1. Longueur d'un segment et report au compas

Ex. 1 ★☆☆ Lire une longueur sur la règle

(a) A n'est pas en face du 0, je fais la différence des deux graduations : $AB = 8{,}1 - 1{,}5 = 6{,}6$ cm (et non 8,1 cm).

(b) C est en face du 0, je lis directement : $CD = 6{,}3$ cm.

(c) F est à 7,9 cm de E, plus loin sur la règle. Donc F est en face de la graduation $3 + 7{,}9 = 10{,}9$.

(d) $GH = 64 - 13 = 51$ mm. Or 10 mm = 1 cm, donc $GH = 51 \div 10 = 5{,}1$ cm.

(e) Noé a lu la graduation en face de K sans regarder où est L. L n'est pas en face du 0, donc je fais la différence : $KL = 12 - 4{,}9 = 7{,}1$ cm.

Ex. 2 ★☆☆ Unités et notations

(a) 8 mm = 0,8 cm, donc $5 + 0{,}8 = 5{,}8$ cm (et non 13).

(b) 15 mm = 1,5 cm, donc $2{,}2 + 1{,}5 = 3{,}7$ cm.

(c) 78 mm = 7,8 cm, donc $15 - 7{,}8 = 7{,}2$ cm.

(d) 0,4 dm = 4 cm = 40 mm, donc $40 + 23 = 63$ mm.

(e) « Je trace [RS] puis je mesure : RS = 5,7 cm. » [RS] est le segment dessiné, RS est sa longueur (un nombre).

Ex. 3 ★★☆ Le sentier du refuge

(a) R est sur [PT]. Or si un point M est sur le segment [AB], alors $AM + MB = AB$.
Donc $PR + RT = PT$ et $RT = PT - PR = 11{,}6 - 2{,}7 = 8{,}9$ cm.

(b) $ST = 33$ mm $= 3{,}3$ cm. S est sur [RT], donc $RS + ST = RT$.
Donc $RS = RT - ST = 8{,}9 - 3{,}3 = 5{,}6$ cm.

(c) La figure n'est pas en vraie grandeur : les longueurs dessinées ne sont pas les vraies longueurs. Il faut calculer RS à partir des données, pas le mesurer.

Ex. 4 ★★☆ Le détour d'Inès

(a) Non. L'égalité $QV + VU = QU$ n'est vraie que si V est sur le segment [QU]. Or V n'est pas sur [QU].
Donc le chemin par V est plus long que QU, et QU n'est pas égal à 10 cm.

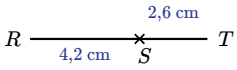
Ex. 4 (suite)

(b) Trajet par V : $QV + VU = 5 + 5 = 10$ cm.
Donc il est plus long de $10 - 6 = 4$ cm.

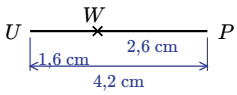
(c) $QW = 21$ mm $= 2{,}1$ cm. W est sur [QU]. Or si un point M est sur le segment [AB], alors $AM + MB = AB$.
Donc $QW + WU = QU$ et $WU = 6 - 2{,}1 = 3{,}9$ cm.

Ex. 5 ★★☆ Reporter à la suite

(a) J'écarte le compas de G à H, je pique la pointe sur R et je trace un arc qui coupe [Rx) en S. J'écarte le compas de J à K, je pique la pointe sur S et je trace un arc plus loin que S : il coupe [Rx) en T. $RT = 4{,}2 + 2{,}6 = 6{,}8$ cm.



(b) Je trace une demi-droite d'origine U. Écartement GH, pointe sur U : l'arc donne P avec $UP = 4{,}2$ cm. Écartement JK, pointe sur P : l'arc tracé du côté de U donne W. $UW = 4{,}2 - 2{,}6 = 1{,}6$ cm.



(c) L'écartement est juste, mais la pointe doit être sur l'extrémité S du premier report. Sinon les deux longueurs ne sont pas à la suite, et le segment n'a pas la longueur GH + JK.

Ex. 6 ★★★ La règle cassée de Lina

(a) E n'est pas en face du 0 : il faut faire la différence des deux graduations.
Donc $EF = 11{,}1 - 2{,}7 = 8{,}4$ cm.

(b) [EG] est le segment dessiné, ce n'est pas un nombre. La longueur s'écrit sans crochets : $EG = 34$ mm.

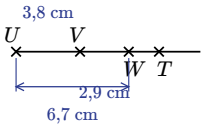
(c) $EG = 34$ mm $= 3{,}4$ cm. G est sur [EF]. Or si un point M est sur le segment [AB], alors $AM + MB = AB$.
Donc $EG + GF = EF$ et $GF = EF - EG = 8{,}4 - 3{,}4 = 5$ cm.

(d) G est sur [EF], à 3,4 cm de E, et E est en face de 2,7.
Donc G est en face de la graduation $2{,}7 + 3{,}4 = 6{,}1$.

Ex. 7 ★★★ **Le ruban de Yanis**

(a) Je place la pointe du compas sur P et la mine sur Q : l'écartement du compas est alors égal à la longueur PQ. Je ne touche plus au réglage.

(b) Écartement PQ, pointe sur U : l'arc coupe [UT] en W, donc UW = PQ. Écartement RS, pointe sur W : l'arc coupe [UW] en V, du côté de U.
Donc UV = UW − WV = PQ − RS.



(c) V est sur [UW]. Or si un point est sur un segment, alors les deux morceaux s'ajoutent pour donner le segment.
Donc UV = UW − VW = 6,7 − 2,9 = 3,8 cm. À la règle, on lit bien 3,8 cm.

(d) Kenza a additionné des cm et des mm. Il faut d'abord convertir : 6 mm = 0,6 cm.
Donc la nouvelle longueur est 3,8 + 0,6 = 4,4 cm (et non 3,8 + 6 = 9,8).

Ex. 8 ★★★ **La course d'orientation**

(a) L est sur [KN]. Or si un point M est sur le segment [AB], alors AM + MB = AB.
Donc KL + LN = KN et LN = KN − KL = 9,3 − 4,7 = 4,6 cm.

