ce que dit le codage, ce que ne dit pas le dessin**

(a) (EF) ⊥ (CD) (codage en E) et (GK) ⊥ (CD) (codage en G).

(b) Faux : il n'y a pas de codage d'angle droit en K, et aucune donnée ne le dit. L'angle a l'air droit, mais la figure ne prouve rien.

(c) E ∈ (CD) ; F ∉ (CD) ; K ∉ (EF).

(d) (EF) // (GK) : elles sont toutes les deux perpendiculaires à (CD), et si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

(e) Une droite est illimitée : deux droites qui ne se coupent pas sur le dessin peuvent se couper plus loin. Aucune donnée ni aucun codage ne dit que (FK) // (CD) : on ne peut pas le conclure.

Ex. 38 ★★☆ **Le plan du jardin**

(a) On sait que (RW) ⊥ (RS) et (SU) ⊥ (RS). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (RW) //
(SU).

Ex. 38 **(suite)**

(b) On sait que (PQ) // (RS) et (SU) ⊥ (RS). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (SU) ⊥
(PQ).

(c) (RS) // (PQ) et (RW) // (SU) : ces deux paires ne se coupent pas. (RS) coupe (RW) en R et (SU) en S ; (PQ) coupe (RW) et (SU), une fois chacune. En tout : 2 + 2 = 4 points d'intersection.

Ex. 39 ★★☆ **Des copies à corriger**

(a) Il utilise comme donnée (DE) ⊥ (FG), alors que c'est justement ce qu'il faut démontrer. Et il conclut (BC) // (FG), qui était déjà une donnée. Il fallait partir de (FG) // (BC) et (DE) ⊥
(BC).

(b) Les données sont justes, mais elle s'est trompée de propriété. On sait que (FG) // (BC) et (DE) ⊥ (BC). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (DE) ⊥
(FG).

(c) Non. On a démontré que (DE) ⊥ (FG) (question précédente). Deux droites perpendiculaires se coupent : elles ne peuvent pas être parallèles. Ce sont seulement les segments dessinés qui ne se coupent pas. Les droites (DE) et (FG) sont illimitées : si on les prolonge, elles se coupent.

Ex. 40 ★★★ **Le carreau de Nora**

(a) Ordre : ②, ④, ③, ①. Il faut tracer (d) avant de tracer ses perpendiculaires (d_1) et (d_2). Il faut aussi tracer (d_1) avant d'y placer C, et placer C avant de tracer la perpendiculaire à (d_1) passant par C.

(b) On sait que (d_1) ⊥ (d) et (d_2) ⊥ (d). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (d_1) //
(d_2).

Ex. 40 **(suite)**

(c) On sait que (d_1) // (d_2) (question précédente) et (CE) ⊥ (d_1) (étape ①). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (CE) ⊥
(d_2).

(d) Non. « Ça se voit » n'est pas une justification : la figure ne prouve rien. Justification correcte : on sait que (CE) ⊥ (d_1) et (d) ⊥ (d_1). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (CE) //
(d).

Ex. 41 ★★★ **Cinq droites dans le désordre**

(a) (d_4) // (d_2) ; (d_1) ⊥ (d_2) ; (d_5) // (d_1) ; (d_3) ⊥
(d_4).

(b) On sait que (d_4) // (d_2) et (d_1) ⊥ (d_2). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (d_1) ⊥
(d_4).

(c) On sait que (d_3) ⊥ (d_4) et (d_1) ⊥ (d_4) (question précédente). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (d_3) // (d_1). Attention : elles ne sont pas perpendiculaires entre elles.

(d) Oui. On sait que (d_3) // (d_1) (question précédente) et (d_5) // (d_1). Or, si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (d_3) //
(d_5).

(e) Non. On sait que (d_5) // (d_1) et (d_2) ⊥ (d_1). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (d_2) ⊥
(d_5).

Ex. 42 ★★★ **Rails et traverses**

(a) On sait que (AB) // (CD) et (AC) ⊥ (AB). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (AC) ⊥
(CD).

(b) Non. Comme (AC) ⊥ (CD) et que C ∈ (CD), C est le pied de la perpendiculaire à (CD) passant par A. La distance de A à (CD) est donc AC = 3 cm. Le segment [AD] n'est pas perpendiculaire à (CD). AD = 5 cm est plus grand que AC, car AC est la plus courte distance de A à un point de
(CD).

