1. Motifs : trouver la règle

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : quelle est la règle de la suite ?**

(a) On ajoute toujours 6 : $23 + 6 = 29$.

(b) On retire toujours 7 : $79 - 7 = 72$.

(c) Les écarts valent 4; 12; 36 : ils ne sont pas égaux. On multiplie toujours par 3 : $54 \times 3 = 162$.

(d) On ajoute toujours 1,5 : $7 + 1{,}5 = 8{,}5$.

(e) Rang × rang : $36 = 6 \times 6$, $49 = 7 \times 7$... Le terme suivant est celui du rang 10 : $10 \times 10 = 100$.

(f) Non. Trois termes ne suffisent pas : si on multiplie par 2, on obtient $8 \times 2 = 16$, mais si on ajoute 2, puis 4, puis 6, on obtient $8 + 6 = 14$.

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : utiliser une règle directe**

(a) $5 \times 4 + 2 = 22$ éléments.

(b) $6 \times 10 + 3 = 63$ éléments.

(c) $7 \times 100 + 5 = 705$ éléments.

(d) $4 \times 0 + 9 = 9$ éléments : à l'étape 0, il ne reste que le nombre fixe.

(e) $1{,}5 \times 6 + 4 = 9 + 4 = 13$ éléments.

(f) Non. $8 \times 100 + 4 = 804$, et non 840. En faisant 10×84, Inès multiplie aussi le nombre fixe 4 par 10.

Ex. 3 ★☆☆ **Trouver la règle directe et la contrôler**

(a) Écart 5. À l'étape 1 : $5 \times 1 = 5$, il faut 9, donc il manque 4 : $5 \times n + 4$. Contrôle : $5 \times 2 + 4 = 14$ ✓ et $5 \times 3 + 4 = 19$ ✓.
(Avec $5 \times n + 9$, l'étape 1 donnerait 14.)

(b) Dans l'ordre des étapes : 11; 20; 29; 38, écart 9. À l'étape 1 : $9 \times 1 = 9$, il faut 11, il manque 2 : $9 \times n + 2$. Contrôle : $9 \times 3 + 2 = 29$ ✓ et $9 \times 4 + 2 = 38$ ✓.

(c) Écart 3. À l'étape 1 : $3 \times 1 = 3$, il faut 8, il manque 5 : $3 \times n + 5$ (c'est aussi le nombre de l'étape 0). Contrôle : $3 \times 0 + 5 = 5$ ✓ et $3 \times 2 + 5 = 11$ ✓.

(d) Écart 2,5. À l'étape 1 : $2{,}5 \times 1 = 2{,}5$, il manque 1 : $2{,}5 \times n + 1$. Contrôle : $2{,}5 \times 2 + 1 = 6$ ✓ et $2{,}5 \times 4 + 1 = 11$ ✓.

Ex. 3 (suite)

(e) Non : $4 \times 1 = 4$ et non 11, car elle a oublié le nombre fixe. Il manque $11 - 4 = 7$: $4 \times n + 7$. Contrôle : $4 \times 1 + 7 = 11$ ✓ et $4 \times 2 + 7 = 15$ ✓.

Ex. 4 ★★☆ **Une rangée d'hexagones en allumettes**

(a) On ajoute 5 allumettes et non 6, car le côté commun existe déjà. Le tableau donne : $6 + 5 = 11$, $11 + 5 = 16$, $16 + 5 = 21$.

(b) En mots : nombre d'allumettes = 5× numéro de l'étape +1. À l'étape 1 : $5 \times 1 = 5$, il faut 6, il manque 1. Avec n : $5 \times n + 1$. Contrôle : $5 \times 2 + 1 = 11$ ✓ et $5 \times 3 + 1 = 16$ ✓.

(c) Avec la règle directe : $5 \times 100 + 1 = 501$. Il faut 501 allumettes à l'étape 100.

(d) Je défais la règle à l'envers : $186 - 1 = 185$, puis $185 \div 5 = 37$. Vérification : $5 \times 37 + 1 = 186$ ✓. C'est l'étape 37.

(e) $240 - 1 = 239$, et $239 \div 5$ ne tombe pas juste ($5 \times 47 = 235$, $5 \times 48 = 240$). Non : aucune étape n'utilise exactement 240 allumettes. Les nombres de ce motif se terminent tous par 1 ou par 6.

Ex. 5 ★★☆ **Des chaises autour des tables**

(a) Écart 2. Pour 1 table : $2 \times 1 = 2$, il faut 4, il manque 2. En mots : chaises = 2× nombre de tables +2. Avec n : $2 \times n + 2$. Contrôle : $2 \times 3 + 2 = 8$ ✓ et $2 \times 4 + 2 = 10$ ✓.

(b) Non : $2 \times 27 + 2 = 56$, pas 58. Il faut défaire la dernière opération en premier : $58 - 2 = 56$, puis $56 \div 2 = 28$. Vérification : $2 \times 28 + 2 = 58$ ✓. Il faut 28 tables.

(c) $75 - 2 = 73$, et $73 \div 2$ ne tombe pas juste. Non : le nombre de chaises est toujours pair, donc il ne peut pas être 75.

(d) Une rangée de 15 tables : $2 \times 15 + 2 = 32$ chaises, donc deux rangées : $32 \times 2 = 64$ chaises. Une rangée de 30 tables : $2 \times 30 + 2 = 62$ chaises. Ce n'est pas pareil : avec deux rangées, on compte deux fois le nombre fixe.

Ex. 6 ★★☆ **Vrai ou faux sur les motifs**

(a) Faux : $4 \times 1 + 5 = 9$, alors que l'étape 1 vaut 5. Le nombre fixe n'est pas le premier terme : $4 \times 1 = 4$, il manque 1, donc la règle est $4 \times n + 1$. Contrôle : $4 \times 2 + 1 = 9$ ✓.

Ex. 6 **(suite)**

(b) Faux : les écarts valent 4; 6; 8; 10 et ne sont pas égaux. Une règle «écart $\times n$ + nombre fixe» ajoute toujours le même nombre d'une étape à la suivante : elle ne peut pas convenir.

(c) Vrai : $5 \times 20 + 3 = 100 + 3 = 103$.

(d) Vrai : $n + n + n$, c'est 3 fois n, donc $3 \times n$. Contrôle à l'étape 7 : $7 + 7 + 7 + 8 = 29$ et $3 \times 7 + 8 = 29$ ✓.

Ex. 7 ★★☆ **La tirelire de Lina**

(a) $12 + 3{,}5 = 15{,}5$; $15{,}5 + 3{,}5 = 19$; $19 + 3{,}5 = 22{,}5$. Lina a 15,50 €, puis 19 €, puis 22,50 €.

