Corrigé – Développer

Mathématiques – Seconde

Calcul littéral · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Distributivité simple ★

Développe et réduis : $k(a+b) = ka + kb$.

a) $3\,(2x-5)$
$= 3 \times 2x - 3 \times 5$
$= 6x - 15$

b) $-2\,(4-x)$
$= -2 \times 4 - 2 \times (-x)$
$= 2x - 8$

c) $x\,(x+7)$
$= x \times x + x \times 7$
$= x^2 + 7x$

d) $-3x\,(2x-1)$
$= -3x \times 2x - 3x \times (-1)$
$= -6x^2 + 3x$

e) $5\left(x^2 - 2x + 3\right)$
$= 5 \times x^2 - 5 \times 2x + 5 \times 3$
$= 5x^2 - 10x + 15$

f) $-\,(2x-7)$
$= -2x + 7$

g) $\dfrac{1}{2}\,(4x-6)$
$= \dfrac{1}{2} \times 4x - \dfrac{1}{2} \times 6$
$= 2x - 3$

h) $-4\,(-3x+2)$
$= -4 \times (-3x) - 4 \times 2$
$= 12x - 8$

i) $2x^2\,(x-3)$
$= 2x^2 \times x - 2x^2 \times 3$
$= 2x^3 - 6x^2$

j) $-x\,(5-x)$
$= -x \times 5 - x \times (-x)$
$= x^2 - 5x$

k) $0{,}5x\,(2x+4)$
$= 0{,}5x \times 2x + 0{,}5x \times 4$
$= x^2 + 2x$

Exercice 2 – Double distributivité ★

Développe et réduis : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

a) $(x+2)\,(x+3)$
$= x \times x + x \times 3 + 2 \times x + 2 \times 3$
$= x^2 + 3x + 2x + 6$
$= x^2 + 5x + 6$

b) $(x-4)\,(x+1)$
$= x \times x + x \times 1 - 4 \times x - 4 \times 1$
$= x^2 + x - 4x - 4$
$= x^2 - 3x - 4$

c) $(2x-1)\,(x+4)$
$= 2x \times x + 2x \times 4 - 1 \times x - 1 \times 4$
$= 2x^2 + 8x - x - 4$
$= 2x^2 + 7x - 4$

d) $(3x-2)\,(5-x)$
$= 3x \times 5 - 3x \times x - 2 \times 5 + 2 \times x$
$= 15x - 3x^2 - 10 + 2x$
$= -3x^2 + 17x - 10$

e) $(-x+4)\,(2x-3)$
$= -x \times 2x + x \times 3 + 4 \times 2x - 4 \times 3$
$= -2x^2 + 3x + 8x - 12$
$= -2x^2 + 11x - 12$

f) $(2x+3)\,(2x-5)$
$= 2x \times 2x - 2x \times 5 + 3 \times 2x - 3 \times 5$
$= 4x^2 - 10x + 6x - 15$
$= 4x^2 - 4x - 15$

g) $(4-x)\,(3-2x)$
$= 4 \times 3 - 4 \times 2x - x \times 3 + x \times 2x$
$= 12 - 8x - 3x + 2x^2$
$= 2x^2 - 11x + 12$

h) $\left(x + \dfrac{1}{2}\right)(2x-4)$
$= x \times 2x - x \times 4 + \dfrac{1}{2} \times 2x - \dfrac{1}{2} \times 4$
$= 2x^2 - 4x + x - 2$
$= 2x^2 - 3x - 2$

i) $(x-1)\left(x^2+2\right)$
$= x \times x^2 + x \times 2 - 1 \times x^2 - 1 \times 2$
$= x^3 + 2x - x^2 - 2$
$= x^3 - x^2 + 2x - 2$

j) $\left(x^2+1\right)(x-1)$
$= x^2 \times x - x^2 \times 1 + 1 \times x - 1 \times 1$
$= x^3 - x^2 + x - 1$

Exercice 3 – Identités remarquables ★

Développe avec la bonne identité. Écris d'abord qui est a et qui est b.