(b) Si Y était sur [KN], on aurait KY + YN = KN = 9,3 cm. Or KY + YN = 4,3 + 5,9 = 10,2 cm et 10,2 ≠ 9,3.
Donc Y n'est pas sur [KN].

(c) KJ + JN = 5,2 + 6 = 11,2 cm. Ce trajet dépasse KN de 11,2 − 9,3 = 1,9 cm.

(d) NZ = 17 mm = 1,7 cm. N est sur [KZ].
Donc KZ = KN + NZ = 9,3 + 1,7 = 11 cm.

2. *Milieu d'un segment*

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : la moitié et le double**

(a) M est le milieu de [EF]. Or si un point est le milieu d'un segment, alors il le partage en deux longueurs égales.
Donc EM = MF = 6,7 ÷ 2 = 3,35 cm.

(b) K est le milieu de [RS], donc RS est le double de RK : RS = 2 × 4,15 = 8,3 cm.

(c) O est le milieu de [GH], donc GO = 94 ÷ 2 = 47 mm, c'est-à-dire 4,7 cm.

Ex. 9 (suite)

(d) Non. W est le milieu de [UV], donc UW est la moitié de UV, pas le double : UW = 5 ÷ 2 = 2,5 cm. On voit aussi que UW ne peut pas être plus grand que UV tout entier.

Ex. 10 ★☆☆ **Automatismes : le milieu sur une règle graduée**

(a) EF = 9,7 − 0,5 = 9,2 cm. La moitié vaut 9,2 ÷ 2 = 4,6 cm. Le milieu est en face de 0,5 + 4,6 = 5,1.

(b) PQ = 10 − 2 = 8 cm et la moitié vaut 8 ÷ 2 = 4 cm. Le milieu est en face de 2 + 4 = 6 (et pas en face de 10 ÷ 2 = 5).

(c) Non. Inès a pris la moitié de la graduation de H, sans tenir compte de G. GH = 12,4 − 3 = 9,4 cm, la moitié vaut 9,4 ÷ 2 = 4,7 cm. Le milieu est en face de 3 + 4,7 = 7,7.

(d) AM = 4,9 − 1 = 3,9 cm. M est le milieu de [AB], donc MB = AM = 3,9 cm. B est en face de 4,9 + 3,9 = 8,8.

Ex. 11 ★★☆ **Milieu ou pas milieu ?**

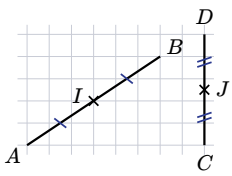
(a) Le codage montre que KE = KF. Mais K n'est pas sur le segment [EF]. Or le milieu d'un segment est un point de ce segment.
Donc K n'est pas le milieu de [EF].

(b) M est sur [EF] et le codage montre que EM = MF. Or si un point est sur un segment et à la même distance de ses extrémités, alors c'est le milieu.
Donc M est le milieu de [EF] et EM = 6 ÷ 2 = 3 cm.

(c) Non. L est sur [EF], donc EL + LF = EF et LF = 6 − 2 = 4 cm.
Donc EL ≠ LF. Or le milieu doit être à la même distance des deux extrémités.
Donc L n'est pas le milieu de [EF].

Ex. 12 ★★☆ **Le milieu sur un quadrillage**

(a) De A à B, on avance de 6 carreaux vers la droite et de 4 carreaux vers le haut. Les moitiés sont 6 ÷ 2 = 3 et 4 ÷ 2 = 2.
Je place I à 3 carreaux à droite de A et 2 carreaux vers le haut, et je code AI = IB.



Ex. 12 **(suite)**

(b) [CD] est vertical : de C à D, on monte de 5 carreaux. La moitié vaut $5 \div 2 = 2{,}5$ carreaux. Je place J à 2 carreaux et demi au-dessus de C, et je code CJ = JD (voir la figure ci-dessus).

(c) Le point de Hugo n'est pas sur le segment [AB] : il a oublié de monter de 2 carreaux. Or le milieu doit être sur le segment. En plus, il n'est pas à la même distance de A (3 cm) et de B. Ce n'est donc pas le milieu.

Ex. 13 ★★☆ **La guirlande de Tom**

(a) M est le milieu de [PQ]. Or si un point est le milieu d'un segment, alors il le partage en deux longueurs égales.
Donc $PM = MQ = 6{,}2 \div 2 = 3{,}1$ m.

(b) N est le milieu de [PM], donc $PN = 3{,}1 \div 2 = 1{,}55$ m, c'est-à-dire 155 cm. PN est le quart de PQ : $6{,}2 \div 4 = 1{,}55$ m.

(c) N est sur [PQ], donc $PN + NQ = PQ$.
Donc $NQ = 6{,}2 - 1{,}55 = 4{,}65$ m.

(d) La lanterne est au milieu de [RS], donc RS est le double de la distance à R : $RS = 2 \times 2{,}85 = 5{,}7$ m.

Ex. 14 ★★★ **Les élèves de Ben se trompent-ils ?**

(a) Non. M est le milieu de [RS]. Or si un point est le milieu d'un segment, alors il le partage en deux longueurs égales.
Donc $RM = 7{,}8 \div 2 = 3{,}9$ cm : c'est RM, pas UM. U est sur [RS] et RU = 1,95 cm est plus petit que RM = 3,9 cm, donc U est sur [RM].
Donc $UM = RM - RU = 3{,}9 - 1{,}95 = 1{,}95$ cm.

(b) Oui. U est sur [RM] et RU = UM = 1,95 cm (calcul précédent). Or si un point est sur un segment et à la même distance de ses extrémités, alors c'est le milieu.
Donc U est le milieu de [RM].

(c) Non. La moitié de RS vaut $7{,}8 \div 2 = 3{,}9$ cm : c'est RM. Or RU = 1,95 cm et $1{,}95 \neq 3{,}9$. U est le milieu de [RM], donc RU est la moitié de la moitié, c'est-à-dire le quart de RS : $7{,}8 \div 4 = 1{,}95$ cm.