(b) Le motif commence à la semaine 0 : le nombre fixe est 12. Règle : $3{,}5 \times n + 12$. Contrôle : $3{,}5 \times 1 + 12 = 15{,}5$ ✓ et $3{,}5 \times 2 + 12 = 19$ ✓.

(c) $3{,}5 \times 20 + 12 = 70 + 12 = 82$. Après 20 semaines, Lina aura 82 €.

(d) Je défais la règle à l'envers : $54 - 12 = 42$. Je cherche combien de fois 3,5 dans 42 : $3{,}5 \times 10 = 35$ et $3{,}5 \times 2 = 7$, donc $3{,}5 \times 12 = 42$. Vérification : $3{,}5 \times 12 + 12 = 54$ ✓. Lina aura 54 € après 12 semaines.

Ex. 8 ★★★ **Le carrelage de Maëlle**

(a) Dans l'ordre : étape 1 → 10, étape 2 → 17, étape 3 → 24, étape 4 → 31. Les écarts valent $17 - 10 = 7$; $24 - 17 = 7$; $31 - 24 = 7$. Ils sont tous égaux : à chaque étape, on ajoute 7 carreaux.

(b) Sa règle serait $7 \times n + 10$. À l'étape 1, elle donne $7 \times 1 + 10 = 17$, alors qu'il y a 10 carreaux : elle est fausse, car le nombre fixe n'est pas le premier terme. $7 \times 1 = 7$ et il en faut 10, donc il manque 3. Règle directe : $7 \times n + 3$. Contrôle : étape 1 : $7 \times 1 + 3 = 10$ ✓ ; étape 2 : $7 \times 2 + 3 = 17$ ✓.

(c) Non. Étape 10 : $7 \times 10 + 3 = 73$, donc Yanis trouve $10 \times 73 = 730$. Mais l'étape 100 compte $7 \times 100 + 3 = 703$ carreaux, et pas 730 : en multipliant par 10, Yanis multiplie aussi le nombre fixe 3.

(d) Je défais la règle à l'envers : $136 - 3 = 133$, puis $133 \div 7 = 19$. Vérification : $7 \times 19 + 3 = 136$ ✓. C'est l'étape 19.

Ex. 8 **(suite)**

(e) $250 - 3 = 247$, et $247 \div 7$ ne tombe pas juste ($7 \times 35 = 245$, il reste 2) : aucune étape n'utilise exactement 250 carreaux. L'étape 35 demande $7 \times 35 + 3 = 248$ carreaux, et l'étape 36 en demande $7 \times 36 + 3 = 255$, c'est trop. La plus grande étape possible est donc l'étape 35, et il reste $250 - 248 = 2$ carreaux.

Ex. 9 ★★★ **La barrière de bâtonnets**

(a) Le bâtonnet debout à gauche de la nouvelle case existe déjà : c'est le côté droit de la case précédente. On ajoute donc 1 debout, 3 couchés et 2 en croix : $1 + 3 + 2 = 6$ bâtonnets. Tableau : étape 1 → $1 + 6 = 7$; étape 2 → $7 + 6 = 13$; étape 3 → $13 + 6 = 19$.

(b) Étape 2 : $6 \times 2 + 7 = 19$, mais il y a 13 bâtonnets : sa règle est fausse. Le motif commence à l'étape 0, où il n'y a que le bâtonnet de départ : le nombre fixe vaut 1. En mots : nombre de bâtonnets = 6× numéro de l'étape +1. Avec n : $6 \times n + 1$. Contrôle : $6 \times 0 + 1 = 1$ ✓ ; $6 \times 2 + 1 = 13$ ✓.

(c) Il y a 100 cases. Debout : le bâtonnet de départ plus 1 par case, soit $1 + 100 = 101$. Couchés : $3 \times 100 = 300$. En croix : $2 \times 100 = 200$. Total : $101 + 300 + 200 = 601$. La règle donne aussi $6 \times 100 + 1 = 601$ ✓. L'étape 100 compte 601 bâtonnets.

(d) Je défais la règle à l'envers : $349 - 1 = 348$, puis $348 \div 6 = 58$. Vérification : $6 \times 58 + 1 = 349$ ✓. C'est l'étape 58.

(e) Non. Être impair ne suffit pas : $401 - 1 = 400$, et $400 \div 6$ ne tombe pas juste ($6 \times 66 = 396$, il reste 4). L'étape 66 utilise $6 \times 66 + 1 = 397$ bâtonnets et l'étape 67 en utilise $6 \times 67 + 1 = 403$: aucune étape n'utilise exactement 401 bâtonnets.

Ex. 10 ★★★ **Quand les écarts ne sont pas égaux**

(a) Règle 1 : on multiplie toujours par 2 : 5; 10; 20; 40; 80. Règle 2 : les écarts augmentent de 5 à chaque fois (+5, +10, +15, +20) : 5; 10; 20; 35; 55. Trois termes ne suffisent pas pour être sûr de la règle.

(b) Étape 3 : $7 \times 3 = 21$, mais le terme vaut 28 : la règle est fausse (elle ne marche que pour les étapes 1 et 2). Les écarts valent 7 ; 14 ; 28 : ils ne sont pas égaux, car on multiplie par 2. Une règle «écart $\times n$ + nombre fixe» ajoute toujours le même nombre : elle ne peut pas convenir.

Ex. 10 **(suite)**

(c) Les écarts valent 3 ; 5 ; 7 ; 9 : ils ne sont pas égaux. Rang × rang : 1; 4; 9; 16; 25, et chaque terme vaut 1 de plus. Règle : $n \times n + 1$. Contrôle : $5 \times 5 + 1 = 26$ ✓. Étape 10 : $10 \times 10 + 1 = 101$.

(d) Faux. Étape 20 : $20 \times 20 + 1 = 401$. Le double de l'étape 10 vaut $2 \times 101 = 202$. Comme 401 n'est pas égal à 202, Mia a tort.

(e) $145 - 1 = 144 = 12 \times 12$: 145 est le terme de l'étape 12. Vérification : $12 \times 12 + 1 = 145$ ✓. Pour 90 : $90 - 1 = 89$, or $9 \times 9 = 81$ et $10 \times 10 = 100$: 89 n'est pas un rang × rang.
Donc 90 n'est pas un terme de la suite.

2. *Écrire une expression avec une lettre*

Ex. 11 ★☆☆ **Automatismes — Des mots à l'expression**

(a) $7 \times n$ (ou $n \times 7$).

(b) $n + 6$.

(c) $n - 6$: on part de n et on retire 6 (pas $6 - n$).

(d) $n \div 2$.

(e) $2 \times n + 11$: on double n, puis on ajoute 11.

(f) $2 \times (n + 11)$: on ajoute d'abord 11, puis on double toute la somme, d'où les parenthèses.