(c) Il ne cite pas la propriété : il manque « Or, si… alors… ». Et sa conclusion est fausse : si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles, pas perpendiculaires. Il fallait conclure (BK) //
(AC).

(d) On sait que (BK) ⊥ (CD) et (AC) ⊥ (CD) (question 1). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (BK) //
(AC).

7. *Programmes de construction*

Ex. 43 ★☆☆ **Bien lire une consigne**

(a) Le trait part de T, l'origine de la demi-droite [TK). Il ne s'arrête pas en K : il passe par K et continue après K.

(b) Non. Un segment s'arrête à ses extrémités : le trait de [KM] va de K à M, sans dépasser ni K ni M.

(c) Premier défaut, l'ordre : le point H sert à l'étape 1, mais il n'est placé qu'à l'étape 2. On ne peut pas utiliser un point avant de l'avoir placé. Deuxième défaut, il manque une information : le programme ne dit pas sur quelle droite placer H. Beaucoup de points sont à 2 cm de K, dans toutes les directions, donc deux élèves n'obtiendront pas la même figure. Programme corrigé, par exemple : « 1. Place le point H de la demi-droite [KT) tel que KH = 2 cm. 2. Trace la droite (MH). »

(d) Inès a inversé les rôles. La droite tracée doit être perpendiculaire à (KT), pas à (KM), et elle doit passer par le point M, pas par T.

Ex. 43 (suite)

(e) Je le nomme (par exemple H), puis je code l'angle droit en H entre (KT) et la perpendiculaire.

Ex. 44 ★★☆ **Remettre un programme dans l'ordre**

(a) L'étape B : elle place les points G et N. Toutes les autres étapes utilisent N, la droite (GN) ou un point placé ensuite.

(b) L'étape A place le point E. Elle doit donc venir avant C. Et comme A utilise (d_1), elle vient après D.

(c) B, D, A, C.

(d) Il a oublié de coder l'angle droit en N, entre [GN] et (d_1), et d'écrire la longueur NE = 2,5 cm.

(e) Je trace [GN] de 5 cm à la règle. À l'équerre, je trace (d_1) perpendiculaire à (GN) passant par N et je code l'angle droit. Je place E sur (d_1) avec NE = 2,5 cm. Je trace la parallèle (d_2) à (GN) passant par E. On doit trouver un angle droit en E entre (d_2) et
(d_1).

Ex. 45 ★★☆ **Le programme incomplet de Nora**

(a) Le point C n'est placé par aucune étape. D'après la figure, (d′) passe par B : il faut écrire « Trace la parallèle (d′) à (d) passant par B ».

(b) Il manque la longueur AB = 4 cm. Étape 3 corrigée : « Place sur cette perpendiculaire le point B tel que AB = 4 cm. »

(c) Je trace (d) et je place A. À l'équerre, je trace la perpendiculaire à (d) passant par A et je code l'angle droit. Je place B avec AB = 4 cm, puis je trace la parallèle (d′) à (d) passant par B. On sait que (d′) // (d) et (AB) ⊥ (d). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (AB) ⊥ (d′). À l'équerre, on doit trouver un angle droit en B.

Ex. 46 ★★☆ **Écrire le programme d'une figure**

(a) Sur la figure, la ligne qui passe par R et S est prolongée des deux côtés : c'est une droite. Étape 1 corrigée : « Trace une droite (RS). » L'étape 2 peut alors dire : « Place un point H sur (RS). »

Ex. 46 **(suite)**

(b) 3. À l'équerre, trace la perpendiculaire à (RS) passant par H. Place dessus le point M tel que HM = 2 cm. Trace le segment [HM] et code l'angle droit en H. 4. Trace la parallèle à (RS) passant par M. Place un point T sur cette parallèle, puis repasse la demi-droite [MT) d'origine M.

(c) Oui. La perpendiculaire à (RS) passant par M coupe (RS) en H (angle droit codé en H). La distance de M à (RS) est donc la longueur MH, c'est-à-dire 2 cm.

Ex. 47 ★★★ **Le plan d'une étagère**

(a) Le programme impose trois angles droits : en U ($(d_1) \perp (UV)$), en V ($(d_2) \perp (UV)$) et en W ($(d_3) \perp (d_1)$). On écrit aussi UV = 6 cm et UW = 3,5 cm. On ne code pas d'angle droit en Z : le programme ne l'impose pas, il faut d'abord le démontrer.