(d) Non. RM est codé avec 1 trait et TR avec 2 traits. Or les mêmes traits indiquent des longueurs égales, et des traits différents ne disent rien.
Donc le codage ne permet pas d'affirmer que RM = TR.

Ex. 15 ★★★ **L'étagère de Lou**

(a) G n'est pas en face du 0, donc je fais la différence des deux graduations : $GH = 89 - 12 = 77$ cm, c'est-à-dire 0,77 m.

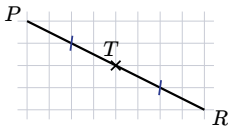
(b) K est le milieu de [GH]. Or si un point est le milieu d'un segment, alors il le partage en deux longueurs égales.
Donc $GK = 77 \div 2 = 38{,}5$ cm. G est en face de 12, donc K est en face de $12 + 38{,}5 = 50{,}5$ cm
(et pas de $89 \div 2 = 44{,}5$).

(c) L est le milieu de [GK]. Or si un point est le milieu d'un segment, alors il le partage en deux longueurs égales.
Donc $GL = 38{,}5 \div 2 = 19{,}25$ cm, c'est-à-dire 192,5 mm.
L est en face de $12 + 19{,}25 = 31{,}25$ cm.

(d) L est sur [GH], donc $LH = GH - GL = 77 - 19{,}25 = 57{,}75$ cm. Et $3 \times 19{,}25 = 57{,}75$ cm.
Donc $LH = 3 \times GL$: Lou a raison
(GL est le quart de GH).

Ex. 16 ★★★ **La carte au trésor d'Anaïs**

(a) Pour aller de P à R, on avance de 8 carreaux vers la droite et de 4 carreaux vers le bas. La moitié : $8 \div 2 = 4$ carreaux vers la droite et $4 \div 2 = 2$ carreaux vers le bas. Je place T à partir de P : 4 carreaux à droite et 2 vers le bas, sur [PR], et je code PT = TR.

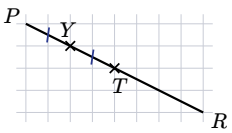


(b) Non. De P à R, on descend de 4 carreaux. Pour le milieu, on descend donc de $4 \div 2 = 2$ carreaux, pas de 4 : Malo a pris la moitié vers la droite, mais pas vers le bas. Son point X n'est pas sur le segment [PR]. Or le milieu d'un segment doit être sur ce segment.
Donc X n'est pas le trésor.

(c) T est le milieu de [PR]. Or si un point est le milieu d'un segment, alors le segment mesure le double de chaque moitié.
Donc $PR = 2 \times PT = 2 \times 146 = 292$ pas.

Ex. 16 **(suite)**

(d) De P à T : 4 carreaux à droite et 2 vers le bas. La moitié : $4 \div 2 = 2$ carreaux à droite et $2 \div 2 = 1$ carreau vers le bas. Je place Y à cet endroit, sur [PT]. Y est le milieu de [PT], donc PY = 146 ÷ 2 = 73 pas.



3. *Cercle : centre, rayon, diamètre, corde*

Ex. 17 ★☆☆ **Automatismes : du rayon au diamètre, et inversement**

(a) $d = 2 \times r = 2 \times 3{,}9 = 7{,}8$ cm.

(b) $r = d \div 2 = 13 \div 2 = 6{,}5$ cm.

(c) $r = d \div 2 = 58 \div 2 = 29$ mm, soit 2,9 cm.

(d) JQ = 4,25 cm, c'est le rayon.
Donc $d = 2 \times 4{,}25 = 8{,}5$ cm.

(e) Non. Elle a calculé le double au lieu de la moitié. Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 12 \div 2 = 6$ cm.

Ex. 18 ★☆☆ **Automatismes : nommer les éléments d'un cercle**

(a) C'est le cercle de centre P passant par G.

(b) [PE], [PF] et [PG]. Or un rayon est un segment qui joint le centre à un point du cercle. E, F et G sont sur le cercle, donc [PE], [PF] et [PG] sont des rayons.
Attention : [PK] n'en est pas un, car K n'est pas sur le cercle.

(c) [EF] joint deux points du cercle et passe par le centre P. Or une corde qui passe par le centre est un diamètre.
Donc [EF] est un diamètre. Or $d = 2 \times r$.
Donc EF = $2 \times 3{,}2 = 6{,}4$ cm.

(d) Non. [GH] joint deux points du cercle : c'est une corde. Or un diamètre est une corde qui passe par le centre. [GH] ne passe pas par P, donc ce n'est pas un diamètre.

(e) Non. PK = 2 cm et $2 < 3{,}2$, donc K est à l'intérieur du cercle : il n'est pas sur le cercle. Or un rayon joint le centre à un point du cercle.
Donc [PK] n'est pas un rayon.

Ex. 19 ★★☆ **Vrai ou faux : cordes et diamètre**

(a) Faux. $d = 2 \times r = 2 \times 3{,}4 = 6{,}8$ cm. Le diamètre est le double du rayon, pas la moitié.

(b) Faux. Une corde se compare au diamètre, pas au rayon. Or $5 < 6{,}8$, donc une corde de 5 cm est possible.

(c) Faux. Le diamètre est la plus longue corde. Or $7{,}2 > 6{,}8$, donc cette corde est impossible.

(d) Vrai. Une corde qui passe par le centre T est un diamètre.
Donc elle mesure 6,8 cm.

Ex. 20 ★★☆ **Le plan d'un rond-point**

(a) « Le segment [KL] est un rayon du cercle. Sa longueur, 2,6 cm, s'appelle aussi le rayon du cercle. »

(b) M et N sont sur le cercle de centre K. Or tous les rayons d'un même cercle ont la même longueur.
Donc KL = KM = KN = 2,6 cm.

(c) [MN] joint deux points du cercle et passe par le centre K : c'est un diamètre. $MN = 2 \times 2{,}6 = 5{,}2$ cm.

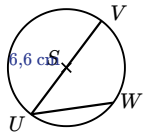
(d) [LM] ne passe pas par le centre K : c'est une corde, mais pas un diamètre. Or le diamètre est la plus longue corde.
Donc LM est plus petit que MN = 5,2 cm.

