49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Rappels de 6e : motifs et programmes avec une lettre

À retenir : Règle d'un motif : écart × n + nombre fixe, avec nombre fixe = 1er terme − écart. « Ajouter 2 puis multiplier par 6 » s'écrit $6(n+2)$, pas $n+2\times 6$. Je vérifie toujours avec $n=10$.

Ex. 1 ★☆☆ **Traduire un programme avec une lettre** — Traduis chaque programme de calcul par une expression littérale, avec la lettre indiquée. Vérifie ensuite ton expression avec la valeur 10.

(a) Choisir n ; lui ajouter 6 ; multiplier le résultat par 5.

(b) Choisir n ; le multiplier par 5 ; ajouter 6.

(c) Choisir a ; lui soustraire 3 ; multiplier le résultat par 8.

(d) Choisir t ; le multiplier par 2,5 ; soustraire 1.

(e) Choisir x ; l'élever au carré ; ajouter 9.

(f) Choisir y ; lui ajouter 1 ; prendre la moitié du résultat.

Ex. 2 ★☆☆ **Retrouver le programme d'après son expression** — Dans chaque cas, pense à l'ordre des étapes.

(a) Écris un programme de calcul dont l'expression est $7n+1$.

(b) Écris un programme de calcul dont l'expression est $7(n+1)$, puis calcule $7n+1$ et $7(n+1)$ pour $n=10$.

(c) Léo traduit $6(a+0{,}5)$ par « multiplier par 6, puis ajouter 0,5 ». A-t-il raison ? Justifie avec $a=10$.

(d) Laquelle des deux expressions $\frac{n}{2}+8$ ou $\frac{n+8}{2}$ traduit « ajouter 8, puis diviser par 2 » ? Justifie avec $n=10$.

(e) Remets dans l'ordre les étapes « soustraire 5 », « choisir x », « élever au carré » pour obtenir le programme dont l'expression est x^2-5.

Ex. 3 ★★☆ **Pentagones d'allumettes** — Abdel accole des pentagones en allumettes sur une ligne : à chaque étape, il ajoute un pentagone qui a un côté commun avec le précédent. Il a noté ses résultats dans le désordre :

Étape	3	1	4	2
Nombre d'allumettes	13	5	17	9

(a) Range les résultats dans l'ordre des étapes. De combien augmente le nombre d'allumettes d'une étape à la suivante ?

(b) Écris une formule qui donne le nombre d'allumettes à l'étape n, puis vérifie-la pour $n=3$.

Ex. 3 (suite)

(c) Inès propose $4n+5$ et Hugo propose $4n$. Teste les deux formules pour $n=2$ et explique l'erreur de chacun.

(d) Zoé calcule le nombre d'allumettes à l'étape 10, puis le multiplie par 10 pour trouver celui de l'étape 100. A-t-elle raison ? Justifie par des calculs.

Ex. 4 ★★☆ **Deux programmes à comparer** — Programme A : 1. Choisir un nombre n. 2. Lui ajouter 5. 3. Multiplier le résultat par 2.
Programme B : 1. Choisir un nombre n. 2. Le multiplier par 2. 3. Ajouter 10.

(a) Applique le programme A, puis le programme B, au nombre 2,5.

(b) Maël traduit le programme B par $2(n+10)$. Calcule son expression pour $n=2{,}5$, explique son erreur et corrige-la.

(c) Écris l'expression du programme A en fonction de n, puis développe-la. Que peux-tu dire des programmes A et B ?

(d) Lina affirme : « Si je double le nombre de départ, le résultat du programme A double aussi. » Vrai ou faux ? Justifie par un contre-exemple.

Ex. 5 ★★★ **Le banquet de Vannes** — Pour un banquet à Vannes, on aligne des tables rectangulaires bout à bout. Une table seule offre 6 places : 2 de chaque grand côté et 1 à chaque bout. Quand on accole deux tables par leurs bouts, les places du raccord disparaissent. On note n le nombre de tables.

(a) Complète le tableau.

Nombre de tables n	1	2	3	4
Nombre de places	6	10		

(b) Écris une règle qui donne le nombre de places pour n tables. Explique-la à l'aide des grands côtés et des bouts, puis vérifie-la pour $n=4$.

(c) Nora affirme : « Avec deux fois plus de tables, on a deux fois plus de places. » Compare 10 tables et 20 tables. A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Le traiteur veut asseoir exactement 75 invités sans laisser de place vide. Est-ce possible ? Justifie avec ta formule.

