103 exercices en 12 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. Rappels de 4e : distributivité simple et réduction

À retenir : Distributivité : $k(a+b) = ka + kb$. Un signe $-$ devant une parenthèse change le signe de chaque terme : $-(3x-2) = -3x+2$. Exemple : $4(2x-5) = 8x-20$.

Ex. 1 ★☆☆ **Distribuer un nombre positif** — Développe chaque expression.

(a) $5(9x-5)$ (b) $7(8x+9)$ (c) $3(x+6)$

(d) $6(9x-2)$

Ex. 2 ★☆☆ **Distribuer un nombre négatif** — Développe chaque expression. Attention aux signes.

(a) $-9(7x-5)$ (b) $-5(3x+7)$ (c) $-8(x-7)$

(d) $-4(x-9)$

Ex. 3 ★☆☆ **Distribuer x** — Développe chaque expression.

(a) $6x(7x+4)$ (b) $-4x(x-5)$ (c) $2x(2x-1)$

(d) $3x(7x+3)$

Ex. 4 ★☆☆ **Regrouper les termes** — Réduis chaque expression.

(a) $9x+2+4x^2+8x+9$

(b) $9x-2-x^2+x-9$

(c) $-4x+1+9x^2+8x+9$

Ex. 5 ★☆☆ **Un signe moins devant la parenthèse** — Réduis chaque expression.

(a) $2x-3-(5x-6)$ (b) $2x+6-(8x-7)$

(c) $6x-7-(7x-5)$ (d) $x+4-(7x-6)$

Ex. 6 ★★☆ **Développer puis réduire** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $A = 2(5x-8)-5(6x+9)$

(b) $B = 4(5x-1)-6(2x-8)$

(c) $C = 4(x-7)-2(5x+8)$

Ex. 7 ★★☆ **L'erreur de Léna** — Léna a écrit : $7-2(3x-4) = 5(3x-4) = 15x-20$.

(a) Calcule $7-2(3x-4)$ puis $15x-20$ pour $x=0$. Que peux-tu en déduire ?

(b) Quelle erreur Léna a-t-elle commise ?

(c) Développe et réduis correctement $7-2(3x-4)$.

Ex. 8 ★★☆ **Toutes égales à 2x − 6 ?** — Développe et réduis chaque expression, puis dis si elle est égale à $2x-6$ pour tout nombre x.

(a) $3(x-2)-x$ (b) $2(x-6)+6$

(c) $-(6-2x)$ (d) $5x-3(x+3)$

Ex. 9 ★★☆ **Le périmètre d'un enclos** — Un enclos rectangulaire a pour longueur $2x+5$ mètres et pour largeur $x-1$ mètres, avec $x>1$.

(a) Exprime le périmètre P de l'enclos en fonction de x, sous forme développée et réduite.

(b) Calcule P pour $x=4$.

(c) Quelle valeur de x donne un périmètre de 50 m ?

Ex. 10 ★★☆ **Les pièges de la réduction** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $3x \times 2x + 3x + 2x$

(b) $5x-(2x^2-3x+1)+4x^2$

(c) $\frac{1}{2}(6x-4)-3\left(x-\frac{2}{3}\right)$

(d) $-2x(4-3x)-x(x-8)$

2. Développer avec la double distributivité

À retenir : Double distributivité : $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$. Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde. Exemple : $(x+2)(x+4) = x^2+4x+2x+8 = x^2+6x+8$.

Ex. 11 ★★☆ **Deux parenthèses** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $(x-8)(x-3)$ (b) $(x-5)(x-8)$

(c) $(x+2)(x-5)$ (d) $(x+5)(x+7)$

Ex. 12 ★★☆ **Avec des coefficients** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $(5x+8)(5x-6)$ (b) $(6x-1)(5x+4)$

(c) $(3x+4)(3x-1)$ (d) $(2x+9)(4x+1)$

Ex. 13 ★★☆ **Un coefficient négatif** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $(-5x+7)(3x-2)$ (b) $(-3x+1)(3x-4)$

(c) $(-3x+5)(3x-4)$

Ex. 14 ★★☆ **Une somme de produits** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $A = (4x+7)(3x-1) + (2x-5)(x-4)$

(b) $B = (x+1)(3x-2) + (2x+7)(3x-4)$

(c) $C = (x+5)(3x-4) + (2x-7)(x-7)$

Ex. 15 ★★☆ **Une différence de produits** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $A = (3x+1)(x+1) - (3x-1)(x-7)$

(b) $B = (x+6)(2x+1) - (x+5)(3x+5)$

(c) $C = (x+7)(x+7) - (x+5)(3x-5)$

Ex. 16 ★★☆ **Un nombre devant le produit** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $-6(x+7)(x+4)$ (b) $-6(x-1)(x+8)$

(c) $2(x+5)(x-7)$

Ex. 17 ★★☆ **Toujours le même résultat** — On considère $A = (x+2)(x+5) - (x+1)(x+6)$.