Ex. 21 ★★☆ **Construire une cible**

(a) L'écartement est égal au rayon : $r = 6{,}6 \div 2 = 3{,}3$ cm. Je règle l'écartement du compas sur 3,3 cm, je pique la pointe sur S et je trace le cercle.

(b) Je trace à la règle un segment qui passe par S et dont les extrémités U et V sont sur le cercle. C'est un diamètre, donc UV = 6,6 cm.

(c) [UW] est une corde qui ne passe pas par S. Or le diamètre est la plus longue corde.
Donc UW < UV. Figure terminée :



Ex. 22 ★★★ **Les erreurs de Lina**

(a) [WR] est un segment, pas un cercle. On écrit : « le cercle de centre W passant par R »
(ou « le cercle de centre W et de rayon 25 mm »).

(b) Non. WM = 16 mm et $16 < 25$, donc M est à l'intérieur du cercle : il n'est pas sur le cercle. Or un rayon joint le centre à un point du cercle.
Donc [WM] n'est pas un rayon.

Ex. 22 **(suite)**

(c) Lina a divisé par 2 au lieu de multiplier : elle a pris le diamètre pour la moitié du rayon. Or $d = 2 \times r$.
Donc RS $= 2 \times 25 = 50$ mm, soit $50 \div 10 = 5$ cm.

(d) Non. Une corde se compare au diamètre, pas au rayon. 4,6 cm $= 46$ mm et $46 < 50$. Or le diamètre est la plus longue corde.
Donc une corde de 4,6 cm est possible.

(e) Non. R et T sont sur le cercle, donc [RT] est une corde. Or un diamètre est une corde qui passe par le centre. [RT] ne passe pas par W, donc ce n'est pas un diamètre.

Ex. 23 ★★★ **L'horloge de la gare**

(a) A est sur le cercle, donc [CA] est un rayon. Or $r = d \div 2$.
Donc CA $= 34 \div 2 = 17$ cm.

(b) Non. CB $= 11$ cm et le rayon mesure 17 cm : B n'est pas sur le cercle. Or un rayon joint le centre à un point du cercle.
Donc [CB] n'est pas un rayon.

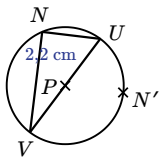
(c) C est sur [AB], donc AB $=$ AC $+$ CB $= 17 + 11 = 28$ cm. Non, [AB] n'est pas un diamètre : B n'est pas sur le cercle et 28 cm n'est pas égal à 34 cm.

(d) Rayon du disque en bois : $17 + 3 = 20$ cm. Or $d = 2 \times r$.
Donc son diamètre mesure $2 \times 20 = 40$ cm.

(e) La pointe touche le bord, donc l'aiguille est un rayon : $r = 135$ mm. Or $d = 2 \times r$.
Donc $d = 2 \times 135 = 270$ mm, soit $270 \div 10 = 27$ cm.

Ex. 24 ★★★ **Suivre un programme : cordes et diamètre**

(a) Écartement 2,2 cm, pointe sur P : je trace le cercle. Je trace une droite passant par P : elle coupe le cercle en U et V. Écartement 2,2 cm, pointe sur U : l'arc coupe le cercle en N et N'. Je trace [UN] et [NV].



(b) [UV] est un diamètre. Or $d = 2 \times r$.
Donc UV $= 2 \times 2{,}2 = 4{,}4$ cm.

(c) N est sur le cercle, donc [PN] est un rayon : PN $=$ PU $=$ 2,2 cm (tous les rayons d'un même cercle ont la même longueur). N est sur l'arc de centre U et d'écartement 2,2 cm, donc UN $= 2{,}2$ cm.

Ex. 24 **(suite)**

(d) Non. [NV] est une corde et [UV] est un diamètre. Or le diamètre est la plus longue corde du cercle.
Donc NV ne peut pas dépasser UV.

(e) Chaque point où l'arc coupe le cercle donne une corde issue de U, de longueur égale à l'écartement. Or le diamètre UV $= 4{,}4$ cm est la plus longue corde. Avec 4,4 cm, l'arc ne coupe le cercle qu'en V : un seul point. $4{,}7 > 4{,}4$: aucune corde ne mesure 4,7 cm, donc l'arc ne coupe pas le cercle.

4. *Cercle ou disque ? Appartenance*

Ex. 25 ★★★ **Dedans, dessus ou dehors ?**

(a) KR $= 1{,}8$ cm et $1{,}8 < 2{,}5$, donc R est à l'intérieur du cercle
(il appartient au disque).

(b) KS $= 2{,}5$ cm : c'est le rayon, donc S est sur le cercle. Or le cercle fait partie du disque.
Donc oui, S appartient au disque.

(c) 31 mm $= 31 \div 10 = 3{,}1$ cm. KT $= 3{,}1$ cm et $3{,}1 > 2{,}5$, donc T est à l'extérieur du cercle.

(d) Non. Léo a comparé avec le diamètre ($2 \times 2{,}5 = 5$ cm) au lieu du rayon. Or on compare la distance au centre avec le rayon. KU $= 4{,}4$ cm et $4{,}4 > 2{,}5$, donc U est à l'extérieur du cercle.

Ex. 26 ★★★ **Rayon d'abord**

(a) $r = d \div 2 = 13 \div 2 = 6{,}5$ cm.

(b) EF $= 7$ cm et $7 > 6{,}5$, donc F est à l'extérieur du cercle (même si $7 < 13$: on compare avec le rayon).

(c) [GH] est un rayon. Or le diamètre vaut le double du rayon.
Donc $d = 2 \times 3{,}9 = 7{,}8$ cm.

(d) Rayon : $6{,}4 \div 2 = 3{,}2$ cm. LM $= 29$ mm $= 2{,}9$ cm et $2{,}9 < 3{,}2$, donc M est à l'intérieur du cercle : oui, M appartient au disque.

(e) Faux. Le diamètre mesure $2 \times 3{,}2 = 6{,}4$ cm. Or la plus longue corde d'un cercle est un diamètre.
Donc aucune corde ne mesure 6,7 cm, car $6{,}7 > 6{,}4$.