Ex. 6 ★★★ **L'ordre des étapes compte** — Voici le programme de calcul de la classe : 1. Choisir un nombre n. 2. Lui ajouter 4. 3. Multiplier le résultat par 3. 4. Soustraire 12.

(a) Applique le programme au nombre 7, étape par étape.

(b) Noé traduit le programme par $n + 4 \times 3 - 12$. Calcule son expression pour $n = 7$, explique son erreur, puis écris la bonne expression.

(c) Développe puis réduis la bonne expression. Que fait ce programme au nombre de départ ?

(d) Mila multiplie d'abord par 3, puis ajoute 4, puis soustrait 12. Écris son expression réduite. Trouve-t-elle toujours le même résultat ? Justifie.

(e) Avec le programme de la classe, quel nombre faut-il choisir pour obtenir 54 ? Justifie.

Ex. 7 ★★★ **L'allée du jardin de Colmar** — Dans un jardin de Colmar, on pose une rangée de n dalles grises carrées. On les entoure complètement d'une bordure de dalles blanches de même taille, coins compris. Seules trois étapes ont été notées :

Étape n	3	5	8
Dalles blanches	12	16	22

(a) De combien augmente le nombre de dalles blanches de l'étape 3 à l'étape 5 ? Et d'une étape à la suivante ?

(b) Lucas propose la règle $2n + 12$, « car il y a 12 dalles à l'étape 3 ». A-t-il raison ? Justifie.

(c) Trouve la bonne règle et vérifie-la avec les trois étapes du tableau. Explique-la à l'aide de la bordure.

(d) Sacha propose le programme : 1. Choisir n. 2. Ajouter 6. 3. Multiplier par 2. Teste-le pour $n = 3$ et explique son erreur.

(e) Écris un programme de trois étapes, commençant par une addition, qui donne le bon nombre de dalles blanches. Combien en faut-il pour 50 dalles grises ?

2. *Écrire une expression : formules et conventions d'écriture*

À retenir : Pas de $\times$ devant une lettre ou une parenthèse : $x \times 6 = 6x$, $1 \times a = a$, $0 \times a = 0$, mais $3 \times 4 = 12$. Parenthèses si l'opération porte sur tout un résultat : le double de la somme de n et 7 donne $2(n + 7)$. Et $x^2 = x \times x$, pas $2x$.

Ex. 8 ★☆☆ **Supprimer ou rétablir les signes $\times$** — Fais ce qui est demandé dans chaque question. Écris l'expression de départ, puis l'expression obtenue.

(a) Supprime les signes $\times$: $t \times 8$

(b) Rétablis les signes $\times$ cachés : $8ab$

(c) Supprime les signes $\times$: $0 \times c + 1 \times d$

(d) Supprime les signes $\times$: $6 \times 7 \times x$

Ex. 8 (suite)

(e) Rétablis les signes $\times$ cachés : $11(n + 2)$

(f) Supprime les signes $\times$: $y \times y + 2{,}5 \times y$

(g) Rétablis les signes $\times$ cachés : $0{,}4t^2$

(h) Supprime les signes $\times$: $9 \times (x - 6)$

Ex. 9 ★☆☆ **Traduire une phrase par une expression** — Écris chaque phrase sous forme d'une expression littérale, avec les conventions d'écriture.

(a) Le double de k, augmenté de 8.

(b) Le double de la somme de k et 8.

(c) Le double de la différence de x et 4.

(d) 6 de moins que y.

(e) 7 de plus que a.

(f) 7 fois plus que a.

(g) Le prédécesseur de l'entier p.

(h) Un entier pair quelconque, écrit à l'aide d'un entier m.

Ex. 10 ★★☆ **Repérer et corriger des erreurs** — Lis ce que chaque élève a écrit, puis réponds à la question.

(a) Tom affirme que x^2 et $2x$ sont égales, car pour $x = 2$ les deux valent 4. A-t-il raison ? Justifie.

(b) Pour $n = 4$, Malik calcule $3n$ et trouve 34. Explique son erreur, puis donne le bon résultat.

(c) Clara traduit « le triple de la somme de a et 6 » par $3a + 6$. Corrige-la, puis justifie avec $a = 10$.

(d) Nina écrit $5t + 4 = 9t$. Est-ce vrai pour toutes les valeurs de t ? Justifie par un contre-exemple.

Ex. 11 ★★☆ **L'enclos des chèvres** — Dans une ferme près de Rodez, un enclos pour les chèvres a la forme d'un rectangle de longueur a et de largeur b (en mètres).