(a) Calcule A pour $x = 0$ puis pour $x = 10$.

(b) Développe et réduis A.

(c) Que vaut A pour $x = 2\,026$? Justifie sans calculer les produits.

Ex. 18 ★★☆ **La plaque de bois** — Une plaque de bois rectangulaire mesure $(x+5)$ dm sur $(x+3)$ dm. Dans un coin, on découpe un carré de côté x dm.

(a) Exprime l'aire de la plaque entière en fonction de x, sous forme développée et réduite.

(b) Exprime l'aire de la plaque après la découpe, sous forme réduite.

(c) Calcule l'aire de la plaque après la découpe pour $x = 3$.

Ex. 19 ★★☆ **Des décimaux et deux lettres** — Développe et réduis chaque expression. Les lettres a, b et t désignent des nombres.

(a) $(t-0{,}5)(t+4)$ (b) $(0{,}2x+3)(5x-1)$

(c) $(2a+b)(a-3b)$ (d) $(3a-2b)(a+4b)$

Ex. 20 ★★★ **Les nombres cachés** — Trouve les nombres entiers a et b qui rendent l'égalité vraie pour tout x.

(a) $(x+a)(x+b) = x^2 + 9x + 14$, avec $a < b$

(b) $(x+a)(x+b) = x^2 - x - 20$, avec $a > b$

Ex. 21 ★★★ **Les grands calculs** — Développe et réduis chaque expression. Écris toutes les étapes : chaque produit d'abord entre parenthèses.

(a) $A = (2x-5)(x+3) - (x-4)(3x-1) + 2(x^2-7)$

(b) $B = -3(x-2)(2x+1) + (5x-1)(x+2)$

(c) $C = (4-x)(2x+7) - 2(3x-1)(1-x)$

3. *Développer $(a+b)^2$*

À retenir : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: n'oublie jamais le double produit $2ab$. Exemple : $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$.

Ex. 22 ★★☆ **Le carré d'une somme** — Développe avec l'identité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

(a) $(x+16)^2$ (b) $(x+17)^2$ (c) $(x+12)^2$

(d) $(x+13)^2$

Ex. 23 ★★☆ **Avec un coefficient devant x** — Développe avec la même identité.

(a) $(6x+5)^2$ (b) $(4x+5)^2$ (c) $(5x+2)^2$

(d) $(5x+9)^2$

Ex. 24 ★★☆ **Le nombre en premier** — Développe avec la même identité.

(a) $(1+5x)^2$ (b) $(7+6x)^2$ (c) $(8+7x)^2$

Ex. 25 ★★☆ **Des fractions et des décimaux** — Développe et réduis.

(a) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ (b) $(0{,}2x+5)^2$ (c) $\left(\frac{2}{3}x+3\right)^2$

Ex. 26 ★★☆ **Reconnaître un carré** — Écris chaque expression sous la forme $(a+b)^2$.

(a) $x^2 + 12x + 36$ (b) $4x^2 + 20x + 25$

(c) $9 + 24x + 16x^2$

Ex. 27 ★★★ **Les carrés qui finissent par 5** — Un nombre entier qui se termine par 5 s'écrit $10n+5$, où n est un nombre entier. Par exemple, $65 = 10 \times 6 + 5$.

(a) Développe $(10n+5)^2$.

(b) Montre que $(10n+5)^2 = 100n(n+1) + 25$.

(c) Utilise cette égalité pour calculer 35^2 puis 85^2 sans calculatrice.

4. *Développer $(a-b)^2$*

À retenir : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Attention : $(a-b)^2$ n'est pas égal à $a^2 - b^2$. Exemple : $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$.