Ex. 12 ★☆☆ **Automatismes — Vrai ou faux ?**

(a) Vrai : ajouter 4 fois n, c'est $4 \times n$. Pour $n = 6$: $6 + 6 + 6 + 6 = 24$ et $4 \times 6 = 24$.

(b) Faux : « 9 de plus » veut dire qu'on ajoute 9, donc $n + 9$. Pour $n = 5$: $5 + 9 = 14$, alors que $9 \times 5 = 45$ (c'est « 9 fois plus »).

(c) Vrai : on peut changer l'ordre dans une multiplication. Pour $n = 7$: $7 \times 4 = 28$ et $4 \times 7 = 28$.

(d) Faux : pour $n = 8$, $2 \div 8 = 0{,}25$, alors que la moitié de 8 est $8 \div 2 = 4$. La moitié de n s'écrit $n \div 2$.

(e) Vrai : $n - 7$, c'est partir de n et retirer 7. Pour $n = 10$: $10 - 7 = 3$, et 3 est bien 7 de moins que 10. Attention : $7 - n$ ne dit pas la même chose.

(f) Faux : pour $n = 20$, $20 \div 4 = 5$ mais $4 \div 20 = 0{,}2$. Dans une division, on ne peut pas échanger les deux nombres.

Ex. 13 ★★☆ **Âges, prix et périmètres**

(a) $a + 4$ ans.

(b) $a - 4$ ans : il y a 4 ans, elle avait 4 ans de moins.

(c) $3{,}8 \times n$ euros (3,80 € s'écrit aussi 3,8 €).

(d) $4 \times c$ cm (c'est $c + c + c + c$).

(e) $2 \times (L + \ell)$ cm (c'est $L + \ell + L + \ell$) : les parenthèses sont nécessaires.

(f) n n'est pas un cahier : c'est le NOMBRE de cahiers achetés. Le prix payé est $1{,}2 \times n$ euros.

Ex. 14 ★★☆ **Billes : de plus ou fois plus ?**

(a) Sacha : $n + 5$ (« 5 de plus », on ajoute 5). Lou : $5 \times n$ (« 5 fois plus », on multiplie par 5).

(b) Elsa a 5 fois moins de billes que Mila : on partage les billes de Mila en 5 parts égales, et Elsa en a une.

(c) Mila a maintenant $n + 3$ billes, et Nina 5 fois plus : $5 \times (n + 3)$. Pas $5 \times n + 3$, qui ajouterait 3 seulement à la fin.

(d) Sacha : $12 + 5 = 17$ billes. Lou : $5 \times 12 = 60$ billes. Nina : $5 \times (12 + 3) = 5 \times 15 = 75$ billes. « 5 de plus » et « 5 fois plus » donnent des résultats très différents.

Ex. 15 ★★☆ **Les économies de Zoé**

(a) Zoé reçoit 15 € : elle a alors $e + 15$ euros. Pour $e = 36$: $36 + 15 = 51$ €.

(b) Zoé dépense 8 € : il lui reste $e - 8$ euros. Pour $e = 36$: $36 - 8 = 28$ €.

(c) C'est la moitié des économies de Zoé. Pour $e = 36$: $36 \div 2 = 18$ €.

(d) C'est 3 fois plus que les économies de Zoé (le triple). Pour $e = 36$: $3 \times 36 = 108$ €.

(e) Zoé dépense 8 €, puis son frère Elio a 3 fois plus que ce qui reste à Zoé. Pour $e = 36$: $3 \times (36 - 8) = 3 \times 28 = 84$ €.

Ex. 16 ★★☆ **La frise de carrelage**

(a) Étape 4 : $17 + 5 = 22$ carreaux.

(b) Non : pour $n = 1$, $5 \times 1 = 5$, mais il y a 7 carreaux. Elle a oublié le nombre fixe : $7 - 5 = 2$. La règle directe est $5 \times n + 2$. Vérification à l'étape 2 : $5 \times 2 + 2 = 12$ ✓.

(c) $5 \times 100 + 2 = 502$. À l'étape 100, la frise compte 502 carreaux.

Ex. 16 (suite)

(d) Je défais la règle à l'envers : $182 - 2 = 180$, puis $180 \div 5 = 36$. Vérification : $5 \times 36 + 2 = 182$ ✓. C'est l'étape 36.

(e) Non : $250 - 2 = 248$ et $248 \div 5 = 49{,}6$, qui n'est pas un nombre entier. Aucune étape ne compte 250 carreaux.

Ex. 17 ★★☆ **Deux programmes presque pareils**

(a) $2 \times n + 9$.

(b) $2 \times (n + 9)$: on ajoute 9 d'abord, donc il faut des parenthèses.

(c) A : $2 \times 4{,}5 + 9 = 9 + 9 = 18$. B : $2 \times (4{,}5 + 9) = 2 \times 13{,}5 = 27$.

(d) Non : pour 4,5, A donne 18 et B donne 27. L'ordre des opérations change le résultat : $2 \times n + 9 \neq 2 \times (n + 9)$.

(e) Je défais d'abord « $+9$ » : $30 - 9 = 21$, puis « $\times 2$ » : $21 \div 2 = 10{,}5$. Vérification : $2 \times 10{,}5 + 9 = 30$ ✓. Le nombre de départ est 10,5.

Ex. 18 ★★★ **Les traductions de Hugo**

(a) Hugo se trompe. Pour $n = 5$, le double de 5 plus 7 donne $2 \times 5 + 7 = 17$, alors que $2 \times (5 + 7) = 24$. Son écriture veut dire « le double de la somme $n + 7$ ». La bonne écriture est $2 \times n + 7$.

(b) Hugo se trompe. Pour $n = 10$, 3 de moins que 10 donne $10 - 3 = 7$. Avec son écriture, il faudrait calculer $3 - 10$: en 6e, on ne peut pas retirer 10 à 3. On part de n et on retire 3 : la bonne écriture est $n - 3$.

(c) Hugo a raison. Pour $n = 6$: le triple de 6 est 18, moins 4 donne 14 ; et $3 \times 6 - 4 = 18 - 4 = 14$. On multiplie d'abord, puis on retire 4 : pas besoin de parenthèses.

(d) Hugo se trompe. Si Rose a 11 ans, il y a 5 ans elle avait $11 - 5 = 6$ ans. Son écriture donne $11 + 5 = 16$: c'est son âge dans 5 ans. La bonne écriture est $a - 5$.

(e) Non. Pour $n = 2$, on trouve bien $2 \times 2 = 4$ des deux côtés, mais c'est un hasard. Pour $n = 5$: $n \times n = 5 \times 5 = 25$ et $2 \times n = 2 \times 5 = 10$. Un seul nombre où les résultats diffèrent suffit à le prouver. $n \times n$ veut dire « n multiplié par lui-même » et $2 \times n$ veut dire $n + n$: ces deux écritures ne disent pas la même chose.