Ex. 27 ★★★ **La chèvre de Noémie**

(a) La chèvre peut aller à 6 m au plus du piquet, pas seulement à exactement 6 m. Or le disque de centre P et de rayon 6 m contient tous les points à 6 m au plus de P.
Donc la zone est un disque.

Ex. 27 (suite)

(b) Chou : $5{,}4 < 6$, donc C est dans le disque : la chèvre le mange. Rosier : 630 cm $= 6{,}3$ m et $6{,}3 > 6$, donc R est à l'extérieur : elle ne l'atteint pas.

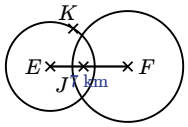
(c) PF $= 6$ m : F est sur le cercle de centre P et de rayon 6 m. Or le cercle fait partie du disque.
Donc oui, la chèvre atteint la fleur (corde bien tendue).

Ex. 28 ★★☆ Deux émetteurs radio

(a) J est sur [EF], donc EJ + JF = EF et JF $= 7 - 3 = 4$ km. EJ $= 3$ km et $3 < 4$: J est dans le disque de E. JF $= 4$ km et $4 < 5$: J est dans le disque de F.
Donc Jade capte les deux.

(b) EK $= 4$ km : K est sur le cercle de centre E et de rayon 4 km, donc dans le disque (« au plus » 4 km) : il capte E. FK $= 6$ km et $6 > 5$: K est à l'extérieur, il ne capte pas F.

(c) Écartement 4 cm, pointe sur E : cercle. Écartement 5 cm, pointe sur F : cercle. On hachure la zone commune aux deux disques (elle contient J, pas K).



Ex. 29 ★★☆ Vrai ou faux : cercle ou disque ?

(a) Vrai. A est sur le cercle de centre W. Or le disque est formé du cercle et de son intérieur.
Donc A appartient aussi au disque.

(b) Faux. WC $= 1{,}5$ cm et $1{,}5 < 2$, donc C est à l'intérieur du cercle : il appartient au disque, mais pas au cercle.

(c) Faux. Rayon : $4 \div 2 = 2$ cm. WB $= 40$ mm $= 4$ cm et $4 > 2$, donc B est à l'extérieur du cercle.

Ex. 30 ★★★ La cible de Hugo

(a) Le rayon est la moitié du diamètre. Rouge : $18 \div 2 = 9$ mm $= 0{,}9$ cm. Bleu : $6{,}6 \div 2 = 3{,}3$ cm.

(b) Non. Léo compare avec le diamètre. Il faut comparer CD avec le rayon : CD $= 3{,}4$ cm et $3{,}4 > 3{,}3$.
Donc D est à l'extérieur du cercle bleu : elle n'appartient pas au disque bleu et rapporte 0 point.

(c) CE $= 15$ mm $= 1{,}5$ cm. On a $1{,}5 > 0{,}9$ et $1{,}5 < 2{,}2$: E est hors du disque rouge mais à l'intérieur du vert, donc 5 points. CG $= 8$ mm $= 0{,}8$ cm et $0{,}8 < 0{,}9$: G est à l'intérieur du disque rouge, donc 10 points.

Ex. 30 (suite)

(d) Non. CF $= 22$ mm $= 2{,}2$ cm, c'est le rayon du vert : F est sur le cercle vert. Or le cercle fait partie du disque, donc F appartient au disque vert. Elle n'est pas dans le rouge, car $2{,}2 > 0{,}9$.
Donc F rapporte 5 points.

(e) D : 0 point ; E : 5 ; G : 10 ; F : 5. Total : $0 + 5 + 10 + 5 = 20$ points.

Ex. 31 ★★★ Les arroseurs de Malik

(a) Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 8{,}4 \div 2 = 4{,}2$ m.

(b) « Au plus 4 m » veut dire : à 4 m exactement ou à moins de 4 m.
Donc T arrose le disque de centre T et de rayon 4 m (le cercle et son intérieur), pas seulement le cercle.

(c) SP $= 4{,}2$ m, c'est le rayon : P est sur le cercle de centre S. Or le cercle fait partie du disque, donc S arrose P. TP $= 5{,}6$ m et $5{,}6 > 4$: P est à l'extérieur du disque de T.
Donc P est arrosé seulement par S.

(d) SQ $= 3{,}7$ m et $3{,}7 < 4{,}2$: Q est à l'intérieur du disque de S. TQ $= 3{,}7$ m et $3{,}7 < 4$: Q est à l'intérieur du disque de T.
Donc Q appartient aux deux disques : il est dans la zone commune.

(e) T est sur [SV], donc SV $=$ ST + TV $= 7 + 1{,}5 = 8{,}5$ m. Malik a comparé la distance à T avec le rayon de S. Il faut comparer SV avec le rayon de S : $8{,}5 > 4{,}2$, donc S n'arrose pas le banc. Mais TV $= 1{,}5$ m et $1{,}5 < 4$: le banc est arrosé par T.

Ex. 32 ★★★ La carte au trésor de Lina

(a) 26 mm $= 2{,}6$ cm. Les points à exactement 2,6 cm de C forment le cercle de centre C et de rayon 2,6 cm. Les points à 3 cm au plus de P forment le disque de centre P et de rayon 3 cm.

(b) CX $= 26$ mm $= 2{,}6$ cm : X est sur le cercle de centre C. PX $= 2{,}2$ cm et $2{,}2 < 3$: X est à l'intérieur du disque de centre P. Les deux conditions sont vérifiées, donc X convient.

(c) C est sur [PY], donc PY $=$ PC + CY $= 4 + 2{,}6 = 6{,}6$ cm. CY $= 2{,}6$ cm, donc Y est sur le cercle de centre C. Mais $6{,}6 > 3$: Y est à l'extérieur du disque de centre P. Donc Y ne convient pas.

Ex. 32 **(suite)**

(d) PZ = 30 mm = 3 cm, c'est le rayon : Z est sur le cercle de centre P. Or le cercle fait partie du disque, donc Z est bien à 3 cm au plus de P : Sami a tort. Mais CZ = 4,6 cm et 4,6 ≠ 2,6 : Z n'est pas sur le cercle de centre C.
Donc Z ne convient pas.