Ex. 28 ★★☆ **Le carré d'une différence** — Développe avec l'identité $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

(a) $(x-11)^2$ (b) $(x-14)^2$ (c) $(x-15)^2$

(d) $(x-8)^2$

Ex. 29 ★★☆ **Avec un coefficient devant x** — Développe avec la même identité.

(a) $(5x-4)^2$ (b) $(5x-3)^2$ (c) $(4x-9)^2$

(d) $(5x-2)^2$

Ex. 30 ★★☆ **Le nombre en premier** — Développe avec la même identité.

(a) $(9-7x)^2$ (b) $(6-7x)^2$ (c) $(1-2x)^2$

Ex. 31 ★★☆ **Vraie pour tout x ?** — Pour chaque égalité, dis si elle est vraie pour tout nombre x. Justifie : en développant si elle est vraie, en donnant une valeur de x qui la met en défaut si elle est fausse.

(a) $(x-5)^2 = x^2 - 10x - 25$

(b) $(5-x)^2 = (x-5)^2$

(c) $(3x-1)^2 = 9x^2 - 3x + 1$

(d) $(2x-7)^2 = 4x^2 - 28x + 49$

Ex. 32 ★★☆ **Des égalités à justifier** — Montre que chaque égalité est vraie pour tout nombre x.

(a) $(x-3)^2 + 6x = x^2 + 9$

(b) $(2x-5)^2 - 4x^2 = 25 - 20x$

(c) $(x-9)^2 + 18x - 81 = x^2$

Ex. 33 ★★☆ **Un nombre ou un signe devant le carré** — Développe et réduis chaque expression : développe d'abord le carré, entre parenthèses.

(a) $-(3x-2)^2$ (b) $2(x-7)^2$ (c) $-3(2x+1)^2$

(d) $(-x-5)^2$

Ex. 34 ★★☆ **Un carré de différence ?** — Dis si chaque expression est de la forme $a^2 - 2ab + b^2$. Si oui, écris-la sous la forme $(a-b)^2$; sinon, explique pourquoi.

(a) $9x^2 - 30x + 25$ (b) $x^2 - 10x - 25$

(c) $49 - 28x + 4x^2$ (d) $x^2 - 6x + 36$

Ex. 35 ★★★ **Une égalité presque toujours fausse** — On cherche les nombres x pour lesquels $(x-6)^2 = x^2 - 6^2$.

(a) L'égalité est-elle vraie pour $x = 0$? Justifie.

(b) Développe $(x-6)^2$.

(c) Trouve toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie.

5. *Développer (a + b)(a − b)*

À retenir : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$: les termes en ab s'annulent. Exemple : $(x+12)(x-12) = x^2 - 144$.

Ex. 36 ★☆☆ **Somme fois différence** — Développe avec l'identité $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

(a) $(x+16)(x-16)$ (b) $(x+5)(x-5)$

(c) $(x+13)(x-13)$ (d) $(x+17)(x-17)$

Ex. 37 ★☆☆ **Avec un coefficient devant x** — Développe avec la même identité.

(a) $(7x+8)(7x-8)$ (b) $(7x+5)(7x-5)$

(c) $(6x+1)(6x-1)$ (d) $(5x+7)(5x-7)$

Ex. 38 ★☆☆ **Le nombre en premier** — Développe avec la même identité.

(a) $(7+6x)(7-6x)$ (b) $(9+4x)(9-4x)$

(c) $(2+5x)(2-5x)$

Ex. 39 ★★☆ **Quelle identité ?** — Reconnais l'identité remarquable, puis développe.

(a) $(4x-7)^2$ (b) $(3x+5)(3x-5)$

(c) $(7x+3)(7x-3)$ (d) $(7x+9)^2$

(e) $(5x-9)^2$ (f) $(3x+7)^2$

Ex. 40 ★★☆ **Deux identités dans une expression** — Développe et réduis chaque expression.

(a) $A = (2x+5)^2 - (2x+3)(2x-3)$

(b) $B = 5(x-5)^2 - (4x+1)(4x-1)$

(c) $C = (x+1)(x-1) - (4x-7)^2$

Ex. 41 ★★☆ **Les erreurs de Nathan** — Nathan a fait ces trois développements. Chacun contient une erreur. Trouve-la et écris le bon développement.

