49 exercices en 7 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Rappels de 5e : écrire et calculer une expression

À retenir : Je remets les × cachés, je remplace la lettre (entre parenthèses si elle est négative), puis je respecte les priorités : $(-5)^2 = 25$ mais $-5^2 = -25$. $x + x = 2x$ mais $x \times x = x^2$. La dernière opération donne le nom : somme ou produit.

Ex. 1 ★☆☆ **Automatismes : les conventions d'écriture** — Écris chaque expression le plus simplement possible. Supprime les signes × inutiles et calcule quand c'est possible.

(a) $y \times 9$ (b) $1 \times t$ (c) $a + a$

(d) $a \times a$ (e) 6×8 (f) $(x - 3) \times 4$

(g) $2 \times x \times 5$ (h) $a \times 3 \times b$

Ex. 2 ★☆☆ **Automatismes : calculer la valeur d'une expression** — Calcule la valeur de chaque expression pour la valeur donnée. Remets les signes × cachés et écris les nombres négatifs entre parenthèses.

(a) $3x$ pour $x = 4$ (b) $-x$ pour $x = -3$

(c) x^2 pour $x = -5$ (d) $-x^2$ pour $x = -5$

(e) $6x - 7$ pour $x = -2$ (f) $2x^2 + 1$ pour $x = 3$

(g) $4 - 0{,}5y$ pour $y = 6$ (h) $t^2 + 4t$ pour $t = -1$

Ex. 3 ★★☆ **Traduire une phrase et nommer une expression** — Chaque lettre désigne un nombre ; n désigne un entier.

(a) Écris « la moitié de la somme de a et 8 », puis « la somme de la moitié de a et de 8 ». Calcule les deux pour $a = 6$.

(b) Lucas affirme que « le carré du successeur de n » s'écrit $n^2 + 1$. A-t-il raison ? Justifie en prenant $n = 3$.

(c) Écris « le triple du carré de x », puis calcule sa valeur pour $x = -6$.

(d) Pour $A = 2(y + 9)$, $B = y^2 - 8y$ et $C = 7 + 3y$: somme, différence ou produit ? Cite les termes ou les facteurs.

Ex. 4 ★★☆ **Calculer de tête avec la distributivité** — Calcule de tête en utilisant la distributivité. Écris l'étape qui fait apparaître un nombre rond.

(a) Calcule 7×99 en écrivant 99 comme une différence avec un nombre rond.

(b) Inès écrit : $6 \times 49 = 6 \times 50 - 1 = 299$. A-t-elle raison ? Justifie et corrige si besoin.

Ex. 4 (suite)

(c) Calcule $25 \times 13 + 25 \times 7$ en mettant le facteur commun en évidence.

(d) Calcule $1{,}5 \times 37 + 1{,}5 \times 63$.

Ex. 5 ★★★ **La copie de Lina : repérer et corriger** — Lina a fait quatre calculs sur sa copie. Pour chacun, dis si elle a raison. Justifie, puis corrige quand c'est faux.

(a) Pour $x = 3$, Lina écrit : $5x + 2 = 53 + 2 = 55$.

(b) Pour $x = -4$, Lina écrit : $x^2 + x = -4^2 + (-4) = -16 - 4 = -20$.

(c) Lina écrit : $a + a + a \times a = 3a^2$. Utilise $a = 3$ pour la contredire, puis écris l'expression correcte.

(d) Pour $y = -2$, Lina écrit : $-y + 2y^2 = -2 + 8 = 6$.

Ex. 6 ★★★ **Jade et Tom testent leurs phrases** — t désigne un nombre et n un nombre entier.

(a) Écris $A =$ « le double de la somme de t et de 6 » et $B =$ « la somme du double de t et de 6 ». Dis si chacune est une somme ou un produit.

(b) Jade affirme que A et B sont toujours égales. Calcule A et B pour $t = -4$. Jade a-t-elle raison ? Justifie.

(c) Tom affirme : « l'entier qui suit le nombre pair $2n$ s'écrit $2(n + 1)$ ». Vrai ou faux ? Justifie avec $n = 5$, puis donne la bonne expression.

(d) Écris le prédécesseur de $2n$, puis la somme de $2n$ et de son successeur. Calcule cette somme pour $n = 7$.