5. *Construire des figures avec un cercle*

Ex. 33 ★☆☆ **Automatismes : régler son compas**

(a) L'écartement du compas est le rayon : 13 mm. Or 13 mm = 1,3 cm.
Donc j'écarte mon compas de 1,3 cm.

(b) Je pique la pointe sur le centre K et je place la mine sur le point L. L'écartement est KL = 3,9 cm : c'est le rayon.

(c) Le centre du cercle de diamètre [RS] est le milieu de [RS] : j'y pique la pointe. Le rayon vaut RS ÷ 2 = 66 ÷ 2 = 33 mm, soit 3,3 cm.
Donc l'écartement est de 3,3 cm.

(d) L'écartement est le rayon : r = 1,1 cm. Or d = 2 × r.
Donc d = 2 × 1,1 = 2,2 cm.

(e) Faux. L'écartement du compas est le rayon, pas le diamètre. r = 9,2 ÷ 2 = 4,6 cm.
Donc j'écarte mon compas de 4,6 cm.

(f) Non. Pour une rosace, on garde le même écartement à chaque fois : celui du rayon du premier cercle.
Donc Hugo doit garder 1,9 cm et ne pas passer à 1,5 cm.

Ex. 34 ★☆☆ **Automatismes : lire deux cercles sur une figure**

(a) E appartient au cercle de centre A et de rayon 2 cm, donc AE = 2 cm. E appartient aussi au cercle de centre B et de rayon 3,4 cm, donc BE = 3,4 cm.

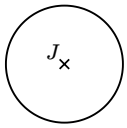
(b) [AE] et [AG] : chacun joint le centre A à un point du cercle.

(c) Non. Les deux cercles se coupent en deux points. F appartient aussi aux deux cercles, donc AF = 2 cm et BF = 3,4 cm. Il y a deux points : E et F.

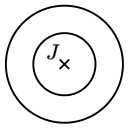
(d) A est sur [GB]. Or si un point est sur un segment, alors les deux morceaux s'additionnent.
Donc GB = GA + AB = 2 + 4,2 = 6,2 cm. Or 6,2 ≠ 3,4, donc G n'est pas à 3,4 cm de B : il n'est pas sur le cercle de centre B.

Ex. 35 ★☆☆ **Deux cercles concentriques**

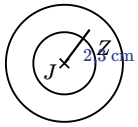
(a) J'écarte le compas de 1,7 cm, je pique la pointe sur J et je trace le cercle.



(b) L'écartement est le rayon : r = 6,4 ÷ 2 = 3,2 cm. J'écarte le compas de 3,2 cm, je pique encore la pointe sur J et je trace le cercle.



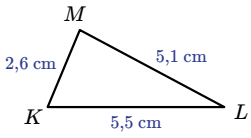
(c) JZ = 2,3 cm et 2,3 > 1,7, donc Z est à l'extérieur du petit cercle. 2,3 < 3,2, donc Z est à l'intérieur du grand cercle (il appartient au grand disque).



Ex. 36 ★★☆ **Construire un triangle avec ses trois côtés**

(a) KL = 55 mm = 5,5 cm. Or 5,5 > 5,1 > 2,6.
Donc [KL] est le plus grand côté : Ilan le trace en premier, puis il reporte les deux autres côtés au compas à partir de K et de L.

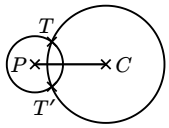
(b) 1) Je trace [KL] de longueur 5,5 cm. 2) J'écarte le compas de 2,6 cm, je pique sur K et je trace un arc. 3) J'écarte le compas de 5,1 cm, je pique sur L et je trace un arc. 4) M est un point d'intersection des deux arcs ; je trace [KM] et [LM].



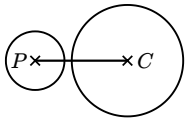
(c) Chacun des deux points est sur l'arc de centre K, donc à 2,6 cm de K, et sur l'arc de centre L, donc à 5,1 cm de L. Les deux conviennent : on obtient deux triangles avec les mêmes côtés, un de chaque côté de [KL]. On en garde un seul.

Ex. 37 ★★☆ **La carte au trésor**

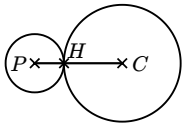
(a) J'écarte le compas de 2,5 cm, je pique sur P et je trace le cercle. J'écarte le compas de 5,2 cm, je pique sur C et je trace le cercle. Les deux cercles se coupent en deux points T et T' : il y a deux positions possibles.



(b) $2 + 3{,}8 = 5{,}8$ cm et $5{,}8 < 6{,}3$. Même en allant tout droit de P vers C, les deux rayons ne couvrent pas tout [PC].
Donc les deux cercles ne se coupent pas : aucune position.



(c) $2{,}1 + 4{,}2 = 6{,}3$ cm, c'est exactement PC. Les deux cercles se touchent en un seul point, situé sur [PC] à 2,1 cm de P.
Donc il y a une seule position.

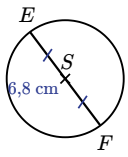


Ex. 38 ★★★ **L'arrosage automatique du jardin de Maëlle**

(a) Le cercle a pour diamètre [EF]. Or le centre d'un cercle est le milieu de chacun de ses diamètres.
Donc S est le milieu de [EF]. Le rayon vaut $r = EF \div 2 = 6{,}8 \div 2 = 3{,}4$ cm.

(b) Première erreur : le centre n'est pas E mais le milieu S de [EF]. Deuxième erreur : l'écartement du compas est le rayon, et pas le diamètre. Il faut régler le compas sur 3,4 cm et non sur 6,8 cm.

(c) Je trace [EF] de 6,8 cm. Je place S sur [EF], à 3,4 cm de E. Je règle l'écartement du compas sur 3,4 cm, je pique la pointe en S et je trace le cercle. Il passe par E et par F.