(a) $(x+14)(x-14) = x^2 - 28$

(b) $(5x+4)(5x-4) = 5x^2 - 16$

(c) $(5-2x)(5+2x) = 25 - 4x$

Ex. 42 ★★☆ **Les pointillés** — Recopie et complète les pointillés pour que l'égalité soit vraie pour tout x.

(a) $(x+\ldots)(x-\ldots) = x^2 - 121$

(b) $(\ldots+3)(\ldots-3) = 64x^2 - 9$

(c) $(7x-\ldots)(\ldots+\ldots) = 49x^2 - 1$

Ex. 43 ★★☆ **Les pièges de l'ordre** — Développe chaque produit avec l'identité $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, après avoir repéré a et b.

(a) $(5+3x)(3x-5)$ (b) $(-x+5)(x+5)$

(c) $(0{,}5x+3)(0{,}5x-3)$ (d) $(2a-3b)(2a+3b)$

Ex. 44 ★★★ **L'échange de terrain** — Ahmed possède un champ carré de côté x mètres, avec $x > 6$. Son voisin lui propose de l'échanger contre un champ rectangulaire dont la longueur mesure 6 m de plus et la largeur 6 m de moins.

(a) Exprime l'aire du champ rectangulaire en fonction de x, sous forme développée.

(b) Ahmed gagne-t-il ou perd-il de la surface avec cet échange ? Justifie.

(c) Calcule l'aire de chaque champ pour $x = 50$.

Ex. 45 ★★★ **Jusqu'à x⁴** — Développe et réduis. Rappel : $x^2 \times x^2 = x^4$ et $(x^2)^2 = x^4$; $(3x^2)^2 = 9x^4$.

(a) $(x+3)(x-3)(x^2+9)$

(b) $(x^2+5)(x^2-5)$

(c) $(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)$

(d) $(x+1)^2(x-1)^2$

Ex. 45 **(suite)**

(e) $(3x^2 - 2)^2$

6. *Calcul mental avec les identités remarquables*

À retenir : On décompose un nombre pour utiliser une identité. Exemples : $52^2 = (50+2)^2 = 2\,500 + 200 + 4 = 2\,704$ et $19 \times 21 = (20-1)(20+1) = 400 - 1 = 399$. Dans l'autre sens : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

Ex. 46 ★☆☆ **Le carré d'un nombre un peu plus grand** — Calcule sans calculatrice avec $(a+b)^2$.

(a) 83^2 (b) 22^2 (c) 51^2

(d) 303^2

Ex. 47 ★☆☆ **Le carré d'un nombre un peu plus petit** — Calcule sans calculatrice avec $(a-b)^2$.

(a) 999^2 (b) 48^2 (c) 39^2

(d) 197^2

Ex. 48 ★☆☆ **Des produits presque égaux** — Calcule sans calculatrice avec $(a+b)(a-b)$.

(a) 301×299 (b) 61×59 (c) 22×18

(d) 42×38

Ex. 49 ★★☆ **Des différences de carrés** — Calcule sans calculatrice en factorisant.

(a) $87^2 - 13^2$ (b) $1\,003^2 - 997^2$

(c) $5{,}3^2 - 4{,}7^2$

Ex. 50 ★★☆ **Une identité cachée** — Reconnais une identité remarquable, puis calcule sans calculatrice.

(a) $199^2 + 2 \times 199 + 1$

(b) $57^2 - 2 \times 57 \times 7 + 7^2$

(c) $38^2 + 2 \times 38 \times 2 + 2^2$

Ex. 51 ★★☆ **Avec des décimaux** — Calcule sans calculatrice avec une identité remarquable.

(a) $10{,}1^2$ (b) $4{,}9 \times 5{,}1$ (c) $99{,}5^2$

(d) $0{,}98^2$

Ex. 52 ★★★ **Lequel est le plus grand ?** — On compare $A = 2\,025 \times 2\,027$ et $B = 2\,026^2$ sans calculer les produits.

(a) Écris $2\,025$ et $2\,027$ en fonction de $2\,026$, puis exprime A à l'aide de $2\,026^2$.

(b) Lequel des nombres A et B est le plus grand ? De combien ?

(c) Montre que, pour tout nombre n, $(n-1)(n+1)$ est inférieur à n^2.

7. *Factoriser par un facteur commun*

À retenir : Factoriser, c'est transformer une somme en produit : $ka + kb = k(a+b)$. On met en facteur le plus grand facteur commun. Exemple : $6x^2 + 4x = 2x(3x+2)$.