(a) Parmi les écritures $2a + b$; $2(a + b)$; $a + b + a + b$; $2a + 2b$; $2ab$, lesquelles sont égales au périmètre de l'enclos ?

(b) Calcule le périmètre de l'enclos pour $a = 12{,}5$ et $b = 8$.

(c) Écris l'aire de l'enclos avec les conventions d'écriture, puis calcule-la pour $a = 12{,}5$ et $b = 8$.

(d) Le grillage coûte 4 € le mètre. Écris le prix du grillage en fonction de a et b, sans signe $\times$.

Ex. 12 ★★★ **Le carnet de Maëlys : vrai ou faux ?** — Maëlys a noté des affirmations dans son carnet. Pour chacune, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie : avec les conventions d'écriture si elle est vraie, avec un contre-exemple calculé si elle est fausse.

(a) « $m \times 0 + 6 \times m \times m + 1 \times m$ s'écrit $6m^2 + m$. »

(b) « $5 \times 8 \times r$ s'écrit $58r$. »

(c) « “p augmenté de 5” et “5 fois plus que p” donnent toujours le même nombre. »

Ex. 12 **(suite)**

(d) « Le périmètre d'un carré de côté $t+9$ s'écrit $4(t+9)$. »

(e) « $7ab$ est la somme de 7, de a et de b. »

Ex. 13 ★★★ **La tombola de Pornic** — À la tombola de la fête de Pornic, chaque ticket porte un numéro entier. Inès tire le ticket numéro n.

(a) Écris, en fonction de n, le numéro du ticket juste après celui d'Inès, celui du ticket juste avant, puis le nombre qui vaut 3 de moins que n.

(b) Pour « 3 de moins que n », Jules a écrit $3-n$. Calcule son expression et la bonne pour $n=20$, puis explique son erreur.

(c) Le numéro du gros lot est le double de la différence de n et 1. Écris son expression. Léo propose $2n-1$: compare les deux pour $n=20$.

(d) Les tickets gagnants ont un numéro pair. Le numéro du gros lot est-il toujours pair ? Et celui obtenu avec l'expression de Léo ? Justifie.

Ex. 14 ★★★ **Le tapis du club de judo** — Un club de judo de Besançon pose un tapis fait de deux morceaux : un carré de côté x (en mètres), et une bande rectangulaire de longueur x et de largeur 3 collée contre un côté du carré. Le tapis complet est un rectangle de longueur $x+3$ et de largeur x.

(a) Écris l'aire du carré. Explique pourquoi elle ne s'écrit pas $2x$ en calculant les deux expressions pour $x=6$.

(b) Écris l'aire de la bande. Écris ensuite l'aire du tapis complet de deux façons : sous forme d'un produit, puis sous forme d'une somme.

(c) Parmi $2x+3$; $2(x+3)+2x$; $x+3+x+x+3+x$; $2\times x+3\times 2$, lesquelles donnent le périmètre du tapis complet ? Justifie.

(d) Pour $x=4$, calcule le périmètre du tapis complet. Calcule ensuite le prix d'un liseré posé tout autour, à 1,5 € le mètre.

3. *Calculer la valeur d'une expression littérale*

À retenir : Je remets les × cachés, je remplace la lettre PARTOUT par sa valeur, puis je calcule : parenthèses, puis ×, puis + et −. Pour $y=9$: $4y=4\times 9=36$ (pas 49) et $y^2=9\times 9=81$ (pas 18).

Ex. 15 ★☆☆ **Substituer une valeur : calculs en ligne** — Calcule la valeur de chaque expression pour la valeur donnée. Remets d'abord les signes × cachés.

(a) n^2 pour $n=7$ (b) $5a$ pour $a=0{,}4$

(c) $2+3x$ pour $x=5$ (d) $3(t+2)$ pour $t=4$

(e) x^2+x pour $x=0{,}5$ (f) $1{,}2y-6$ pour $y=5$

(g) $x+9$ pour $x=-5$ (h) $15-k$ pour $k=-6$

Ex. 16 ★☆☆ **Une expression avec deux lettres** — Pour $a=2$ et $b=4{,}5$, calcule la valeur de chaque expression.

(a) $3a-b$ (b) ab (c) $a+2b$

(d) $2(b-a)$ (e) b^2-a (f) $4b-9a$

Ex. 17 ★★☆ **Les erreurs de Lina** — Lina a fait ces calculs, et chacun contient une erreur. Pour chacun, explique son erreur puis écris le bon calcul.

(a) Pour $x=7$, Lina écrit : $3x=37$.

(b) Pour $x=6$, Lina écrit : $x^2=12$.