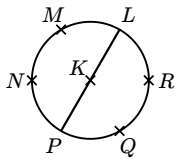
Ex. 38 **(suite)**

(d) Rosier : $3{,}1 < 3{,}4$, donc il est à l'intérieur du cercle et il est arrosé. Banc : $3{,}4 = 3{,}4$, donc il est sur le cercle. Or le cercle fait partie du disque, donc le banc est arrosé.
Pommier : 37 mm $= 3{,}7$ cm et $3{,}7 > 3{,}4$, donc il est à l'extérieur et il n'est pas arrosé.

(e) Le tuyau est une corde du cercle. Or la plus longue corde d'un cercle est un diamètre. Ici, le diamètre mesure 6,8 cm et $7 > 6{,}8$.
Donc c'est faux : un tuyau tendu entre deux points du cercle mesure au plus 6,8 cm.

Ex. 39 ★★★ **La rosace d'Inès**

(a) Je garde toujours le même écartement : 2,7 cm, le rayon du cercle. Je pique en L, puis en M, en N, en P, en Q et en R, et je reviens bien en L.

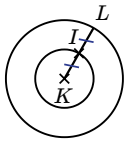


(b) L est sur le cercle de centre K et de rayon 2,7 cm. Or tous les points de ce cercle sont à 2,7 cm de K.
Donc KL = 2,7 cm. M est sur l'arc de centre L tracé avec un écartement de 2,7 cm.
Donc LM = 2,7 cm.

(c) Dans une rosace, on garde le même écartement à chaque fois : celui du rayon, 2,7 cm. 5,4 cm est le diamètre ($2 \times 2{,}7$). Avec 5,4 cm, l'arc de centre L ne touche le cercle qu'en un seul point, à l'opposé de L, et la rosace est ratée.

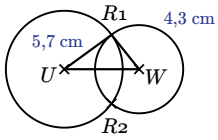
(d) L et P sont sur le cercle, et [LP] passe par le centre K. Or un segment qui joint deux points du cercle en passant par le centre est un diamètre.
Donc $LP = 2 \times 2{,}7 = 5{,}4$ cm.

(e) I est le milieu de [KL].
Donc $KI = 2{,}7 \div 2 = 1{,}35$ cm. Je pique la pointe sur le centre K et je mets la mine sur I. Le rayon est KI = 1,35 cm. Ce cercle a le même centre que le premier : les deux cercles sont concentriques.

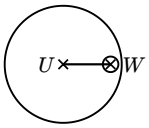


Ex. 40 ★★★ **La portée des émetteurs de Lucas**

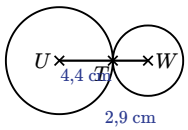
(a) 73 mm = 7,3 cm : je trace [UW]. Je règle le compas sur 5,7 cm et je trace le cercle de centre U. Je règle le compas sur 4,3 cm et je trace le cercle de centre W. Les deux cercles se coupent en deux points : il y a 2 emplacements, R1 et R2.



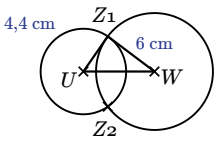
(b) Le point du cercle de centre W le plus loin de U est sur la droite (UW), après W : il est à 7,3 + 1,2 = 8,5 cm de U. Or 8,5 < 9.
Donc tout le cercle de centre W est à l'intérieur du cercle de centre U : les deux cercles ne se coupent pas. Aucun point n'est à la fois à 9 cm de U et à 1,2 cm de W.



(c) Il faut que les deux cercles se touchent en un seul point, sur [UW]. Donc TW = 7,3 − 4,4 = 2,9 cm. T est sur le segment [UW], à 4,4 cm de U, et UT + TW = 4,4 + 2,9 = 7,3 cm = UW.



(d) Faux. Je trace le cercle de centre U et de rayon 4,4 cm, puis le cercle de centre W et de rayon 6 cm. Ils se coupent en deux points : il y a 2 positions, Z1 et Z2.



6. *Programmes de construction*

Ex. 41 ★☆☆ **Segment, droite ou demi-droite ?**

(a) Il s'arrête à ses deux extrémités : c'est le segment [RS].

(b) « Trace la droite (TU). » Le tracé se prolonge des deux côtés : c'est une droite, notée avec des parenthèses.

Ex. 41 **(suite)**

(c) Le tracé commence en V et se prolonge du côté de W : son origine est V. C'est la demi-droite [VW).

(d) Non. La demi-droite [WV) a pour origine W et se prolonge du côté de V. Sur la figure, la demi-droite a pour origine V : c'est [VW), un autre tracé.

(e) Le segment [RS], car il a deux extrémités : RS = 3,9 cm. La droite et la demi-droite sont illimitées, on ne peut donc pas les mesurer.

Ex. 42 ★☆☆ **Le bon mot dans le programme**

(a) [KL] relie le centre à un point du cercle : c'est un rayon.

(b) [LM] relie deux points du cercle en passant par le centre : c'est un diamètre, et K est son milieu.

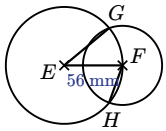
(c) Faux. [MN] relie bien deux points du cercle, mais il ne passe pas par le centre K : c'est une corde, pas un diamètre.

(d) [LM] est un diamètre. Or le diamètre mesure le double du rayon.
Donc LM = 2 × 2,5 = 5 cm.

(e) LM est la longueur du diamètre, pas celle du rayon : son cercle serait deux fois trop grand. Il faut écrire : « Trace le cercle de centre K et de rayon 2,5 cm »
(ou « passant par L »).

Ex. 43 ★★☆ **Suivre un programme dans l'ordre**

(a) Je trace [EF] = 56 mm = 5,6 cm. Je pique sur E avec un écartement EF et je trace le cercle. Je règle l'écartement sur 3,8 cm, je pique sur F et je trace le cercle. Je nomme G le point d'intersection du dessus, H celui du dessous, puis je trace [EG] et [FH].



(b) G appartient au cercle de centre E passant par F. Or tous les points d'un cercle sont à la même distance du centre.
Donc EG = EF = 56 mm, soit 5,6 cm.

(c) G appartient au cercle de centre F et de rayon 3,8 cm. Or tous les points d'un cercle sont à la distance du rayon de son centre.
Donc FG = 3,8 cm.