Ex. 7 ★★★ **Un programme de calcul sous la loupe** — Voici un programme de calcul : « Choisis un nombre. Calcule son carré. Soustrais le double du nombre de départ. » On note x le nombre choisi et A le résultat.

(a) Écris A en fonction de x. Est-ce une somme, une différence ou un produit ? Justifie.

(b) Complète le tableau en écrivant tes calculs :

x	-7	0,5
A		

(c) Pour $x = 98$, explique pourquoi $A = 98 \times 96$. Calcule ensuite ce produit de tête en écrivant $98 = 100 - 2$.

(d) Emma choisit 3 et écrit : $3^2 - 2 \times 3 = 9 - 2 \times 3 = 7 \times 3 = 21$. Repère son erreur et corrige-la.

2. Développer avec la distributivité simple et des relatifs

À retenir : Le facteur multiplie chaque terme de la parenthèse, avec son signe : $-3(2x-5) = -6x+15$. Avec une lettre, $x \times x = x^2$. Un signe $-$ devant une parenthèse change tous les signes. Développer n'est pas réduire.

Ex. 8 ★☆☆ **Automatismes : distribuer un nombre** — Développe chaque expression. Ne réduis pas plus que nécessaire.

(a) $A = 7(y+3)$ (b) $B = -9(t-4)$

(c) $C = -6(2a+4)$ (d) $D = (x-8) \times 5$

(e) $E = 0{,}5(8x-2)$ (f) $F = \frac{1}{3}(9y+6)$

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : facteur littéral, signe $-$ et trois termes** — Développe chaque expression.

(a) $A = x(x+4)$ (b) $B = 3a(2a-5)$

(c) $C = -t(t+7)$ (d) $D = -(6x-9)$

(e) $E = y(5-2y)$ (f) $F = 2(3y^2-y+4)$

(g) $G = -4(x^2+2x-3)$

Ex. 10 ★★☆ **Les erreurs de Léna** — Léna devait seulement développer chaque expression. Pour chacune, explique son erreur puis écris le bon développement.

(a) Léna écrit $A = 4(x+6) = 4x+6$.

(b) Léna écrit $B = -2(3y-5) = -6y-10$.

(c) Léna écrit $C = 5x(2x+3) = 10x+15x$.

(d) Léna écrit $D = (t-2) \times 6 = 6t-12 = -6t$.

Ex. 11 ★★☆ **Retrouver le facteur** — Complète les pointillés pour que chaque égalité soit vraie, puis vérifie en développant.

(a) $\ldots(x+5) = 3x+15$

(b) $\ldots(2y-3) = -8y+12$

(c) $\ldots(a+6) = a^2+6a$

(d) Un rectangle a pour largeur $2t$ et pour aire $14t^2-6t$. Complète : $2t(\ldots) = 14t^2-6t$, puis donne la longueur du rectangle.

Ex. 12 ★★★ **Le terrain et son allée** — Un terrain rectangulaire a pour largeur $3a$ et pour longueur $5a-2$ (en mètres, avec $a > 1$). Une allée rectangulaire de largeur $0{,}5$ et de longueur $5a-2$ traverse le terrain dans le sens de la longueur.

(a) Écris l'aire A du terrain sous la forme d'un produit, puis développe-la.

(b) Écris l'aire B de l'allée sous la forme d'un produit, puis développe-la.

Ex. 12 (suite)

(c) L'aire sans l'allée est $A-B$. Mona écrit $A-B = 15a^2-6a-2{,}5a-1$. Explique son erreur, puis écris $A-B$ sous forme réduite.

(d) Pour $a = 4$, calcule l'aire sans l'allée de deux façons : avec les dimensions, puis avec ton expression réduite.

Ex. 13 ★★★ **Vrai ou faux pour toutes les valeurs ?** — Pour chaque égalité, dis si elle est vraie pour toutes les valeurs de la lettre. Justifie : démontre-la en développant le membre de gauche, ou donne un contre-exemple.

(a) $(x-6) \times (-3) = -3x-18$

(b) $-y(4-y) = y^2-4y$

(c) $\frac{1}{2}(4t^2-6t+10) = 2t^2-3t+5$

(d) Ludo affirme : $-2(5-x+3x^2) = -10-2x-6x^2$.