(c) Pour $x=4$, Lina écrit : $2(x+1)=2\times 4+1=9$.

(d) Pour $x=3$, Lina écrit : $x^2+2x=9+2x=11x$.

(e) Pour $n=4$, Lina écrit : $1+6n=7\times 4=28$.

Ex. 18 ★★☆ **Location de vélos à Annecy** — À Annecy, un loueur de vélos fait payer un forfait de 4 € plus 2,5 € par heure. Pour h heures de location, le prix en euros est $P=4+2{,}5h$.

(a) Réécris la formule en rétablissant le signe × caché.

(b) Complète le tableau :

h (en heures)	1	2	4	6
P (en €)				

(c) Calcule le prix d'une location d'1 h 30 min, soit $h=1{,}5$.

(d) Ilan dit : « J'ai loué un vélo 8 heures et j'ai payé 24 €. » A-t-il raison ? Justifie par un calcul.

Ex. 19 ★★★ **Le défi de Malik** — On considère les deux expressions $A=x^2+3$ et $B=4x$. Malik affirme : « Pour n'importe quel nombre x, A et B ont la même valeur. »

(a) Calcule A et B pour $x=1$, puis pour $x=3$. Que constates-tu ?

(b) Complète le tableau de valeurs de A :

x	0	2	5	1,5
x^2+3				

(c) Complète le tableau de valeurs de B :

x	0	2	5	1,5
4x				

(d) Malik n'a testé que $x=1$ et $x=3$. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 20 ★★★ **L'enclos d'Inès à Colmar** — À Colmar, Inès veut construire un enclos rectangulaire pour ses lapins. Il a pour longueur $x+2{,}5$ m et pour largeur x m. La longueur de grillage est $P=2(x+2{,}5)+2x$ (en m), et l'aire est $\mathcal{A}=x(x+2{,}5)$ (en m²).

(a) Pour $x=3$, Hugo écrit : $P=2\times 3+2{,}5+2\times 3=14{,}5$. Explique son erreur, puis calcule la bonne valeur de P.

(b) Calcule l'aire de l'enclos pour $x=3$.

Ex. 20 (suite)

(c) Calcule P et $\mathcal{A}$ pour $x = 0{,}4$.

(d) Inès a 25 m de grillage. Calcule P pour $x = 5$, puis pour $x = 5{,}5$. Quelle valeur peut-elle choisir ? Justifie.

Ex. 21 ★★★ **Trois expressions, quatre défis** — Ben écrit trois expressions au tableau : $E = 1 + 5a$, $F = a(a + 4)$ et $G = 12 - a$.

(a) Calcule E, F et G pour $a = 1{,}2$.

(b) Trouve une valeur de a pour laquelle G vaut 0, puis une valeur pour laquelle G vaut 15,5. Vérifie chacune par le calcul.

(c) Lou affirme : « Pour toute valeur de a, E est plus grand que F. » Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Pour $a = 0{,}8$, une seule des trois expressions vaut 5. Laquelle ? Justifie par le calcul.

4. *Tester une égalité, trouver un contre-exemple*

À retenir : Pour tester une égalité, je calcule séparément ses deux membres : s'ils sont égaux, elle est vraie pour cette valeur. Un exemple ne prouve rien ; un seul contre-exemple prouve qu'elle est fausse : $3 + a = 3a$ est fausse car pour $a = 2$, $5 \neq 6$.

Ex. 22 ★☆☆ **Tester une égalité pour une valeur** — Pour chaque égalité, calcule séparément le membre de gauche et le membre de droite pour la valeur donnée. Dis ensuite si l'égalité est vraie ou fausse pour cette valeur.

(a) $5x - 7 = 2x + 8$ pour $x = 5$

(b) $3a + 4 = 6a - 2$ pour $a = 3$

(c) $0{,}5t + 6 = t + 1$ pour $t = 10$

(d) $n^2 + 1 = 4n - 2$ pour $n = 3$

(e) $2(y + 3) = 3y + 1$ pour $y = 4$

(f) $x + 9 = 12 - x$ pour $x = -3$

(g) $1{,}2a + 3 = 2a - 1$ pour $a = 5$

Ex. 23 ★☆☆ **Choisir un bon contre-exemple** — Chaque affirmation est fausse. Teste les valeurs proposées en calculant séparément les deux membres, puis indique quelle(s) valeur(s) est (sont) un contre-exemple.

(a) « Pour tout nombre b, $b + b = b^2$. » Teste $b = 0$, $b = 2$ et $b = 4$.