Ex. 19 ★★★ **Les achats de Camille à la papeterie**

(a) Les n stylos coûtent $2{,}5 \times n$ euros, et il ne faut pas oublier le classeur à 4 €. Le prix total est $2{,}5 \times n + 4$ euros.

Ex. 19 (suite)

(b) Non. Pour $n = 2$, Camille paie $2{,}5 \times 2 + 4 = 5 + 4 = 9$ €, mais Lucas calcule $2{,}5 \times (2 + 4) = 2{,}5 \times 6 = 15$. Il fait payer le classeur comme 4 stylos de plus. La bonne écriture est $2{,}5 \times n + 4$.

(c) Pour $n = 6$: $2{,}5 \times 6 + 4 = 15 + 4 = 19$. Camille paie 19 €.

(d) Je défais d'abord la dernière opération, « $+4$ » : $21{,}5 - 4 = 17{,}5$. Je cherche ensuite par essais le nombre qui, multiplié par 2,5, donne 17,5 : $2{,}5 \times 6 = 15$ et $2{,}5 \times 7 = 17{,}5$. Vérification : $2{,}5 \times 7 + 4 = 17{,}5 + 4 = 21{,}5$ ✓. Camille a acheté 7 stylos.

(e) Non. Sans le classeur, il faudrait $30 - 4 = 26$ € de stylos. Or $2{,}5 \times 10 = 25$ et $2{,}5 \times 11 = 27{,}5$: aucun nombre entier de stylos ne coûte 26 €. En tout, 10 stylos font 29 € et 11 stylos font 31,5 €. Le prix total ne peut donc jamais être égal à 30 €.

Ex. 20 ★★★ **L'enclos d'Amir**

(a) Pour $L = 8$ et $\ell = 5$, le périmètre est le tour de l'enclos : $8 + 5 + 8 + 5 = 26$ m. On calcule ensuite chaque expression : $2 \times 8 + 5 = 21$ (on a oublié une largeur), $2 \times (8 + 5) = 26$, $2 \times 8 + 2 \times 5 = 26$, $8 \times 5 = 40$ (ce n'est pas un tour, on a multiplié les côtés). Les écritures qui conviennent sont $L + \ell + L + \ell$, $2 \times (L + \ell)$ et $2 \times L + 2 \times \ell$.

(b) Le carré a 4 côtés égaux, donc son périmètre est $4 \times c$. Il doit être égal à 26 m : $c = 26 \div 4 = 6{,}5$. Vérification : $4 \times 6{,}5 = 26$ ✓. Le carré doit avoir des côtés de 6,5 m.

(c) « Le périmètre de l'enclos moins les 3 m de la porte » : c'est la longueur de grillage à acheter. Pour $L = 8$ et $\ell = 5$: $2 \times (8 + 5) - 3 = 26 - 3 = 23$. Il faut 23 m de grillage.

(d) Le périmètre est $2 \times (L + 9)$, et il doit être égal à 50. Le programme est « $+9$, puis $\times 2$ ». Je défais d'abord la dernière opération : $50 \div 2 = 25$, puis $25 - 9 = 16$. Vérification : $2 \times (16 + 9) = 2 \times 25 = 50$ ✓. La longueur doit mesurer 16 m.

3. *Calculer la valeur d'une expression, programmes de calcul*

Ex. 21 ★☆☆ **Automatismes : la lettre remplace un nombre**

(a) $3 \times 4 = 12$
(et pas 34 : $3 \times n$ veut dire « 3 fois n »).

Ex. 21 **(suite)**

(b) La multiplication d'abord : $2 \times 6 = 12$, puis $7 + 12 = 19$
(et pas $9 \times 6 = 54$).

(c) Les parenthèses d'abord : $7 + 1 = 8$, puis $2 \times 8 = 16$.

(d) On remplace n partout : $8 \times 8 + 8 = 64 + 8 = 72$.

(e) $2 \times 3 = 6$, puis $10 - 6 = 4$.

(f) $5 \times 9 = 45$, puis $45 - 4 = 41$.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : de la phrase à l'expression, avec des décimaux**

(a) $3 \times n + 4$; $3 \times 2{,}5 = 7{,}5$, puis $7{,}5 + 4 = 11{,}5$.

(b) $3 \times (n + 1)$; $2{,}5 + 1 = 3{,}5$, puis $3 \times 3{,}5 = 10{,}5$.

(c) $2 \times n - 0{,}6$; $2 \times 0{,}4 = 0{,}8$, puis $0{,}8 - 0{,}6 = 0{,}2$.

(d) $n \times n$; $1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$.

(e) $n + n + n = 3 \times n$; $3 \times 1{,}2 = 3{,}6$.

(f) $10 \times n + 7$; $10 \times 0{,}4 = 4$, puis $4 + 7 = 11$.

Ex. 23 ★☆☆ **Tester une égalité pour une valeur**

(a) $3 \times 6 + 2 = 18 + 2 = 20$: vrai.

(b) $3 \times 9 = 27$, puis $5 + 27 = 32$: vrai. (Calculer $(5 + 3) \times 9 = 72$ serait une erreur.)

(c) À gauche : $2 \times (3 + 4) = 2 \times 7 = 14$. À droite : $2 \times 3 + 4 = 10$. $14 \neq 10$: faux.

(d) À gauche : $2 \times 2 = 4$. À droite : $2 \times 2 = 4$: vrai.

(e) $4 \times 2{,}5 - 1 = 10 - 1 = 9$, et $9 \neq 8$: faux.

(f) À gauche : $1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 = 4{,}5$. À droite : $3 \times 1{,}5 = 4{,}5$: vrai.

Ex. 24 ★★☆ **Un programme avec des parenthèses**

(a) $2 + 3 = 5$, $5 \times 5 = 25$; $7 + 3 = 10$, $10 \times 5 = 50$; $0{,}6 + 3 = 3{,}6$, $3{,}6 \times 5 = 18$. Les résultats sont 25 ; 50 ; 18.

(b) On ajoute 3 d'abord, donc on garde les parenthèses : $(n + 3) \times 5$, qu'on écrit aussi $5 \times (n + 3)$.

(c) $2 + 3 \times 5 = 2 + 15 = 17$, alors que le programme donne 25 pour 2. Lina a tort : sans parenthèses, la multiplication se fait en premier. Il faut écrire $(n + 3) \times 5$.

(d) Je défais la dernière opération en premier : $65 \div 5 = 13$, puis $13 - 3 = 10$. Vérification : $(10 + 3) \times 5 = 65$ ✓. Le nombre de départ est 10.