Ex. 14 ★★★ **Le programme de Sacha** — Programme de Sacha : choisis un nombre ; soustrais 3 ; multiplie le résultat par -4 ; ajoute 4 fois le nombre choisi au départ.

Nombre choisi	5	-2	0,5
Résultat			

(a) Complète le tableau en appliquant le programme.

(b) Quelle conjecture peux-tu faire sur le résultat ?

(c) On note x le nombre choisi. Écris le résultat du programme en fonction de x, puis développe-le sans le réduire.

(d) Réduis ton expression, puis démontre ta conjecture.

(e) Nora remplace « multiplie par -4 » par « multiplie par 4 ». Le résultat est-il toujours le même ? Justifie.

3. Supprimer des parenthèses précédées d'un signe –

À retenir : Un signe $-$ devant une parenthèse change le signe de CHAQUE terme : $-(-2x+7) = 2x-7$. Un signe $+$ devant une parenthèse ne change rien. Pour soustraire une expression, écris d'abord ses parenthèses : $A-B = A-(\ldots)$.

Ex. 15 ★☆☆ **Automatismes : l'opposé d'une somme** — Supprime les parenthèses.

(a) $A = -(x-9)$ (b) $B = -(7-3y)$

(c) $C = -(-4a+1)$ (d) $D = -(-2x-0{,}5)$

(e) $E = -(x^2+3x-1)$ (f) $F = -\left(\frac{1}{2}a-4\right)$

Ex. 16 ★☆☆ **Automatismes : supprimer puis réduire** — Supprime les parenthèses puis réduis.

(a) $A = 12 - (x - 5)$

(b) $B = 4x + (3 - 7x)$

(c) $C = 6 - (-2y + 9)$

(d) $D = 3a - (a + 2{,}5)$

(e) $E = (5t - 1) - (2t - 6)$

(f) $F = 10 - (4 - x) - (x + 3)$

Ex. 17 ★★☆ **Les calculs d'Inès** — Inès a supprimé les parenthèses puis réduit. Pour chaque égalité, dis si elle a raison. Justifie et corrige si besoin.

(a) $-(3x - 8) = -3x - 8$

(b) $15 - (x - 4) = 11 - x$

(c) $7y + (2 - 5y) = 2y + 2$

(d) $-(-6a + 2) = 6a + 2$

Ex. 18 ★★☆ **Soustraire une expression** — On donne $A = 4x + 3$, $B = 2x - 5$ et $C = -x + 7$. Pour chaque calcul, écris d'abord les parenthèses, puis réduis.

(a) Calcule $A - B$.

(b) Calcule $B - C$.

(c) Calcule $A + B - C$.

(d) Calcule $A - B$ pour $x = -1{,}5$.

Ex. 19 ★★★ **Le programme de Noé** — Noé propose ce programme de calcul. Étape 1 : choisis un nombre t et calcule $5t + 4$. Étape 2 : soustrais $2t - 3$ au résultat. Étape 3 : soustrais $3t - 1$ au nouveau résultat.

(a) Complète le tableau en écrivant tes calculs :

t	2	-1,5	10
5t + 4			
Après l'étape 2			
Résultat final			

(b) Quelle conjecture peux-tu faire sur le résultat final du programme ?

(c) Écris le résultat final sous la forme d'une expression littérale E avec des parenthèses, puis démontre ta conjecture.

(d) Léa écrit $E = 5t + 4 - 2t - 3 - 3t - 1$ et trouve $E = 0$. Explique ses erreurs.

Ex. 20 ★★★ **Trois expressions, des signes à surveiller** — On donne $A = -3y + 1$, $B = 0{,}5y - 4$ et $C = 2 - y$. Dans chaque calcul, écris d'abord les parenthèses autour de chaque expression, puis supprime-les et réduis.

(a) Calcule $B - A$.

(b) Calcule $A - B - C$.

Ex. 20 (suite)

(c) Rose affirme : « Pour tout nombre y, $A - C$ et $C - A$ sont des expressions opposées. » Vrai ou faux ? Démontre-le.

(d) Trouve une expression D telle que $A - D = -5y + 3$ (indice : $D = A - (-5y + 3)$), puis vérifie ta réponse en calculant $A - D$.

Ex. 21 ★★★ **Le troisième côté du triangle** — Un triangle a pour périmètre $9x + 4$ (en cm), où x est un nombre positif. Deux de ses côtés mesurent $2x + 3$ et $4x - 1$ (en cm).