a) On utilise $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 5$.
$(x+5)^2$
$= x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$
$= x^2 + 10x + 25$

b) On utilise $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 3$.
$(x-3)^2$
$= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$
$= x^2 - 6x + 9$

c) On utilise $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 1$.
$(2x+1)^2$
$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2$
$= 4x^2 + 4x + 1$

d) On utilise $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 4$.
$(3x-4)^2$
$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2$
$= 9x^2 - 24x + 16$

e) On utilise $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ avec $a = x$ et $b = 6$.
$(x+6)\,(x-6)$
$= x^2 - 6^2$
$= x^2 - 36$

f) On utilise $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ avec $a = 5x$ et $b = 1$.
$(5x+1)\,(5x-1)$
$= (5x)^2 - 1^2$
$= 25x^2 - 1$

g) On utilise $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 7$.
$(x-7)^2$
$= x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$
$= x^2 - 14x + 49$

h) On utilise $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 3$.

$$\begin{aligned}&(4x+3)^2\\&\quad= (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2\\&\quad= 16x^2 + 24x + 9\end{aligned}$$

i) On utilise $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 5$.

$$\begin{aligned}&(2x+5)\,(2x-5)\\&\quad= (2x)^2 - 5^2\\&\quad= 4x^2 - 25\end{aligned}$$

j) On utilise $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 1$ et $b = 2x$.

$$\begin{aligned}&(1-2x)^2\\&\quad= 1^2 - 2 \times 1 \times 2x + (2x)^2\\&\quad= 4x^2 - 4x + 1\end{aligned}$$

k) On utilise $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ avec $a = 7$ et $b = x$.

$$\begin{aligned}&(7+x)\,(7-x)\\&\quad= 7^2 - x^2\\&\quad= -x^2 + 49\end{aligned}$$

l) On utilise $(3-x)^2 = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 3$ et $b = x$.

$$\begin{aligned}&(-x+3)^2\\&\quad= (3-x)^2\\&\quad= 3^2 - 2 \times 3 \times x + x^2\\&\quad= x^2 - 6x + 9\end{aligned}$$

Exercice 4 – Développer et réduire des expressions longues ★★

Développe et réduis. *Garde la parenthèse après un signe moins jusqu'au bout.*

a) $(x+2)\,(x-5) - (x-3)^2$

$$\begin{aligned}&= \big(x^2 - 5x + 2x - 10\big) - \big(x^2 - 6x + 9\big)\\&= \big(x^2 - 3x - 10\big) - \big(x^2 - 6x + 9\big)\\&= x^2 - 3x - 10 - x^2 + 6x - 9\\&= 3x - 19\end{aligned}$$

b) $(2x+1)^2 - (x-4)\,(x+4)$

$$\begin{aligned}&= \big(4x^2 + 4x + 1\big) - \big(x^2 - 16\big)\\&= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 16\\&= 3x^2 + 4x + 17\end{aligned}$$

c) $3\,(x-1)^2 - 2\,(x+2)\,(x-2)$

$$\begin{aligned}&= 3\,\big(x^2 - 2x + 1\big) - 2\,\big(x^2 - 4\big)\\&= 3x^2 - 6x + 3 - 2x^2 + 8\\&= x^2 - 6x + 11\end{aligned}$$

d) $(x+3)^2 + (x-3)^2$

$$\begin{aligned}&= \big(x^2 + 6x + 9\big) + \big(x^2 - 6x + 9\big)\\&= x^2 + x^2 + 6x - 6x + 9 + 9\\&= 2x^2 + 18\end{aligned}$$

e) $(2x-5)^2-(2x+5)^2$
$=\left(4x^2-20x+25\right)-\left(4x^2+20x+25\right)$
$=4x^2-20x+25-4x^2-20x-25$
$=-40x$

f) $(x+1)^2-(x-2)(3x+1)$
$=\left(x^2+2x+1\right)-\left(3x^2+x-6x-2\right)$
$=\left(x^2+2x+1\right)-\left(3x^2-5x-2\right)$
$=x^2+2x+1-3x^2+5x+2$
$=-2x^2+7x+3$

g) $2x(x-3)-(x+1)(x-1)$
$=\left(2x^2-6x\right)-\left(x^2-1\right)$
$=2x^2-6x-x^2+1$
$=x^2-6x+1$

h) $(3x-1)(x+2)-3(x+1)^2$
$=\left(3x^2+6x-x-2\right)-3\left(x^2+2x+1\right)$
$=\left(3x^2+5x-2\right)-3\left(x^2+2x+1\right)$
$=3x^2+5x-2-3x^2-6x-3$
$=-x-5$