Ex. 25 ★★☆ **Deux programmes, toujours le même résultat ?**

(a) A : $6 \times 4 = 24$, $24 - 6 = 18$. B : $6 + 3 = 9$, $9 \times 2 = 18$. Les deux donnent 18.

(b) A : $10 \times 4 = 40$, $40 - 6 = 34$. B : $10 + 3 = 13$, $13 \times 2 = 26$. A donne 34, B donne 26.

(c) Non. Un seul exemple ne prouve pas que c'est toujours vrai. Pour 10, A donne 34 et B donne 26 : ce contre-exemple suffit pour dire que Tom a tort.

(d) A : $4 \times n - 6$. B : $(n + 3) \times 2$, soit $2 \times (n + 3)$, avec les parenthèses car on ajoute 3 en premier.

Ex. 26 ★★☆ **Un programme en quatre étapes**

(a) $5 \times 4 = 20$; $20 + 8 = 28$; $28 \div 4 = 7$; $7 - 2 = 5$. Le résultat est 5.

(b) $3{,}5 \times 4 = 14$; $14 + 8 = 22$; $22 \div 4 = 5{,}5$; $5{,}5 - 2 = 3{,}5$. Le résultat est 3,5.

(c) On retrouve le nombre de départ. Exemple avec 10 : $10 \times 4 = 40$; $40 + 8 = 48$; $48 \div 4 = 12$; $12 - 2 = 10$ ✓. Ajouter 8 puis diviser par 4 revient à diviser par 4 puis ajouter 2, et le « retire 2 » l'annule.

(d) $5 + 8 = 13$; $13 \times 4 = 52$; $52 \div 4 = 13$; $13 - 2 = 11$. Elle obtient 11, pas 5 : l'ordre des étapes change le résultat, il faut suivre le programme dans l'ordre.

Ex. 27 ★★☆ **Je pense à un nombre**

(a) $6 \times n + 9$.

(b) $75 \div 6 = 12{,}5$, puis $12{,}5 - 9 = 3{,}5$. Vérification : $6 \times 3{,}5 + 9 = 21 + 9 = 30$, pas 75. Yanis a tort : il a défait les opérations dans le mauvais ordre.

(c) La dernière opération se défait en premier : $75 - 9 = 66$, puis $66 \div 6 = 11$. Vérification : $6 \times 11 + 9 = 66 + 9 = 75$ ✓. Noé pensait à 11.

(d) $50 - 9 = 41$, et $41 \div 6$ ne tombe pas juste ($6 \times 6 = 36$, $6 \times 7 = 42$). Avec 6 on obtient 45, avec 7 on obtient 51 : aucun nombre entier ne donne 50.

Ex. 28 ★★★ **Trois programmes à comparer**

(a) Rouge : $3 + 2 = 5$, puis $5 \times 3 = 15$. Vert : $3 \times 3 = 9$, puis $9 + 2 = 11$. Bleu : $3 \times 4 = 12$, puis $12 + 3 = 15$. En partant de 3, Rouge donne 15, Vert donne 11 et Bleu donne 15.

Ex. 28 (suite)

(b) Faux. On essaie un autre nombre, par exemple 5. Rouge : $5 + 2 = 7$, puis $7 \times 3 = 21$. Bleu : $5 \times 4 = 20$, puis $20 + 3 = 23$. Comme $21 \neq 23$, les deux programmes ne donnent pas toujours le même résultat. Un seul exemple (le nombre 3) ne prouve pas que c'est toujours vrai, alors qu'un seul contre-exemple suffit pour dire non.

(c) Rouge : $3 \times (n + 2)$ (les parenthèses sont obligatoires, car on ajoute 2 avant de multiplier). Vert : $3 \times n + 2$. Bleu : $4 \times n + 3$.

(d) Rouge : $3 \times (0{,}5 + 2) = 3 \times 2{,}5 = 7{,}5$. Vert : $3 \times 0{,}5 + 2 = 1{,}5 + 2 = 3{,}5$. Bleu : $4 \times 0{,}5 + 3 = 2 + 3 = 5$. On obtient donc 7,5 avec Rouge, 3,5 avec Vert et 5 avec Bleu.

(e) On défait le programme Vert en commençant par la dernière opération : $29 - 2 = 27$, puis $27 \div 3 = 9$. Vérification : $9 \times 3 = 27$, puis $27 + 2 = 29$ ✓. Le nombre de départ est 9.

Ex. 29 ★★★ Le contrôle de Malo

(a) Malo a calculé $3 + 4$ en premier, mais la multiplication passe avant l'addition. Calcul juste : $4 \times 2{,}5 = 10$, puis $3 + 10 = 13$. Pour $n = 2{,}5$, l'expression vaut 13.

(b) Malo n'a pas remplacé la lettre partout où elle apparaît : le dernier n vaut lui aussi 7. Calcul juste : $7 \times 7 + 7 = 49 + 7 = 56$. Pour $n = 7$, l'expression vaut 56.

(c) Non. $5 \times n$ veut dire « 5 fois n » : on ne colle pas les chiffres 5 et 8. Pour $n = 8$: $5 \times 8 = 40$. L'expression vaut 40, pas 58.

(d) $2 \times (5 + 1) = 2 \times 6 = 12$, pas 11 : Malo a tort (il a calculé $2 \times 5 + 1 = 11$ en oubliant les parenthèses). On défait la dernière opération en premier : $11 \div 2 = 5{,}5$, puis $5{,}5 - 1 = 4{,}5$. Vérification : $4{,}5 + 1 = 5{,}5$, puis $2 \times 5{,}5 = 11$ ✓. Le bon nombre est 4,5.

(e) Essai avec $n = 4$: $4 \times 4 + 4 = 16 + 4 = 20$ (trop petit). Essai avec $n = 5$: $5 \times 5 + 5 = 25 + 5 = 30$ ✓. Pour $n = 5$, l'expression vaut 30.

Ex. 30 ★★★ Le nombre secret de Sacha

(a) $3 \times (n - 4) + 2{,}5$. Les parenthèses montrent qu'on retire 4 avant de multiplier par 3.

Ex. 30 (suite)

(b) Léo défait d'abord la première opération du programme. Il faut faire l'inverse : la dernière opération (ajouter 2,5) se défait en premier, en retirant 2,5. Ensuite seulement, on divise par 3, puis on ajoute 4.

(c) $29{,}5 - 2{,}5 = 27$, puis $27 \div 3 = 9$, puis $9 + 4 = 13$. Vérification : $13 - 4 = 9$, puis $9 \times 3 = 27$, puis $27 + 2{,}5 = 29{,}5$ ✓. Sacha pense au nombre 13.