(a) Exprime la longueur L du troisième côté en fonction de x : écris d'abord les parenthèses, puis réduis.

(b) Pour $x = 2{,}5$, calcule les trois longueurs, puis vérifie que leur somme est égale au périmètre.

(c) Mehdi affirme : « Le côté $4x - 1$ est toujours plus long que le troisième côté. » Vrai ou faux ? Justifie.

(d) Explique pourquoi la valeur $x = 0{,}2$ ne convient pas pour ce triangle.

4. *Réduire une expression*

À retenir : Réduire : je regroupe les termes semblables (en x^2, en x, nombres seuls) et chaque terme garde le signe placé devant lui : $8x - x + 2 - 5 = 7x - 3$. $-x$ a pour coefficient -1 ; $x^2 + 4x$ est déjà réduite. S'il y a des parenthèses, je développe d'abord.

Ex. 22 ★☆☆ **Automatismes : réduire une somme de termes** — Réduis chaque expression. Range le résultat dans l'ordre : termes en lettre, puis nombre seul.

(a) $A = 9x + 4 - 3x + 7$

(b) $B = 7y - y + 5$

(c) $C = -x + 6 - 4x - 10$

(d) $D = 5a + 3 - 5a + 2$

(e) $E = 2a - 5b + 7a + b$

(f) $F = 1{,}5t + 4 - 0{,}7t - 2{,}5$

(g) $G = 12 - 5x + 3x$

Ex. 23 ★☆☆ **Automatismes : réduite ou pas ?** — Pour chaque expression, dis si elle est réduite et justifie. Si elle ne l'est pas, réduis-la et range-la dans l'ordre : termes en x^2, termes en x, nombre seul.

(a) $A = 4x + 3$

(b) $B = x^2 + 5x$

(c) $C = 2x^2 + 7x - x^2 - 3x$

(d) $D = 6 - x + 3x^2 + 4x$

(e) $E = 5x^2 - 2x + 9 - 5x^2$

(f) $F = 0{,}4x^2 + x - 1{,}2x^2 + 2{,}5$

Ex. 24 ★★☆ **Développer, puis réduire** — Développe, puis réduis chaque expression. Attention : le signe placé devant une parenthèse fait partie du facteur.

(a) $A = 4(2x - 3) - 7(x - 1)$

(b) $B = (x + 6) \times 3 - (4x - 9)$

(c) $C = x(x - 4) + 2(3x + 1)$

(d) $D = 2y(3y + 5) - 6y^2 - 7y$

(e) $E = -2(0{,}5t - 3) + 1{,}5(2t + 4)$

Ex. 25 ★★☆ **Les réductions de Nolan** — Nolan a réduit plusieurs expressions. Quand il s'est trompé, explique son erreur et corrige-la.

(a) Nolan écrit : $3x^2 + 4x = 7x^2$. A-t-il raison ? Justifie.

(b) Nolan écrit : $5 - 2t + 4t - 3 = 6t + 2$. A-t-il raison ? Justifie.

(c) Nolan écrit : $7x - (2x - 5) = 5x - 5$. A-t-il raison ? Justifie.

(d) Nolan réduit $A = 2x^2 - 3x + 4 - x^2 + 5x$ et trouve $x^2 + 2x + 4$. Pour contrôler, calcule A et $x^2 + 2x + 4$ pour $x = 10$. Que peux-tu dire ?

Ex. 26 ★★★ **Le terrain de Maëlys** — Le terrain de Maëlys est un rectangle de longueur $3x + 4$ et de largeur x (en mètres, avec $x > 1$). Elle y creuse un bassin rectangulaire de longueur $x - 1$ et de largeur 3. Le reste du terrain est couvert de gazon.

(a) Exprime le périmètre P du terrain en fonction de x, puis réduis-le.

(b) Exprime l'aire G de la partie en gazon en fonction de x. Développe, puis réduis et range dans l'ordre : termes en x^2, termes en x, nombre seul.

(c) Contrôle tes deux résultats : remplace x par 10 dans les expressions de départ, puis dans tes formes réduites.

(d) Maëlys élargit le bassin : sa largeur passe à 5, sa longueur reste $x - 1$. De combien l'aire du gazon diminue-t-elle ? Donne une expression réduite.