Ex. 53 ★☆☆ **Un nombre en facteur** — Factorise chaque expression.

(a) $18x - 21$ (b) $3x - 3$ (c) $6x + 12$

(d) $45x + 9$

Ex. 54 ★☆☆ **x en facteur** — Factorise chaque expression.

(a) $3x^2 + x$ (b) $4x^2 + 3x$ (c) $4x^2 - 7x$

(d) $2x^2 + 9x$

Ex. 55 ★★☆ **Un nombre et x en facteur** — Factorise le plus possible chaque expression.

(a) $28x^2 + 21x$ (b) $15x^2 + 3x$ (c) $6x^2 - 14x$

(d) $25x^2 - 5x$

Ex. 56 ★★☆ **Un facteur commun négatif** — Factorise chaque expression en mettant en facteur un terme précédé du signe $-$.

(a) $-10x^2 - 4x$ (b) $-49x^2 - 14x$ (c) $-32x^2 + 8x$

Ex. 57 ★★☆ **Les factorisations de Paul** — Paul a factorisé ces expressions. Chaque factorisation est fausse ou incomplète. Explique le problème, puis écris la bonne factorisation.

(a) $6x^2 - 9x = 3x(2x - 9)$

(b) $4x^2 + x = x \times 4x$

(c) $10x - 15x^2 = 5(2x - 3x^2)$

Ex. 58 ★★☆ **Calculs astucieux** — Calcule sans calculatrice en mettant un nombre en facteur.

(a) $37 \times 64 + 37 \times 36$ (b) $2{,}7 \times 58 - 2{,}7 \times 48$

(c) $125 \times 17 - 125 \times 9$

Ex. 59 ★★★ **Le jardin de Zoé** — Le jardin rectangulaire de Zoé a pour aire $6x^2 + 15x$ m² et pour largeur $3x$ m, avec $x > 0$.

(a) Factorise $6x^2 + 15x$ en mettant $3x$ en facteur.

(b) Déduis-en la longueur du jardin en fonction de x.

(c) La longueur du jardin mesure 25 m. Calcule x, puis l'aire du jardin.

8. Factoriser par une parenthèse commune

À retenir : Si une même parenthèse apparaît dans chaque terme, on la met en facteur : $(x+1)(2x+3)+(x+1)(x-5)=(x+1)(3x-2)$. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

Ex. 60 ★☆☆ **La parenthèse commune** — Factorise puis réduis le second facteur.

(a) $(2x+7)(4x-6)+(2x+7)(x+7)$

(b) $(3x-5)(3x+3)+(3x-5)(4x+1)$

(c) $(2x+3)(2x-3)+(2x+3)(2x+4)$

Ex. 61 ★★☆ **Avec une soustraction** — Factorise puis réduis le second facteur. Attention aux signes.

(a) $(x-3)(3x-1)-(x-3)(x+6)$

(b) $(x-7)(4x+1)-(x-7)(3x-4)$

(c) $(x-5)(3x+2)-(x-5)(x+3)$

Ex. 62 ★★☆ **Un carré cache le facteur** — Factorise puis réduis le second facteur.

(a) $(x+2)^2+(x+2)(2x+2)$

(b) $(2x+3)^2+(2x+3)(2x+2)$

(c) $(3x-5)^2+(3x-5)(2x+1)$

Ex. 63 ★★☆ **Le facteur 1 caché** — Factorise puis réduis le second facteur.

(a) $(3x-5)(2x-4)+(3x-5)$

(b) $(3x+4)(3x+7)+(3x+4)$

(c) $(3x-4)(x-6)+(3x-4)$

Ex. 64 ★★☆ **L'erreur de Kenza** — Kenza a écrit : $(x+2)(3x-1)-(x+2)(x-4)=(x+2)(3x-1-x-4)=(x+2)(2x-5)$.

(a) Où est l'erreur de Kenza ?

(b) Écris la bonne factorisation.

(c) Développe l'expression de départ puis ta factorisation. Obtiens-tu la même expression ?

Ex. 65 ★★☆ **Factoriser pour résoudre** — Résous chaque équation en factorisant d'abord le membre de gauche.