(d) Léo fait $4 \times 3 = 12$ d'abord : $20 - 12 + 2{,}5 = 10{,}5$. Mais le programme retire 4 avant de multiplier : $20 - 4 = 16$, puis $16 \times 3 = 48$, puis $48 + 2{,}5 = 50{,}5$. Sans parenthèses, la multiplication passe en premier : il fallait écrire $3 \times (20 - 4) + 2{,}5$.

(e) Non. On défait le programme : $10 - 2{,}5 = 7{,}5$, puis $7{,}5 \div 3 = 2{,}5$, puis $2{,}5 + 4 = 6{,}5$. Vérification : $6{,}5 - 4 = 2{,}5$, puis $2{,}5 \times 3 = 7{,}5$, puis $7{,}5 + 2{,}5 = 10$ ✓. Le seul nombre de départ qui donne 10 est 6,5 : ce n'est pas un nombre entier.

4. *Trouver le nombre inconnu*

Ex. 31 ★☆☆ Automatismes : égalités à trou

(a) $\square = 41 - 17 = 24$.

(b) $\square = 84 \div 6 = 14$.

(c) On retire la case : $\square = 63 - 27 = 36$ (et pas $63 + 27$).

(d) On divise par la case : $\square = 91 \div 7 = 13$.

(e) L'opération inverse de -7 est $+7$: $\square = 19 + 7 = 26$.

(f) L'opération inverse de $\div 5$ est $\times 5$: $\square = 16 \times 5 = 80$.

Ex. 32 ★☆☆ Automatismes : une seule opération à défaire

(a) $10 - 3{,}5 = 6{,}5$.

(b) $13 \div 4 = 3{,}25$.

(c) $5{,}1 + 2{,}8 = 7{,}9$.

(d) $4{,}6 \times 2 = 9{,}2$.

(e) $37 \div 10 = 3{,}7$.

Ex. 33 ★☆☆ Tester une valeur

(a) Vrai : $5 \times 6 = 30$ et $30 - 4 = 26$.

(b) Faux : on calcule d'abord la parenthèse, $3 + 5 = 8$, puis $2 \times 8 = 16$, et pas 11.

(c) Vrai : $4 \times 2{,}5 = 10$ et $10 + 1 = 11$.

(d) Faux : on ne peut pas retirer 63 de 50. La case vaut $50 - 13 = 37$.

(e) Vrai : $96 \div 12 = 8$.

Ex. 34 ★★☆ **Par essais**

(a) $10 \times 7 - 6 = 70 - 6 = 64$ et $15 \times 7 - 6 = 105 - 6 = 99$.

(b) 64 est plus petit que 85 : 10 est trop petit. 99 est plus grand que 85 : 15 est trop grand.

(c) J'essaie 12 : $12 \times 7 - 6 = 78$, trop petit. J'essaie 13 : $13 \times 7 = 91$ et $91 - 6 = 85$ ✓. Le nombre de Léon est 13.

Ex. 35 ★★☆ **L'erreur de Hugo**

(a) $2{,}25 \times 4 = 9$ et $9 + 9 = 18$. On n'obtient pas 45, donc la réponse de Hugo est fausse.

(b) Hugo a défait les opérations dans le même ordre que le programme. Il fallait défaire la dernière opération $(+9)$ en premier.

(c) $45 - 9 = 36$, puis $36 \div 4 = 9$. Vérification : $9 \times 4 = 36$ et $36 + 9 = 45$ ✓. Inès a pensé à 9.

Ex. 36 ★★☆ **Remonter un programme**

(a) On défait $+11$: $80 - 11 = 69$. Puis on défait $\times 3$: $69 \div 3 = 23$. Vérification : $3 \times 23 + 11 = 69 + 11 = 80$ ✓.
Donc $n = 23$.

(b) On défait $\div 9$: $6 \times 9 = 54$. Puis on défait -13 : $54 + 13 = 67$. Vérification : $(67 - 13) \div 9 = 54 \div 9 = 6$ ✓.
Donc $n = 67$.

(c) La parenthèse est calculée en premier, donc $\times 3$ se défait en premier : $27{,}6 \div 3 = 9{,}2$, puis $9{,}2 - 4 = 5{,}2$. Vérification : $(5{,}2 + 4) \times 3 = 27{,}6$ ✓.
Donc $n = 5{,}2$.

(d) $8{,}3 + 1{,}5 = 9{,}8$, puis $9{,}8 \div 2 = 4{,}9$. Vérification : $4{,}9 \times 2 - 1{,}5 = 8{,}3$ ✓.
Donc $n = 4{,}9$.

Ex. 37 ★★☆ **Schémas en barres**

(a) Schéma : Chloé | Chloé | 9 → total 57. $57 - 9 = 48$, puis $48 \div 2 = 24$. Chloé a 24 jetons et Malik $24 + 9 = 33$. Vérification : $24 + 33 = 57$ ✓.

(b) Schéma : Yanis = 1 part, Nora = 4 parts, donc 5 parts égales → total 65. $65 \div 5 = 13$. Yanis a 13 perles et Nora $4 \times 13 = 52$. Vérification : $13 + 52 = 65$ ✓.

(c) Il y aurait 5 parts égales : $62 \div 5 = 12{,}4$. Yanis ne peut pas avoir 12,4 perles : ce n'est pas possible.

Ex. 38 ★★★ **Le programme d'Adam**

(a) $3 + 2{,}5 = 5{,}5$, puis $5{,}5 \times 4 = 22$, puis $22 - 6 = 16$. Avec 3, le programme donne 16.

(b) Avec l'écriture de Lucie : $3 + 2{,}5 \times 4 - 6 = 3 + 10 - 6 = 7$, alors que le programme donne 16. Elle a tort : la multiplication se fait avant l'addition, donc il faut des parenthèses pour ajouter 2,5 d'abord. Écriture correcte : $(n + 2{,}5) \times 4 - 6$.

(c) La dernière opération est « -6 », je la défais en premier : $35 + 6 = 41$. Je défais « $\times 4$ » : $41 \div 4 = 10{,}25$. Je défais « $+2{,}5$ » : $10{,}25 - 2{,}5 = 7{,}75$. Vérification : $7{,}75 + 2{,}5 = 10{,}25$, $10{,}25 \times 4 = 41$, $41 - 6 = 35$ ✓. Le nombre de départ d'Adam est 7,75.

(d) Avec le plus petit nombre de départ, 0 : $(0 + 2{,}5) \times 4 - 6 = 10 - 6 = 4$. Plus le nombre de départ est grand, plus le résultat est grand, donc on obtient toujours au moins 4. Par opérations inverses : $3 + 6 = 9$, $9 \div 4 = 2{,}25$, puis il faudrait calculer $2{,}25 - 2{,}5$, impossible car 2,25 est plus petit que 2,5. On ne peut donc pas obtenir 3.