Ex. 27 ★★★ **Le devoir de Yanis** — On considère l'expression littérale à deux lettres $B = 4{,}5a - 2b + 3 - a - (1{,}5a - 6b + 3)$.

(a) Supprime les parenthèses, puis réduis B. Range dans l'ordre : termes en a, termes en b, nombre seul.

(b) Yanis a trouvé $B = 3a - 8b + 6$. Repère ses deux erreurs et explique-les.

(c) Calcule B pour $a = 10$ et $b = 10$ avec l'expression de départ, puis avec ta forme réduite et avec celle de Yanis. Conclus.

(d) Calcule B pour $a = 0{,}5$ et $b = -1{,}5$ avec la forme de ton choix.

Ex. 28 ★★★ **Le programme de calcul de Chloé** — Chloé propose ce programme de calcul. Choisis un nombre. Multiplie-le par ce nombre augmenté de 6. Soustrais au résultat la somme du carré du nombre de départ et du nombre de départ.

(a) Complète le tableau en appliquant le programme.

Nombre choisi	**3**	**-2**
Résultat		

(b) On note x le nombre choisi. Écris le résultat sous forme d'une expression en x, puis développe-la et réduis-la.

(c) Théo affirme : « Ce programme donne toujours 6. » A-t-il raison ? Justifie et devine l'erreur qu'il a faite.

(d) Chloé change la dernière étape : elle soustrait le double du carré du nombre de départ, puis ajoute 7. Écris ce résultat en fonction de x, réduis et range-le, puis contrôle avec $x = -1$.

5. *Factoriser par un facteur commun*

À retenir : Factoriser, c'est écrire une somme sous forme de produit : $ka + kb = k(a + b)$. Je prends le plus grand facteur commun et je divise chaque terme par lui : $15x + 10 = 5(3x + 2)$, $3x + 3 = 3(x + 1)$. Je vérifie en redéveloppant.

Ex. 29 ★☆☆ **Automatismes : un nombre en facteur** — Factorise au maximum chaque expression.

(a) $14x + 21$

(b) $9a - 9$

(c) $24t + 16$

(d) $-10y - 15$, en mettant -5 en facteur

(e) $12x + 18y - 30$

(f) $35 - 20x$

(g) $2{,}5x + 2{,}5$

Ex. 30 ★☆☆ **Automatismes : une lettre en facteur** — Factorise au maximum chaque expression. Le facteur commun peut être une lettre, ou un nombre et une lettre.

(a) $x^2 + 6x$ (b) $4a^2 - 7a$ (c) $12t^2 + 8t$

(d) $15y - 25y^2$ (e) $6x^2 + 6x$ (f) $9xy - 12x$

Ex. 31 ★★☆ **Erreurs d'élèves** — Des élèves de Ben ont factorisé une expression. Pour chaque élève, dis si sa réponse est juste et justifie en redéveloppant. Si besoin, corrige en factorisant au maximum.

(a) Lina écrit : $20x + 35 = 5(4x + 35)$.

(b) Hugo écrit : $16a + 24 = 4(4a + 6)$.

(c) Inès écrit : « $12x + 9 = 3(4x + 2) + 3$, j'ai factorisé. »

(d) Tom écrit : $7x + 10 = 7(x + 10)$.

Ex. 31 **(suite)**

(e) Eva écrit : $-8t - 12 = -4(2t - 3)$.

Ex. 32 ★★☆ **Factoriser pour calculer ou pour démontrer** — Dans les trois premières questions, calcule de tête en factorisant d'abord. Dans les deux dernières, n désigne un nombre entier.

(a) $43 \times 17 - 43 \times 7$

(b) $2{,}6 \times 58 + 2{,}6 \times 42$

(c) $19 \times 99 + 19$

(d) Démontre que $15n + 20$ est un multiple de 5.

(e) Démontre que la somme des trois entiers consécutifs n, $n + 1$ et $n + 2$ est un multiple de 3.

Ex. 33 ★★★ **Réduire, puis factoriser au maximum** — Pour les trois premières expressions, développe et réduis, puis factorise au maximum. Vérifie en redéveloppant.

(a) $A = 4(3x + 2) + 6x + 10$

(b) $B = 7a^2 - (3a^2 + 6a)$

(c) $C = (t - 3) \times 4 - 2(5t + 1)$

(d) Complète pour que l'égalité soit vraie, puis justifie en redéveloppant : $-9y^2 + 12y = \ldots(3y - 4)$.