Exercice 5 – Fractions, décimaux, racines ★★

Développe et réduis.

a) $\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$
$=\left(\frac{x}{2}\right)^2+2\times\frac{x}{2}\times 2+2^2$
$=\frac{1}{4}x^2+2x+4$

b) $(0{,}5x-4)(0{,}5x+4)$
$=(0{,}5x)^2-4^2$
$=0{,}25x^2-16$

c) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
$=x^2+2\times x\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2$
$=x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$

d) $\left(\sqrt{2}x+1\right)^2$
$=\left(\sqrt{2}x\right)^2+2\times\sqrt{2}x\times 1+1^2$
$=2x^2+2\sqrt{2}x+1$

e) $\left(\frac{2}{3}x-3\right)^2$
$=\left(\frac{2}{3}x\right)^2-2\times\frac{2}{3}x\times 3+3^2$
$=\frac{4}{9}x^2-4x+9$

f) $(1{,}5x+2)^2$
$= (1{,}5x)^2 + 2 \times 1{,}5x \times 2 + 2^2$
$= 2{,}25x^2 + 6x + 4$

g) $\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)$
$= x^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2$
$= x^2 - 3$

h) $\left(2x - \dfrac{1}{2}\right)^2$
$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times \dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2$
$= 4x^2 - 2x + \dfrac{1}{4}$

Exercice 6 – Calculer astucieusement ★★

Sans calculatrice, avec une identité remarquable.

a) 101^2
$= (100+1)^2$
$= 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
$= 10\,000 + 200 + 1$
$= 10\,201$

b) 98^2
$= (100-2)^2$
$= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
$= 10\,000 - 400 + 4$
$= 9604$

c) 102×98
$= (100+2)(100-2)$
$= 100^2 - 2^2$
$= 10\,000 - 4$
$= 9996$

d) 1001×999
$= (1000+1)(1000-1)$
$= 1000^2 - 1^2$
$= 1\,000\,000 - 1$
$= 999\,999$

e) 49^2
$= (50-1)^2$
$= 50^2 - 2 \times 50 \times 1 + 1^2$
$= 2500 - 100 + 1$
$= 2401$

f) $2{,}01^2$
$= (2 + 0{,}01)^2$
$= 2^2 + 2 \times 2 \times 0{,}01 + 0{,}01^2$
$= 4 + 0{,}04 + 0{,}0001$
$= 4{,}0401$

Exercice 7 – Trois facteurs et puissance 3 ★★★

Développe et réduis (développe d'abord deux facteurs, puis le troisième).

a) $(x+1)^3$
$= (x+1)^2 (x+1)$
$= \left(x^2 + 2x + 1\right)(x+1)$
$= x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x + x + 1$
$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

b) $(x-2)(x+2)\left(x^2+4\right)$
$= \left(x^2 - 4\right)\left(x^2 + 4\right)$
$= \left(x^2\right)^2 - 4^2$
$= x^4 - 16$

c) $(x+1)(x+2)(x+3)$
$= \left(x^2 + 2x + x + 2\right)(x+3)$
$= \left(x^2 + 3x + 2\right)(x+3)$
$= x^3 + 3x^2 + 3x^2 + 9x + 2x + 6$
$= x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

d) $(2x-1)^3$
$= (2x-1)^2 (2x-1)$
$= \left(4x^2 - 4x + 1\right)(2x-1)$
$= 8x^3 - 4x^2 - 8x^2 + 4x + 2x - 1$
$= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

e) $\left(x^2 + x + 1\right)(x-1)$
$= x^2 \times x - x^2 \times 1 + x \times x - x \times 1 + 1 \times x - 1 \times 1$
$= x^3 - x^2 + x^2 - x + x - 1$
$= x^3 - 1$

Exercice 8 – Démontrer une égalité ★★★

Démontre que, pour tout réel x (ou tous réels a et b), l'égalité est vraie. Développe le membre de gauche.