Ex. 39 ★★★ **Défis au club de maths**

(a) Je défais dans l'ordre inverse. « $+12$ » se défait par -12 : $20 - 12 = 8$. « $\div 5$ » se défait par $\times 5$: $8 \times 5 = 40$. « -7 » se défait par $+7$: $40 + 7 = 47$. Vérification : $47 - 7 = 40$, $40 \div 5 = 8$, $8 + 12 = 20$ ✓. Manon pense à 47.

(b) On retire $6 \times n$ de 100 et il reste 34, donc $6 \times n = 100 - 34 = 66$ (et pas $34 + 100$). Puis $n = 66 \div 6 = 11$. Vérification : $100 - 6 \times 11 = 100 - 66 = 34$ ✓. Théo pense à 11.

(c) Avec 5 : $5 \times 8 + 6 = 46$, trop petit. Avec 6 : $6 \times 8 + 6 = 54$, trop grand. Le nombre cherché est entre 5 et 6 : aucun nombre entier ne convient. Sami ne peut donc pas avoir raison.

(d) $50 - 6 = 44$, puis $44 \div 8 = 5{,}5$. Vérification : $5{,}5 \times 8 = 44$, $44 + 6 = 50$ ✓. Il faut choisir 5,5 au départ.

Ex. 40 ★★★ **Les économies pour la sortie**

(a) Schéma : Jules | part ; Ambre | part | part | part | part | part → total 72. Il y a 6 parts égales : $72 \div 6 = 12$. Jules a 12 € et Ambre $5 \times 12 = 60$ €. Vérification : $12 + 60 = 72$ ✓.

Ex. 40 **(suite)**

(b) Malo a tort : $36 + 41 = 77$, et pas 72. Il a partagé 72 en deux sans retirer d'abord les 5 € de plus d'Ambre. Schéma : Jules | part ; Ambre | part | 5 → total 72. $72 - 5 = 67$, puis $67 \div 2 = 33{,}5$. Jules a 33,50 € et Ambre $33{,}5 + 5 = 38{,}50$ €. Vérification : $33{,}5 + 38{,}5 = 72$ ✓.

(c) Le double de j, c'est $2 \times j$; on ajoute 4 : Kenza a $2 \times j + 4$ euros.

(d) Kenza a $2 \times 12 + 4 = 28$ €. En tout : $12 + 60 + 28 = 100$ €. Ils ont exactement assez d'argent pour le billet.

(e) On a $2 \times j + 4 = 31$. Je défais « +4 » en premier : $31 - 4 = 27$, puis « ×2 » : $27 \div 2 = 13{,}5$. Vérification : $2 \times 13{,}5 = 27$, $27 + 4 = 31$ ✓. Jules a 13,50 €.

5. *Problèmes*

Ex. 41 ★☆☆ **Automatismes : égalités à trou**

(a) $\square = 41 - 17 = 24$; vérification : $17 + 24 = 41$ ✓

(b) $\square = 84 \div 6 = 14$; vérification : $14 \times 6 = 84$ ✓

(c) $\square = 63 - 29 = 34$; vérification : $63 - 34 = 29$ ✓

(d) $\square = 96 \div 12 = 8$; vérification : $96 \div 8 = 12$ ✓

(e) $\square = 2{,}5 \times 4 = 10$; vérification : $10 \div 4 = 2{,}5$ ✓

(f) $\square = 6 + 3{,}5 = 9{,}5$; vérification : $9{,}5 - 3{,}5 = 6$ ✓

Ex. 42 ★☆☆ **Automatismes : « de plus » ou « fois plus » ?**

(a) $9 + 6 = 15$: Malo a 15 billes.

(b) $9 \times 6 = 54$: Malo a 54 billes.

(c) $2{,}5 + 4 = 6{,}5$: Noé a 6,5 €.

(d) Rayan a 4 parts comme celle de Tom : $14 \div 4 = 3{,}5$. Vérification : $3{,}5 \times 4 = 14$ ✓. Tom a 3,5 €.

(e) Zoé : $8 \times 5 = 40$; en tout $8 + 40 = 48$ (soit 6 parts de 8) : ils ont 48 coquillages à eux deux.

Ex. 43 ★★☆ **Je pense à un nombre**

(a) Je défais « -7 » : $37 + 7 = 44$. Je défais « ×4 » : $44 \div 4 = 11$. Vérification : $11 \times 4 = 44$, $44 - 7 = 37$ ✓. Le nombre pensé est 11.

(b) Je défais « $+3{,}5$ » : $12 - 3{,}5 = 8{,}5$. Je défais « ÷2 » : $8{,}5 \times 2 = 17$. Vérification : $17 \div 2 = 8{,}5$, $8{,}5 + 3{,}5 = 12$ ✓. Le nombre pensé est 17.

Ex. 43 **(suite)**

(c) Faux : il a défait les opérations dans le mauvais ordre. Vérification de 4,2 : $4{,}2 \times 5 + 6 = 27$, pas 51. Correct : $51 - 6 = 45$, puis $45 \div 5 = 9$. Vérification : $9 \times 5 + 6 = 51$ ✓. Le nombre est 9.

(d) La dernière opération est « ×6 » : $54 \div 6 = 9$. Puis je défais « +3 » : $9 - 3 = 6$. Vérification : $(6 + 3) \times 6 = 54$ ✓. Le nombre pensé est 6.

Ex. 44 ★★☆ **Schéma en barres : « de plus »**

(a) Ana | Ana | 5 → total 31. $31 - 5 = 26$, $26 \div 2 = 13$. Théo : $13 + 5 = 18$. Vérification : $13 + 18 = 31$ ✓. Ana a 13 ans et Théo 18 ans.

(b) Faux : $28 + 40 = 68$, pas 56. Il faut d'abord retirer la différence. Paul | part ; Rose | part | 12 → total 56. $56 - 12 = 44$, $44 \div 2 = 22$; Rose : $22 + 12 = 34$. Vérification : $22 + 34 = 56$ ✓. Paul a 22 timbres et Rose 34 timbres.

(c) Rémi : part ; Sofia : part | 9 ; Karim : part | 9 | 9 → total 75. Morceaux ajoutés : $9 + 9 + 9 = 27$. $75 - 27 = 48$, $48 \div 3 = 16$. Sofia : $16 + 9 = 25$; Karim : $25 + 9 = 34$. Vérification : $16 + 25 + 34 = 75$ ✓. Rémi a 16 €, Sofia 25 € et Karim 34 €.