Ex. 34 ★★★ **Retrouver les dimensions d'un rectangle** — Dans cet exercice, x est un nombre positif et les longueurs sont en cm. Ici, « largeur » et « longueur » désignent simplement les deux côtés du rectangle. Factorise pour répondre.

(a) Un rectangle a pour aire $6x^2 + 15x$ et pour largeur $3x$. Exprime sa longueur en fonction de x.

(b) Un rectangle a pour aire $8x + 8$ et pour largeur 8. Nora affirme que sa longueur est x. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Un rectangle a pour aire $12x^2 + 18x + 6$ et pour largeur 6. Exprime sa longueur en fonction de x.

(d) Un rectangle a pour largeur $x + 4$ et pour longueur $3x + 8$. Exprime son périmètre sous forme réduite, puis factorise-le au maximum.

Ex. 35 ★★★ **Un programme de calcul à démontrer** — Ben propose ce programme de calcul : choisir un nombre entier n ; le multiplier par 9 ; ajouter au résultat le triple du successeur de n.

(a) Complète le tableau en appliquant le programme.

Nombre choisi	**2**	**-5**
Résultat		

(b) Écris le résultat du programme en fonction de n, sous forme réduite.

(c) Factorise ce résultat au maximum. Déduis-en que le résultat est toujours un multiple de 3.

(d) Léa affirme : « Le résultat est toujours un multiple de 6. » A-t-elle raison ? Justifie.

Ex. 35 **(suite)**

(e) Sans poser de multiplication, calcule de tête le résultat pour $n = 25$ en utilisant la forme factorisée.

6. *Égalité, identité et démonstration*

À retenir : Un seul contre-exemple suffit à prouver qu'une égalité est fausse : je calcule chaque membre séparément. Un essai qui marche ne prouve rien. Pour une identité, je transforme un membre jusqu'à obtenir l'autre : $2(x + 1) - 2 = 2x + 2 - 2 = 2x$.

Ex. 36 ★☆☆ **Tester une égalité pour une valeur** — Pour la valeur donnée, calcule séparément chaque membre de l'égalité. Dis ensuite si l'égalité est vraie ou fausse pour cette valeur.

(a) $5x - 4 = 2x + 8$ pour $x = 4$

(b) $y^2 + 3 = 4y$ pour $y = 2$

(c) $2(t - 3) = 2t - 3$ pour $t = 5$

(d) $a^2 = 2a$ pour $a = -2$

(e) $3 - 0{,}5x = x - 6$ pour $x = 6$

(f) $x^2 - x = 2x$ pour $x = 3$

Ex. 37 ★☆☆ **Démontrer une identité** — Démontre que chaque égalité est une identité. Transforme un membre (développe, réduis) jusqu'à obtenir l'autre.

(a) $3(x + 4) - 5 = 3x + 7$

(b) $7a - 2(a - 3) = 5a + 6$

(c) $(y - 2) \times 6 + 2y = 8y - 12$

(d) $10t + 35 = 5(2t + 7)$

(e) $x(x + 4) - 4x = x^2$

(f) $9 - (4 - 3x) = 3x + 5$

Ex. 38 ★★☆ **Vrai ou faux ? Contre-exemple ou démonstration** — Justifie chaque réponse par un contre-exemple ou par une démonstration.

(a) Lina teste $3x + 5 = 5x + 3$ pour $x = 1$. Elle trouve 8 des deux côtés et conclut que c'est une identité. A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Mia vérifie que $t^2 = 3t - 2$ est vraie pour $t = 1$ et pour $t = 2$. Elle conclut qu'elle est vraie pour tout t. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Vrai ou faux ? L'égalité $5(y - 1) + y = 6y - 5$ est vraie pour tout y. Justifie.

(d) Pour tester $2(a + 5) = 2a + 5$ avec $a = 3$, Sami calcule le membre de gauche ainsi : $2 \times 3 + 5 = 11$. Il conclut que l'égalité est vraie pour $a = 3$. Corrige son erreur et conclus.