a) $(x+5)^2 - (x-5)^2$
$= \left(x^2 + 10x + 25\right) - \left(x^2 - 10x + 25\right)$
$= x^2 + 10x + 25 - x^2 + 10x - 25$
$= 20x$

b) $(x+3)^2-(x+2)(x+4)$
$=\left(x^2+6x+9\right)-\left(x^2+4x+2x+8\right)$
$=\left(x^2+6x+9\right)-\left(x^2+6x+8\right)$
$=x^2+6x+9-x^2-6x-8$
$=1$

c) $(2x+1)^2-(2x-1)^2$
$=\left(4x^2+4x+1\right)-\left(4x^2-4x+1\right)$
$=4x^2+4x+1-4x^2+4x-1$
$=8x$

d) $(a+b)^2-(a-b)^2$
$=(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)$
$=a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2$
$=4ab$
On retrouve le membre de droite : l'égalité est vraie pour tous réels a et b.

Exercice 9 – Problèmes ★★★

Rédige.

a) Aire restante = aire du grand carré − aire du petit carré.
$\mathcal{A}=(x+3)^2-x^2$
$=x^2+2\times x\times 3+3^2-x^2$
$=x^2+6x+9-x^2$
$=6x+9$
L'aire restante est $6x+9$.

b) Avec $n=123\,456\,789$, on a $123\,456\,788=n-1$ et $123\,456\,790=n+1$.
$A=n^2-(n-1)(n+1)$
$=n^2-\left(n^2-1^2\right)$
$=n^2-n^2+1$
$=1$
Donc $A=1$.

c) $(2n+1)^2-1$
$=(2n)^2+2\times 2n\times 1+1^2-1$
$=4n^2+4n+1-1$
$=4n^2+4n$
On met 4 en facteur : $4n^2+4n=4(n^2+n)$.
Comme n^2+n est un entier, $(2n+1)^2-1$ est un multiple de 4.

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque calcul contient une erreur. Trouve-la, puis écris le bon résultat.

a) *Oubli du double produit* $2\times x\times 4$.
$(x+4)^2$
$=x^2+2\times x\times 4+4^2$
$=x^2+8x+16$

b) *Le carré porte aussi sur le* 3 *:* $3^2 = 9$.

$$\begin{aligned}&(3x)^2\\&= 3^2 \times x^2\\&= 9x^2\end{aligned}$$

c) $-3 \times (-x) = +3x$.

$$\begin{aligned}&-3\,(5 - x)\\&= -3 \times 5 - 3 \times (-x)\\&= -15 + 3x\end{aligned}$$

d) $(-5)^2 = +25$ *: la formule finit par* $+b^2$.

$$\begin{aligned}&(x - 5)^2\\&= x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2\\&= x^2 - 10x + 25\end{aligned}$$

e) *Les signes de* $(x+1)^2$ *n'ont pas tous été changés.*

$$\begin{aligned}&(2x - 1)\,(x + 3) - (x + 1)^2\\&= \left(2x^2 + 5x - 3\right) - \left(x^2 + 2x + 1\right)\\&= 2x^2 + 5x - 3 - x^2 - 2x - 1\\&= x^2 + 3x - 4\end{aligned}$$

f) *C'est* $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$*, pas un carré.*

$$\begin{aligned}&(x + 2)\,(x - 2)\\&= x^2 - 2^2\\&= x^2 - 4\end{aligned}$$

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. Le développement de $(2x - 3)^2$ est :

Réponse C : $4x^2 - 12x + 9$
$(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$.

2. $-(x - 4)(x + 1)$ est égal à :

Réponse A : $-x^2 + 3x + 4$
$(x - 4)(x + 1) = x^2 - 3x - 4$, puis on change tous les signes.

3. $(x + 5)(x - 5)$ est égal à :

Réponse D : $x^2 - 25$
$a^2 - b^2$ avec $a = x$ et $b = 5$.

4. $\left(\dfrac{x}{3} + 1\right)^2$ est égal à :

Réponse B : $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{2x}{3} + 1$
$\left(\dfrac{x}{3}\right)^2 = \dfrac{x^2}{9}$ et $2 \times \dfrac{x}{3} \times 1 = \dfrac{2x}{3}$.

5. 99^2 est égal à :

Réponse D : 9801
$(100 - 1)^2 = 10\,000 - 200 + 1$.

6. $(x+1)^2-(x-1)^2$ est égal à :

Réponse A : $4x$
$(x^2+2x+1)-(x^2-2x+1)=4x$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).