(b) (d_3) doit être perpendiculaire à (d_1), pas à (UV). On pose donc un côté de l'angle droit le long de (d_1), puis on fait glisser l'équerre jusqu'à ce que l'autre côté passe par W. Avec la méthode de Sami, il obtiendrait la perpendiculaire à (UV) passant par W. Or par W il ne passe qu'une seule perpendiculaire à (UV) : c'est (d_1), qui est déjà tracée.

(c) On trace [UV] de 6 cm à la règle. À l'équerre, on trace (d_1) en U et (d_2) en V, puis on code les angles droits. On place W sur (d_1) avec UW = 3,5 cm. Ensuite, l'équerre le long de (d_1), on trace (d_3) passant par W. On nomme Z, le point où (d_3) coupe (d_2). L'étape 4 utilise le point W, mais W n'existe qu'à partir de l'étape 3 : on ne peut donc pas faire l'étape 4 avant.

(d) On sait que $(d_1) \perp (UV)$ et $(d_2) \perp (UV)$. Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc $(d_1) \parallel (d_2)$.

(e) On sait que $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d_3) \perp (d_1)$. Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc $(d_3) \perp (d_2)$. On peut maintenant coder l'angle droit en Z.

Ex. 48 ★★★ **Les rues d'un quartier sur quadrillage**

(a) Pour aller de A à B, on se déplace de 4 carreaux à droite et 2 vers le haut, soit 2 carreaux à droite pour 1 vers le haut. À partir de C, on avance donc de 2 carreaux à droite et 1 vers le haut. On place ce point, puis on trace (d) à la règle.

(b) Non. Mathis arrive au point situé 3 carreaux à droite de A et 2 au-dessus. Or, sur (AB), 2 carreaux à droite font monter de 1 : à 3 carreaux à droite de A, on n'est qu'à 1,5 carreau au-dessus. Son point n'est donc pas sur (AB). Le bon déplacement est 1 carreau à droite et 2 vers le bas. On arrive en H, 2 carreaux à droite de A et 1 au-dessus, qui est bien sur (AB). On vérifie à l'équerre que (CH) ⊥ (AB), puis on code l'angle droit en H.

(c) On sait que (d) // (AB) et (p) ⊥ (AB). Or, si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
Donc (p) ⊥
(d).

(d) 2 points. Les droites (AB) et (d) sont parallèles : elles ne se coupent jamais. La droite (p) coupe (AB) en H et (d) en C. Il y a donc 2 points d'intersection : H et C.

(e) Non. H est entre A et B. La demi-droite [HB) part de H et va du côté de B, donc $A \notin [HB)$. La demi-droite [BH) part de B, passe par H et continue jusqu'à A, donc $A \in [BH)$. Être sur la droite (AB) ne suffit pas.

Ex. 49 ★★★ **Le programme de Yanis pour une clôture**

(a) Première erreur : le mot « droite » ne va pas avec la notation [KL], qui désigne un segment. Deuxième erreur : la longueur KL = 8 cm manque. On écrit : « 1. Trace un segment [KL] de 8 cm. »

(b) Étape 2 : la longueur KN manque. On écrit : « 2. Place le point N sur [KL] tel que KN = 5 cm. » Étape 5 : la longueur NP et le côté de P manquent. On écrit : « 5. Trace la perpendiculaire (d) à (KL) passant par N, puis place sur (d) le point P tel que NP = 3 cm, du même côté de (KL) que M. »

(c) À l'étape 3, le point M n'est pas encore placé : la droite (KM) n'existe pas. De plus, le poteau [KM] doit être perpendiculaire à (KL), pas à (KM). On écrit : « 3. Trace la perpendiculaire à (KL) passant par K. 4. Place sur cette droite le point M tel que KM = 3 cm. »

Ex. 49 **(suite)**

(d) On sait que (KM) $\perp$ (KL) et (NP) $\perp$ (KL). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc (KM) //
(NP).

(e) Non. La perpendiculaire à (KL) passant par M coupe (KL) en K : la distance du point M à la droite (KL) est donc MK $= 3$ cm. C'est la plus courte distance entre M et un point de (KL). Comme L est un autre point de (KL), ML est plus grande que MK.