(b) « Pour tout nombre a, $a + 7 = 7 - a$. » Teste $a = 0$ et $a = 2{,}5$.

(c) « Pour tout nombre t, $4(t + 1) = 4t + 1$. » Teste $t = 0$ et $t = 3$.

(d) « Pour tout nombre y, $y + 5 = 5y$. » Teste $y = 1{,}25$ et $y = 2$.

Ex. 23 (suite)

(e) « Pour tout nombre x, $1{,}5x + 2 = 2x + 1{,}5$. » Teste $x = 1$ et $x = 3$.

(f) « Pour tout nombre n, $2n + 3n = 5n^2$. » Teste $n = 3$ et $n = 1$.

Ex. 24 ★★☆ **Deux essais ne suffisent pas** — Malik étudie l'égalité $n^2 + 6 = 5n$. Il la teste pour $n = 2$ puis pour $n = 3$, et il écrit : « Ça marche deux fois, donc elle est vraie pour tous les nombres. »

(a) Calcule séparément les deux membres pour $n = 2$, puis pour $n = 3$.

(b) Teste l'égalité pour $n = 4$.

(c) Malik a-t-il raison ? Justifie.

(d) Teste aussi l'égalité pour $n = 2{,}5$.

Ex. 25 ★★☆ **Vraie une seule fois ou vraie à chaque fois ?** — On étudie deux égalités : $3a + 5 = a + 11$ et $2(a + 4) = 2a + 8$.

a	1	2	3	4
3a + 5				
a + 11				
2(a + 4)				
2a + 8				

(a) Complète le tableau de valeurs.

(b) Pour quelle(s) valeur(s) du tableau l'égalité $3a + 5 = a + 11$ est-elle vraie ?

(c) Teste l'égalité $3a + 5 = a + 11$ pour $a = 0{,}5$.

(d) Inès affirme : « Le tableau prouve que $2(a + 4) = 2a + 8$ est vraie pour tous les nombres. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 26 ★★★ **Le rectangle et le carré de Léo** — Léo dessine un rectangle de longueur $x + 5$ et de largeur x, puis un carré de côté $x + 2{,}5$ (en cm). Il pense que ces deux figures ont toujours le même périmètre.

(a) Calcule le périmètre du rectangle et celui du carré pour $x = 3$, puis pour $x = 1{,}5$.

(b) Léo conclut : « Les deux périmètres sont toujours égaux. » Ses deux essais suffisent-ils à le prouver ? Justifie.

(c) Écris le périmètre de chaque figure en fonction de x, sous forme développée et réduite. Que peux-tu conclure ?

(d) Léo affirme aussi : « Les deux figures ont toujours la même aire. » Vrai ou faux ? Justifie.

Ex. 27 ★★★ **Ni toujours vraie, ni jamais vraie** — On étudie l'égalité $4a - 3 = 2a + 7$.

(a) Teste cette égalité pour $a = 2$, $a = 5$ et $a = 7{,}5$ en calculant séparément les deux membres.

(b) Ilan dit : « Elle est fausse pour $a = 2$, donc elle n'est vraie pour aucun nombre. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Jade dit : « Elle est vraie pour $a = 5$, donc elle est vraie pour tous les nombres. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) Quand a augmente de 1, de combien augmente le membre de gauche ? Et le membre de droite ? Explique pourquoi l'égalité est fausse pour tout nombre a plus grand que 5.

Ex. 28 ★★★ **Quatre affirmations à trancher** — Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie : par un contre-exemple calculé si elle est fausse, par un calcul littéral si elle est vraie.

(a) « Pour tout nombre y, $5y - y = 5$. »

(b) « Pour tout nombre y, $y + 6$ est plus grand que $6 - y$. »

(c) « Pour tout nombre y, $2(y + 1{,}5) = 2y + 3$. »

(d) « Pour tout nombre y, y^2 est plus grand que y. »

5. *Somme ou produit ? Développer et factoriser $k(a + b)$*

À retenir : Une expression porte le nom de sa dernière opération : $2(x + 5)$ est un produit, $2x + 5$ une somme. Développer : $k(a + b) = ka + kb$, k multiplie chaque terme. Factoriser, c'est l'inverse : $9x - 9 = 9(x - 1)$.

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : somme, différence ou produit ?** — Dis si l'expression est une somme, une différence ou un produit. Justifie en donnant la dernière opération effectuée.

(a) $5(x + 8)$ (b) $5x + 8$

(c) $7 \times a + 2$ (d) $(n - 4) \times 9$

(e) $3t - 11$ (f) $2 \times (y + 6) + 1$

(g) $6ab$

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : développer** — Développe, puis réduis si c'est possible.