(a) $(x-4)(2x+3)-(x-4)(x+8)=0$

(b) $(4x+1)^2-(4x+1)(x+7)=0$

Ex. 66 ★★★ **Le facteur commun déguisé** — Factorise chaque expression. Indice : transforme d'abord un facteur pour faire apparaître une parenthèse commune.

(a) $(2x-6)(x+1)+(x-3)(4x+5)$

(b) $(5-x)(2x+1)+(x-5)(x+4)$

Ex. 67 ★★★ **Une identité cache le facteur commun** — Factorise chaque expression. Indice : une identité remarquable ou un changement de signe fait apparaître le facteur commun.

(a) $(2x-1)^2-(1-2x)(x+3)$

(b) $9x^2-6x+1+(3x-1)(x+2)$

(c) $25x^2-4-(5x-2)(x+1)$

9. Factoriser a^2-b^2

À retenir : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$. Exemple : $x^2-81=(x-9)(x+9)$. Pour résoudre $A=0$: un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

Ex. 68 ★☆☆ **Reconnaître a^2-b^2** — Factorise chaque expression.

(a) $81x^2-121$ (b) $16x^2-81$ (c) $25x^2-121$

(d) $81x^2-1$

Ex. 69 ★☆☆ **Le nombre en premier** — Factorise chaque expression.

(a) $4-9x^2$ (b) $144-x^2$ (c) $144-49x^2$

Ex. 70 ★★☆ **Un carré de parenthèse** — Factorise puis réduis chaque facteur.

(a) $(x+6)^2-25$ (b) $(x+1)^2-49$

(c) $(x-5)^2-4$

Ex. 71 ★★☆ **Deux carrés de parenthèses** — Factorise puis réduis chaque facteur.

(a) $(4x-4)^2-(2x-3)^2$

(b) $(x+2)^2-(4x+1)^2$

(c) $(2x+4)^2-(4x+3)^2$

Ex. 72 ★★☆ **Factorisable ou pas ?** — Pour chaque expression, dis si elle est de la forme a^2-b^2. Si oui, factorise-la ; sinon, explique pourquoi.

(a) x^2-400 (b) x^2+25 (c) $16x^2-1$

(d) $81x^2-64$

Ex. 73 ★★☆ **Des équations avec a^2-b^2** — Résous chaque équation en factorisant.

(a) $4x^2-49=0$

(b) $(x-3)^2-25=0$

Ex. 74 ★★★ **L'abri de Malo** — Le terrain carré de Malo a pour côté x mètres, avec $x>5$. Dans un coin, il construit un abri carré de 5 m de côté.

(a) Exprime en fonction de x l'aire du terrain qui reste autour de l'abri.

(b) Factorise cette expression.

(c) Malo veut un potager rectangulaire de même aire que cette partie restante. Propose des dimensions en fonction de x.

Ex. 74 **(suite)**

(d) Calcule l'aire restante pour $x = 12$.

Ex. 75 ★★★ **Factoriser jusqu'au bout avec x^4** — Factorise le plus possible. Rappel : $x^4 = (x^2)^2$; une somme de deux carrés comme $x^2 + 4$ ne se factorise pas.

(a) $x^4 - 16$ (b) $81x^4 - 1$

(c) $x^4 - 2x^2 + 1$

Ex. 76 ★★★ **Des équations piégées** — Résous chaque équation.

(a) $(2x + 1)^2 = (x - 3)^2$

(b) $(3x - 1)^2 = 49$

(c) $(2x + 3)^2 = 25x^2$

(d) $(4x - 1)^2 = -9$

10. *Développer ou factoriser : choisir la bonne forme*

À retenir : Forme développée = une somme de termes ; forme factorisée = un produit. Pour résoudre $A = 0$, prends la forme factorisée : $(x - 1)(x + 2) = 0$ donne $x = 1$ ou $x = -2$. Pour $x = 0$, la forme développée est souvent plus rapide. Un carré est toujours positif ou nul.

Ex. 77 ★☆☆ **Développée ou factorisée ?** — Dis si l'expression est sous forme développée ou factorisée, puis calcule sa valeur pour $x = 2$.

(a) $(x + 3)(x - 8)$ (b) $2x^2 + x - 5$

(c) $4x^2 - 1$ (d) $3(x - 2)^2$

Ex. 78 ★☆☆ **Associer les formes** — Associe chaque expression développée à sa forme factorisée parmi : $(x - 7)^2$, $x(x + 7)$, $(x + 7)(x - 7)$, $(x + 7)^2$.