Ex. 43 **(suite)**

(d) À l'étape 4, on nomme les points où les deux cercles se coupent. Avant l'étape 3, il n'y a qu'un seul cercle : ces points n'existent pas encore.

Ex. 44 ★★☆ **Écrire un programme précis**

(a) [PQ] passe par le centre M et relie deux points du cercle : c'est un diamètre. Or le rayon mesure la moitié du diamètre.
Donc le rayon vaut $4{,}2 \div 2 = 2{,}1$ cm.

(b) Le cercle a pour centre Q et passe par P. Or tous les points d'un cercle sont à la distance du rayon de son centre.
Donc le rayon vaut QP = 4,2 cm
(ce n'est pas le cercle de centre P).

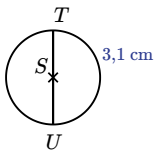
(c) 1. Trace un segment [PQ] de longueur 4,2 cm. 2. Place le milieu M de [PQ]. 3. Trace le cercle de centre M passant par P. 4. Trace le cercle de centre Q passant par P.

Ex. 45 ★★☆ **Le programme mal suivi**

(a) Noé a tracé le cercle de centre T passant par S : il a piqué la pointe sur T. Il fallait piquer sur S avec un écartement ST.

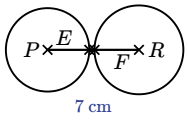
(b) Elle coupe le cercle en T (qui appartient au cercle) et en un deuxième point de l'autre côté de S. Étape 4 précise : « Elle recoupe le cercle en un point autre que T : nomme-le U et trace [TU]. »

(c) Je pique sur S avec un écartement ST = 3,1 cm et je trace le cercle. Je trace la demi-droite [TS) et je place U. [TU] passe par le centre S : c'est un diamètre. Or le diamètre mesure le double du rayon.
Donc $TU = 2 \times 3{,}1 = 6{,}2$ cm.



Ex. 46 ★★★ **La carte au trésor impossible**

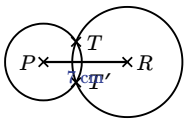
(a) Je trace [PR] = 7 cm.
Écartement 3,2 cm, pointe sur P : je trace le cercle. Écartement 3,4 cm, pointe sur R : je trace le cercle. Les deux cercles ne se coupent pas.



Ex. 46 **(suite)**

(b) E est sur le cercle de centre P, donc PE = 3,2 cm. F est sur le cercle de centre R, donc FR = 3,4 cm. $PE + FR = 3{,}2 + 3{,}4 = 6{,}6$ cm. Or PR = 7 cm, donc $EF = 7 - 6{,}6 = 0{,}4$ cm. Il reste un écart entre les deux cercles : aucun point n'est à la fois sur les deux.
Donc aucun point n'est à 3,2 cm de P et à 3,4 cm de R : l'étape 2 est impossible.

(c) Écartement 3,2 cm, pointe sur P : je trace le cercle. Écartement 4,6 cm, pointe sur R : je trace le cercle. Les deux cercles se coupent en deux points, l'un au-dessus de [PR], l'autre au-dessous : T et T'. Il y a donc deux positions possibles.



(d) « 2. Trace le cercle de centre P et de rayon 3,2 cm, puis le cercle de centre R et de rayon 4,6 cm. Ils se coupent en deux points : nomme T celui qui est au-dessus de [PR], c'est-à-dire au nord. » Écrire « le point d'intersection » ne suffit pas, car il y en a deux.

Ex. 47 ★★★ **Remettre un programme dans l'ordre**

(a) Ordre : C, A, B, D, E. L'étape D n'utilise que H : elle peut venir n'importe où après C et avant E
(par exemple C, D, A, B, E).

(b) L'étape A place le milieu de [GH] : il faut que le segment [GH] existe, donc A vient après C. L'étape B utilise le centre I : il faut que I soit placé, donc B vient après A.

(c) I est le milieu de [GH]. Or si un point est le milieu d'un segment, alors il le partage en deux longueurs égales. Donc $IG = IH = 5{,}8 \div 2 = 2{,}9$ cm. Le rayon du cercle de l'étape B est IG = 2,9 cm.

(d) G et H sont sur le cercle de centre I, et [GH] passe par le centre I : [GH] est un diamètre, pas un rayon. J et K sont sur le cercle, mais [JK] ne passe pas par I : [JK] est une corde, pas un diamètre
(elle est plus courte que le diamètre, qui mesure 5,8 cm).

Ex. 47 **(suite)**

(e) Le cercle d'Hugo a pour centre G et passe par I : son rayon est GI $= 2{,}9$ cm. Or GH $= 5{,}8$ cm et $5{,}8 > 2{,}9$, donc H est à l'extérieur de son cercle : H n'appartient pas à son cercle. Le cercle de centre I passant par G passe, lui, par H, car IH $= 2{,}9$ cm.

Ex. 48 ★★★ **Compléter le programme de la cible**

(a) « 1. Trace un segment [AB] de longueur 8 cm. » Sur la figure, le tracé s'arrête en A et en B : c'est un segment. Une droite (AB) se prolonge des deux côtés et n'a pas de longueur.

(b) « 2. Place le milieu O de [AB]. » (sur la figure, AO $=$ OB est codé) et « 4. Trace le cercle de centre O et de rayon 2,6 cm. »

(c) O est le milieu de [AB]. Or si un point est le milieu d'un segment, alors il le partage en deux longueurs égales. Donc OA $=$ OB $= 8 \div 2 = 4$ cm : le grand cercle a pour rayon 4 cm. D est sur [OB], donc DB $=$ OB $-$ OD $= 4 - 2{,}6 = 1{,}4$ cm.

(d) Le cercle d'Inès a pour centre B et pour rayon BD $= 1{,}4$ cm, donc BF $= 1{,}4$ cm. B est sur [OF], donc OF $=$ OB $+$ BF $= 4 + 1{,}4 = 5{,}4$ cm. Or $5{,}4 > 4$, donc F est à l'extérieur du grand cercle : il n'appartient pas au grand disque. Le cercle d'Inès dépasse de la cible, alors que celui de Maël reste à l'intérieur.