(a) $9(x + 4)$ (b) $6(3n + 5)$ (c) $7(t - 2)$

(d) $(a + 8) \times 5$ (e) $0{,}5(8x + 14)$ (f) $x(x + 6)$

(g) $1{,}2(5y - 10)$

Ex. 31 ★☆☆ **Factoriser** — Factorise avec le plus grand facteur commun possible, puis vérifie en redéveloppant.

(a) $5x + 35$ (b) $15a - 15$ (c) $8n + 12$

(d) $a^2 + 13a$ (e) $14t - 21$ (f) $10 + 10y$

(g) $3x^2 - 4x$

Ex. 32 ★★☆ **Les erreurs de Lina** — Voici ce que Lina a écrit dans son cahier. A-t-elle raison ? Justifie. Si elle se trompe, explique son erreur et corrige-la.

(a) $3(x + 9) = 3x + 9$

(b) $4 \times 6a = 46a$

(c) $16x - 16 = 16(x - 0)$

(d) « J'ai factorisé le plus possible : $18x + 12 = 2(9x + 6)$. »

(e) $x(x + 4) = 2x + 4x$

Ex. 33 ★★★ **Les parcelles de Maëlys** — Maëlys partage son jardin en deux parcelles rectangulaires. Les longueurs sont en mètres. La parcelle A a pour longueur $3x + 4$ et pour largeur 5. La parcelle B a pour largeur x et pour aire $x^2 + 9x$.

(a) Écris l'aire de la parcelle A sous forme d'un produit, puis développe-la.

(b) Factorise l'aire de la parcelle B par x. Déduis-en la longueur de la parcelle B.

(c) Calcule l'aire totale des deux parcelles pour $x = 4$.

(d) Écris le périmètre de la parcelle A, puis réduis-le. Factorise-le ensuite avec le plus grand facteur commun possible.

(e) Maëlys affirme : « Si x est un nombre entier, le périmètre de A est toujours un multiple de 6. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 34 ★★★ **Deux programmes jumeaux ?** — Programme A : 1. Choisis un nombre. 2. Multiplie-le par 4. 3. Ajoute 10. 4. Multiplie le résultat par 0,5.
Programme B : 1. Choisis un nombre. 2. Soustrais 3. 3. Multiplie le résultat par 2. 4. Ajoute 11.

(a) Applique les deux programmes au nombre 7.

(b) On choisit un nombre t. Écris le résultat du programme A avec des parenthèses, puis développe-le.

(c) Écris le résultat du programme B pour un nombre t sous la forme $(\ldots) \times 2 + 11$, puis développe et réduis.

(d) Que remarques-tu ? Démontre que c'est vrai pour n'importe quel nombre de départ.

(e) Chloé dit : « Le résultat du programme B, écrit sous la forme $(\ldots) \times 2 + 11$, est un produit, car il contient un signe $\times$. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 35 ★★★ **Enquête sur les entiers consécutifs** — n désigne un nombre entier. On s'intéresse à n et aux deux entiers qui le suivent directement. On note S la somme de ces trois entiers consécutifs.

(a) Écris en fonction de n l'entier qui suit n, puis celui qui vient juste après.

(b) Écris S en fonction de n, puis réduis cette expression.

(c) Factorise S avec le plus grand facteur commun possible, puis vérifie en redéveloppant.

Ex. 35 **(suite)**

(d) Vérifie ton résultat avec 27, 28 et 29. Explique ensuite pourquoi S est toujours un multiple de 3.

(e) Soraya affirme : « La somme de quatre entiers consécutifs est toujours un multiple de 4. » Vrai ou faux ? Justifie.

6. *Réduire une expression*

À retenir : Réduire : je regroupe les termes en x (j'ajoute leurs coefficients) et les nombres seuls ; s'il y a des parenthèses, je développe d'abord. $5a + 2 + a = 6a + 2$. Pièges : $4x + 1 \neq 5x$; $x + x = 2x$ mais $x \times x = x^2$.

Ex. 36 ★☆☆ **Automatismes : regrouper les termes semblables** — Réduis chaque expression.

(a) $a + 6a$ (b) $7p - p$

(c) $5n - 5n$ (d) $1{,}4x + 2{,}9x$

(e) $8 + 3y - 5 + 4y$ (f) $4b + 7 + 0{,}5b$

(g) $6m + 2 - 6m$

Ex. 37 ★☆☆ **Automatismes : réduite ou pas ?** — Réduis chaque expression si c'est possible. Sinon, écris « déjà réduite ».