Ex. 39 ★★☆ **Un programme de calcul à prouver** — Programme : « Choisir un nombre. Lui ajouter 3. Multiplier le résultat par 4. Soustraire le quadruple du nombre de départ. »

Nombre de départ	5	-2	0{,}5
Résultat			

(a) Complète le tableau en appliquant le programme à chaque nombre de départ.

(b) Noé dit : « Les trois essais donnent le même résultat, donc c'est démontré pour tous les nombres. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Appelle x le nombre de départ. Démontre que le résultat ne dépend pas du nombre choisi.

(d) Pour x entier, on pose $B = 4(x+3) + 8x$. Développe et réduis B, puis factorise-le pour démontrer que B est un multiple de 12.

Ex. 40 ★★★ **Trois égalités à trier** — On considère trois égalités : (1) $x^2 + 6 = 5x$; (2) $2(3-y) + 4y = 2y + 6$; (3) $4t - (t+7) = 3t + 2$.

(a) Inès teste l'égalité (1) pour $x = 2$, puis pour $x = 3$. Calcule chaque membre séparément pour ces deux valeurs.

(b) Inès conclut que l'égalité (1) est une identité. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Démontre que l'égalité (2) est une identité.

(d) Réduis le membre de gauche de l'égalité (3). Explique ensuite pourquoi cette égalité est fausse pour toutes les valeurs de t.

Ex. 41 ★★★ **Choisir la forme utile** — On considère l'expression $A = (x+2) \times 6 - 2(x-3)$.

(a) Développe et réduis A.

(b) Calcule A pour $x = -2{,}5$. Utilise la forme la plus pratique, puis contrôle ton résultat avec la forme de départ.

(c) Factorise la forme réduite de A. Démontre ensuite que, si x est un nombre entier, A est toujours un nombre pair.

(d) Malo calcule A pour $x = 2$ et trouve 26. Il affirme : « $A = 13x$ pour tout x, puisque $13 \times 2 = 26$. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 42 ★★★ **Enquête sur les entiers consécutifs** — n désigne un nombre entier. Son successeur est $n+1$.

(a) Théo affirme : « Le carré du successeur de n est toujours égal à $n^2 + 1$. » Il a vérifié pour $n = 0$. Écris le carré du successeur de n, puis prouve que Théo a tort, sans développer.

(b) Écris en fonction de n la somme S des quatre entiers consécutifs n, $n+1$, $n+2$ et $n+3$. Réduis-la.

Ex. 42 (suite)

(c) Factorise S par 2. Démontre ensuite que la somme de quatre entiers consécutifs est toujours paire.

(d) Jade affirme : « La somme de quatre entiers consécutifs est toujours un multiple de 4. » Prouve qu'elle a tort avec un seul exemple.

7. *Programmes de calcul et problèmes : mettre en formule, prouver*

À retenir : Un programme se traduit en gardant les parenthèses : « ajouter 7 puis multiplier par 4 » donne $4(x+7)$. Des essais ne prouvent rien : je démontre avec une lettre et je conclus par une phrase. Pair : $2n$; impair : $2n+1$.

Ex. 43 ★☆☆ **Traduire un programme de calcul** — Pour P1 à P5, écris le résultat avec la lettre indiquée pour le nombre de départ, avec des parenthèses si besoin, puis développe et réduis.

(a) P1 (nombre x) : ajouter 4, puis multiplier par 5.

(b) P2 (nombre y) : multiplier par 3, puis soustraire 7.

(c) P3 (nombre a) : soustraire 6, puis multiplier par -2.

(d) P4 (nombre t) : ajouter 2, multiplier par 3, puis soustraire 1.

(e) P5 (nombre t) : soustraire 5, multiplier par 4, ajouter 25, puis soustraire le nombre de départ.

(f) Explique pourquoi P4 et P5 donnent toujours le même résultat.

Ex. 44 ★☆☆ **Mettre en formule** — Écris chaque expression demandée avec la lettre de l'énoncé (n désigne un nombre entier), puis réduis-la ou développe-la.

(a) La somme de l'entier n et de son successeur.

(b) Le produit de l'entier n par son prédécesseur.

(c) Le périmètre d'un rectangle de largeur y et de longueur $3y + 2$ (en cm).

(d) L'aire de ce même rectangle.

(e) Sacha achète t croissants à 1,20 € et une baguette à 1,10 €. Exprime le prix payé, puis calcule-le pour $t = 4$.