Ex. 45 ★★☆ **Schéma en barres : « fois plus »**

(a) Bastien | part ; Lucie | part | part | part → total 64. $1 + 3 = 4$ parts : $64 \div 4 = 16$. Lucie : $3 \times 16 = 48$. Vérification : $16 + 48 = 64$ ✓. Bastien a 16 perles et Lucie 48 perles.

(b) Faux : 21,25 jetons, c'est impossible, et il a oublié la part de Sami. Sami | part ; Gabin | part | part | part | part → total 85. Il y a $1 + 4 = 5$ parts : $85 \div 5 = 17$; Gabin : $4 \times 17 = 68$. Vérification : $17 + 68 = 85$ ✓. Sami a 17 jetons et Gabin 68 jetons.

(c) Jules : 1 part ; Mia : 2 parts ; Clara : 3 parts → $1 + 2 + 3 = 6$ parts, total 90. $90 \div 6 = 15$. Mia : $2 \times 15 = 30$; Clara : $3 \times 15 = 45$. Vérification : $15 + 30 + 45 = 90$ ✓. Jules a 15 €, Mia 30 € et Clara 45 €.

Ex. 46 ★★☆ **Les économies de Nora**

(a) Règle en mots : 14 € plus 3,5 € par semaine. Avec la lettre : $14 + 3{,}5 \times n$.

(b) $14 + 3{,}5 \times 9 = 14 + 31{,}5 = 45{,}5$. Après 9 semaines, elle aura 45,5 €.

Ex. 46 **(suite)**

(c) Je défais « +14 » : $91 - 14 = 77$. En 2 semaines, elle ajoute $3{,}5 + 3{,}5 = 7$ € ; $77 \div 7 = 11$, donc $11 \times 2 = 22$ semaines. Vérification : $14 + 3{,}5 \times 22 = 14 + 77 = 91$ ✓. Elle aura 91 € après 22 semaines.

(d) Faux : il a oublié les 14 € du départ. $14 + 3{,}5 \times 10 = 14 + 35 = 49$. Après 10 semaines, elle aura 49 €.

Ex. 47 ★★☆ **Chaises autour de tables accolées**

(a) Chaque table ajoutée apporte 6 chaises : $14 + 6 = 20$ pour 3 tables, $20 + 6 = 26$ pour 4 tables.

(b) Règle : 6 chaises par table, plus les 2 chaises des bouts. Avec n tables : $6 \times n + 2$. Vérification pour 1 table : $6 \times 1 + 2 = 8$ ✓.

(c) $6 \times 100 + 2 = 602$. Il faut 602 chaises pour 100 tables.

(d) $130 - 2 = 128$ et $128 \div 6 = 21{,}33\ldots$ Avec 21 tables : $6 \times 21 + 2 = 128$ chaises ✓ ; avec 22 tables : 134, c'est trop. On peut accoler au plus 21 tables.

(e) Non : $75 - 2 = 73$ et 73 n'est pas dans la table de 6 ($6 \times 12 = 72$, $6 \times 13 = 78$). On ne peut pas avoir exactement 75 chaises.

Ex. 48 ★★★ **Les cartes de trois amis**

(a) Non. « 3 fois plus » ne veut pas dire « 3 de plus » : la part de Yanis est répétée 3 fois. La barre de Malik est « part | part | part » ($\times 3$), pas « part | 3 » ($+3$).

(b) Yanis : part. Chloé : part | 7. Malik : part | part | part. Total : 82. Il y a $1 + 1 + 3 = 5$ parts égales, plus le morceau de 7 (attention à ne pas oublier la part de Chloé).

(c) Je retire d'abord le morceau : $82 - 7 = 75$. Puis je partage en 5 parts : $75 \div 5 = 15$. Yanis a 15 cartes, Chloé $15 + 7 = 22$ cartes, Malik $3 \times 15 = 45$ cartes. Vérification : $15 + 22 + 45 = 82$ ✓. Yanis a 15 cartes, Chloé 22 cartes et Malik 45 cartes.

(d) À eux deux, Malik et Yanis ont $45 + 15 = 60$ cartes, donc chacun doit en avoir $60 \div 2 = 30$. Malik donne $45 - 30 = 15$ cartes. Vérification : Malik a 30 cartes, Yanis $15 + 15 = 30$ cartes ✓. Malik donne 15 cartes à Yanis.

Ex. 49 ★★★ **Elsa et sa tante Mona**

(a) Avec ses nombres, la somme ferait $29 + 55 = 84$ ans, et pas 58. Lucas a partagé le total en 2 alors qu'il faut d'abord retirer le morceau « de plus » : 26 ans.

(b) Schéma : Elsa : part. Mona : part | 26. Total : 58. $58 - 26 = 32$, puis $32 \div 2 = 16$. Elsa a 16 ans, Mona $16 + 26 = 42$ ans. Vérification : $16 + 42 = 58$ ✓ et $42 - 16 = 26$ ✓. Elsa a 16 ans et Mona a 42 ans.

(c) Chaque année, chacune prend 1 an, donc la somme augmente de 2 ans. Il manque $80 - 58 = 22$ ans, et $22 \div 2 = 11$. Vérification : $27 + 53 = 80$ ✓. Dans 11 ans, la somme de leurs âges sera 80 ans.

(d) L'écart reste toujours de 26 ans. Si Mona a le double de l'âge d'Elsa, Mona a « âge d'Elsa + âge d'Elsa », donc l'âge d'Elsa est égal à l'écart : 26 ans. $26 - 16 = 10$. Vérification : dans 10 ans, Elsa a 26 ans, Mona 52 ans, et $2 \times 26 = 52$ ✓. Dans 10 ans, Mona aura le double de l'âge d'Elsa.

Ex. 50 ★★★ **La clôture du potager**

(a) Chaque section ajoute 1 poteau et 3 barres, soit 4 pièces : $13 + 4 = 17$. Règle : « 4 fois le nombre de sections, plus 1 » (le premier poteau). Avec n sections : $4 \times n + 1$. Test : $4 \times 1 + 1 = 5$ ✓.

(b) Non, elle a oublié le nombre fixe : $4 \times 100 + 1 = 401$. Pour 100 sections, il faut 401 pièces.

(c) Je défais la règle : $149 - 1 = 148$, puis $148 \div 4 = 37$. Vérification : $4 \times 37 + 1 = 149$ ✓. Ben a monté 37 sections.

(d) Non. $4 \times 57 + 1 = 229$ et $4 \times 58 + 1 = 233$: 230 est entre les deux, aucune clôture complète n'utilise exactement 230 pièces.

(e) Pour n sections il faut $n + 1$ poteaux et $3 \times n$ barres. Barres : $3 \times 66 = 198$ (ça passe), $3 \times 67 = 201$ (trop). Poteaux pour 66 sections : $66 + 1 = 67$, et 67 est moins que 70 ✓. Ben peut monter au plus 66 sections.