(a) $x + x$ (b) $x \times x$ (c) $6x + 5$

(d) $2x^2 + 6x$ (e) $2x^2 + 5x^2$ (f) $t + t + t$

(g) $8 + 5n$

Ex. 38 ★★☆ **Développer d'abord, puis réduire** — Développe puis réduis chaque expression.

(a) $A = 5(x + 2) + 3x$

(b) $B = 3(a + 4) + 6(a + 1)$

(c) $C = 2{,}5(n - 2) + 1{,}5n$

(d) Inès écrit : $4(t + 7) + t = 4t + 7 + t = 5t + 7$. Trouve son erreur et écris le bon résultat.

Ex. 39 ★★☆ **Un programme de calcul à réduire** — Voici le programme de calcul de Malik :
1. Choisis un nombre.
2. Ajoute 3.
3. Multiplie le résultat par 4.
4. Ajoute le double du nombre de départ.

(a) Applique ce programme au nombre 5.

(b) On note x le nombre de départ. Écris le résultat du programme en fonction de x, sans réduire.

(c) Développe puis réduis l'expression trouvée.

(d) Vérifie ta forme réduite avec le nombre 5 de la première question.

Ex. 40 ★★★ **Le brouillon de Léna** — Léna a réduit quatre expressions : (1) $7t + 3 = 10t$; (2) $t + 5t = 5t^2$; (3) $4t^2 + 3t = 7t^3$; (4) $9t - t = 9$.

(a) Pour l'égalité (1), substitue $t = 2$ dans chaque membre. Que conclus-tu ?

(b) Trouve un contre-exemple qui prouve que l'égalité (2) est fausse, puis écris la bonne réduction de $t + 5t$.

(c) Pour $t = 1$, les deux membres de l'égalité (3) valent 7. Léna en conclut que (3) est vraie. A-t-elle raison ? Justifie avec $t = 2$.

(d) Corrige l'égalité (4), explique l'erreur de Léna, puis vérifie ta correction pour $t = 3$.

(e) Réduis $B = 8 + t \times t - 2 + 3t + t + t$, puis vérifie ton résultat pour $t = 2$.

Ex. 41 ★★★ **Le potager de Chloé** — À Annecy, Chloé veut clôturer un potager rectangulaire de longueur $2a + 3$ et de largeur $a + 1{,}5$ (en mètres), où a est un nombre positif.

(a) Écris une expression du périmètre P du potager avec des parenthèses, sans la réduire.

(b) Développe puis réduis P.

(c) Pour $a = 4$, calcule la longueur, la largeur puis le périmètre du potager. Compare avec ta forme réduite.

(d) Un carré a pour côté $1{,}5a + 2{,}25$. Son périmètre est-il toujours égal à celui du potager ? Justifie.

(e) Tom affirme : « Le périmètre du potager vaut $15a$. » A-t-il raison ? Justifie avec $a = 2$.

Ex. 42 ★★★ **Trois programmes à comparer** — Programme A : 1. Choisis un nombre. 2. Multiplie-le par 3. 3. Ajoute 7. 4. Multiplie le résultat par 2.
Programme B : 1. Choisis un nombre. 2. Ajoute 4. 3. Multiplie le résultat par 5. 4. Ajoute le nombre de départ. 5. Retire 6.

(a) Applique les programmes A et B au nombre 3.

(b) Yanis dit : « Ils donnent le même résultat pour 3, donc pour tous les nombres. » Note n le nombre de départ : écris puis réduis le résultat du programme A.

(c) Fais le même travail pour le programme B. Yanis a-t-il raison ? Justifie.

(d) Utilise la forme réduite du programme A pour trouver le résultat de A avec le nombre 2,5, puis vérifie en appliquant le programme A.

(e) Programme C : « Choisis un nombre, multiplie-le par 7, ajoute 20, puis retire 7 fois le nombre de départ. » Démontre que C donne toujours le même résultat.

7. *Problèmes : périmètres, aires et formules*

À retenir : Périmètre = somme des côtés, aire = produit : un rectangle de 7 sur $y+2$ a pour aire $7(y+2) = 7y+14$. Pour factoriser, $8n+8 = 8(n+1)$, pas $8(n+0)$. Deux formules sont égales si elles se réduisent pareil : un exemple ne suffit pas.

Ex. 43 ★☆☆ **Périmètre ou aire ?** — Écris chaque formule en fonction de la lettre, puis développe ou réduis-la.

(a) Le périmètre d'un carré de côté t.

(b) L'aire d'un carré de côté t.