(f) Un nombre pair écrit avec n, puis le nombre impair qui le suit, puis leur somme.

Ex. 45 ★★☆ **Le programme de Mehdi** — Programme de Mehdi : choisir un nombre ; lui soustraire 4 ; multiplier le résultat par 6 ; ajouter 30 ; prendre la moitié ; soustraire le triple du nombre de départ.

Nombre de départ	**5**	**-2**	**0,5**
Résultat			

(a) Complète le tableau en appliquant le programme à chaque nombre de départ (détaille les étapes).

(b) Léa dit : « Trois essais donnent le même résultat, donc c'est vrai pour tous les nombres. » A-t-elle raison ? Justifie.

(c) On note x le nombre de départ. Écris l'expression obtenue après « ajouter 30 », sans oublier les parenthèses, puis développe-la et réduis-la.

(d) Démontre que le résultat ne dépend pas du nombre de départ. Termine par une phrase de conclusion.

Ex. 46 ★★☆ **Vrai ou faux sur les entiers** — n, a et b désignent des nombres entiers. Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie : par un contre-exemple ou par une démonstration.

(a) « La somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3. »

(b) « La somme de quatre entiers consécutifs est toujours un multiple de 4. »

(c) Yanis écrit deux nombres impairs $2n+1$ et $2n+3$, puis il affirme : « La somme de deux nombres impairs est toujours un multiple de 4. »

(d) « La somme de deux nombres impairs quelconques est toujours paire. »
(Écris-les $2a+1$ et $2b+1$.)

Ex. 47 ★★★ **Les programmes de Lina et de Tom** — Programme de Lina : choisir un nombre ; lui ajouter 3 ; multiplier le résultat par 4 ; soustraire le double du nombre de départ.
Programme de Tom : choisir un nombre ; lui soustraire 1 ; multiplier le résultat par 3 ; ajouter 15 ; soustraire le nombre de départ.

(a) Complète le tableau en détaillant les étapes de chaque programme.

Nombre de départ	$-2{,}5$	4
Résultat de Lina		
Résultat de Tom		

(b) Zoé affirme : « Les deux programmes donnent toujours le même résultat, puisque c'est vrai pour $-2{,}5$ et pour 4. » Son raisonnement est-il correct ? Justifie.

(c) Écris le résultat de chaque programme avec la lettre x pour le nombre de départ, en gardant les parenthèses, puis développe et réduis.

Ex. 47 (suite)

(d) Les deux programmes donnent-ils toujours le même résultat ? Justifie par une phrase de conclusion.

(e) Le nombre de départ est un entier. Explique, en factorisant, pourquoi le résultat de Lina est toujours un nombre pair.

Ex. 48 ★★★ **Pairs, impairs : bien choisir ses lettres** — a, b et n désignent des nombres entiers. Un nombre pair s'écrit $2a$ et un nombre impair s'écrit $2b+1$.

(a) Pour la somme d'un pair et d'un impair, Léo écrit $2a+(2a+1)=4a+1$. Avec 4 et 11, explique pourquoi son calcul ne traite pas tous les cas.

(b) Démontre que la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair quelconques est toujours un nombre impair.

(c) Démontre que la différence de deux nombres impairs quelconques est toujours un nombre pair.

(d) Noé a testé $3+5$ et $7+9$. Il affirme : « La somme de deux impairs consécutifs est toujours un multiple de 8. » Vrai ou faux ? Justifie.

(e) Démontre que la somme de trois nombres pairs consécutifs $2n$, $2n+2$ et $2n+4$ est toujours un multiple de 6.

Ex. 49 ★★★ **Le jardin d'Inès** — Inès clôture un jardin rectangulaire de largeur x mètres. Sa longueur mesure 5 m de plus que sa largeur. Le grillage coûte 3,5 € le mètre, et l'installation coûte en plus 40 € en tout.

(a) Exprime la longueur L du jardin en fonction de x.

(b) Ilyes écrit le périmètre $P = 2\times x + x + 5 = 3x + 5$. Explique son erreur, puis écris P correctement et réduis-le.

(c) Exprime l'aire A du jardin en fonction de x, puis développe-la.

(d) Exprime le prix total C de la clôture en fonction de x, puis développe et réduis.

(e) La largeur mesure 6,4 m. Calcule le prix total de la clôture, puis contrôle ton résultat en partant du périmètre.