(c) L'aire d'un rectangle de longueur $a+6$ et de largeur 4.

(d) Le périmètre d'un rectangle de longueur $a+6$ et de largeur 4.

(e) L'aire d'un rectangle de longueur $2x$ et de largeur x.

(f) Le périmètre d'un triangle équilatéral de côté $1{,}5n$.

Ex. 44 ★☆☆ **Factoriser des formules** — Factorise chaque expression en cherchant le facteur commun, puis vérifie de tête en développant.

(a) $6x+18$

(b) $14a-7$

(c) $15+10n$

(d) $0{,}5t+3$

(e) x^2+7x

(f) Inès a écrit $11y+11 = 11(y+0)$. Corrige son erreur.

(g) Le périmètre d'un carré s'écrit $4x+20$. Factorise-le, puis donne la longueur du côté de ce carré.

Ex. 45 ★★☆ **Le potager de Nadia** — Nadia accole un carré de côté x et un rectangle de longueur x et de largeur 2,5 (en m) pour former son potager. Les deux figures ont un côté de longueur x en commun.

(a) Écris le périmètre P du potager (la longueur de son contour) en fonction de x, puis réduis-le.

(b) Écris l'aire A de la figure en fonction de x, puis factorise-la.

(c) Avec la forme réduite, calcule P pour $x=4$, puis pour $x=7{,}5$.

(d) Calcule l'aire A pour $x=4$.

(e) Le côté du carré mesure 150 cm. Calcule le périmètre de la figure en mètres.

Ex. 46 ★★☆ **Location de vélos à Annecy** — À Annecy, un loueur de vélos fait payer un forfait de 7 € plus 3,5 € par heure. On note n le nombre d'heures de location.

(a) Écris le prix P à payer, en euros, en fonction de n.

(b) Malo propose la formule $3{,}5(n+2)$. Il l'a testée seulement pour $n=2$. A-t-il raison pour toutes les valeurs de n ? Justifie par le calcul littéral.

(c) Lina propose la formule $10{,}5n$. Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Calcule le prix d'une location de 3 h, puis celui d'une location de 6 h.

Ex. 47 ★★★ **Le jardin de Rodez** — À Rodez, un jardin rectangulaire a pour longueur $x+7$ et pour largeur 5, en mètres.

(a) Écris le périmètre P du jardin en fonction de x, puis réduis-le.

(b) Écris l'aire A du jardin en fonction de x, puis développe-la.

(c) Yanis affirme que l'aire du jardin vaut $5x+7$. A-t-il raison ? Justifie avec un contre-exemple calculé pour $x=1$.

(d) Factorise la forme réduite de P en cherchant le facteur commun.

(e) Le jardinier mesure $x = 1\,300$ cm. Convertis x en mètres, puis calcule P et A avec leurs formes réduites. Conclus avec les unités.

Ex. 48 ★★★ **Le défi des entiers consécutifs** — Ben lance un défi à Maëlys : elle choisit un entier n, puis écrit les deux entiers qui le suivent. Elle additionne ensuite ces trois entiers consécutifs.

(a) Écris, en fonction de n, le successeur de n, puis le successeur de ce successeur.

(b) Écris la somme S des trois entiers en fonction de n, puis réduis-la.

(c) Factorise S, puis explique pourquoi S est toujours un multiple de 3.

(d) Avec 14, 15 et 16, Maëlys remarque que la somme est le triple de l'entier du milieu. Prouve que c'est vrai pour tout n, sans prendre d'exemple.

(e) Vrai ou faux : « La somme de deux entiers consécutifs est toujours un multiple de 2. » Justifie.

Ex. 49 ★★★ **Les deux tarifs du théâtre de Dijon** — À Dijon, un club de théâtre propose cette formule : une adhésion de 12 € pour l'année, puis 4,5 € par spectacle. On note n le nombre de spectacles vus dans l'année.

(a) Écris le prix A payé dans l'année, en euros, en fonction de n.

(b) Hugo écrit $A = 12n+4{,}5$. Montre qu'il se trompe à l'aide d'un contre-exemple calculé pour $n=2$.

Ex. 49 **(suite)**

(c) Le site du club affiche le prix $B = 1{,}5(3n + 8)$. Développe B, puis prouve que A et B donnent toujours le même prix.

(d) Complète le tableau en utilisant la forme réduite du prix A.

n	**2**	**4**	**6**	**10**
A (en €)				

(e) Zoé a payé 57 € pour l'année. Utilise le tableau pour trouver combien de spectacles elle a vus. Conclus par une phrase.