(a) $x^2 - 49$ (b) $x^2 - 14x + 49$

(c) $x^2 + 14x + 49$ (d) $x^2 + 7x$

Ex. 79 ★★☆ **La bonne forme pour calculer** — On sait que $A = (2x - 1)(x + 4) = 2x^2 + 7x - 4$. Calcule A pour chaque valeur de x, en choisissant la forme la plus pratique.

(a) $x = 0$ (b) $x = \frac{1}{2}$ (c) $x = -4$

(d) $x = 1$

Ex. 80 ★★☆ **Factoriser jusqu'au bout** — Factorise le plus possible.

(a) $3x^2 - 27$

(b) $18x^2 - 2$

(c) $x^2 - 16 + (x + 4)(2x - 1)$

Ex. 81 ★★☆ **Développer ou factoriser pour prouver** — Montre que chaque égalité est vraie pour tout x, en choisissant la méthode la plus rapide.

(a) $(x + 2)^2 - (x + 2)(x - 3) = 5(x + 2)$

(b) $(3x + 1)^2 - (3x - 1)^2 = 12x$

Ex. 82 ★★★ **Trois questions, trois formes** — On considère $B = (x + 5)^2 - 49$.

(a) Développe et réduis B.

(b) Factorise B.

(c) Résous l'équation $B = 0$.

(d) Résous l'équation $B = -24$.

Ex. 83 ★★★ **La méthode de Romane** — Romane veut résoudre l'équation $x^2 = 9x$. Elle divise les deux membres par x et obtient $x = 9$.

(a) Le nombre 9 est-il solution de l'équation $x^2 = 9x$? Justifie.

(b) Romane a-t-elle trouvé toutes les solutions ? Justifie en résolvant $x^2 - 9x = 0$ par factorisation.

(c) Résous de la même façon l'équation $(x - 2)^2 = 25$.

Ex. 84 ★★★ **Trois écritures d'une même expression** — On considère $A = (x + 1)^2 - 4$, $B = (x - 1)(x + 3)$ et $C = x^2 + 2x - 3$.

(a) Montre que $A = C$ pour tout x.

(b) Montre que $B = C$ pour tout x.

(c) Calcule la valeur de l'expression pour $x = 0$, avec la forme la plus pratique.

(d) Calcule la valeur de l'expression pour $x = -3$, avec la forme la plus pratique.

(e) Montre que, pour tout x, $C \geq -4$.

11. *Prouver avec le calcul littéral : programmes de calcul*

À retenir : On appelle x le nombre choisi et on traduit chaque étape : « ajoute 2 puis multiplie par 3 » donne $3(x + 2) = 3x + 6$. Des essais donnent une conjecture ; seul le calcul avec x la prouve.

Ex. 85 ★☆☆ **Un premier programme** — Voici un programme de calcul : choisis un nombre ; ajoute 3 ; multiplie le résultat par 2 ; soustrais 6.

(a) Quel résultat obtiens-tu en choisissant 5 ?

(b) On choisit un nombre x. Exprime le résultat en fonction de x, puis réduis.

Ex. 86 ★☆☆ **Retrouver les étapes** — Le programme de calcul de Gaspard donne, pour un nombre choisi x, le résultat $4(x+1)-3$.

(a) Écris les étapes du programme de Gaspard.

(b) Quel résultat obtient-on en choisissant 3 ?

(c) Quel résultat obtient-on en choisissant -2 ?

Ex. 87 ★★☆ **Un programme avec un carré** — Voici un programme de calcul : choisis un nombre ; ajoute 10 ; élève le résultat au carré ; soustrais 20 fois le nombre choisi.

(a) Quel résultat obtient-on en choisissant 2 ?

(b) Exprime le résultat en fonction du nombre choisi x, puis développe et réduis.

(c) Utilise la forme réduite pour trouver le résultat quand on choisit 30.

Ex. 88 ★★☆ **Deux programmes jumeaux** — Programme A : choisis un nombre ; ajoute 5 ; multiplie le résultat par le nombre choisi. Programme B : choisis un nombre ; calcule son carré ; ajoute 5 fois le nombre choisi.

(a) Applique les deux programmes au nombre 3.

(b) Applique les deux programmes au nombre -7.

(c) Les deux programmes donnent-ils toujours le même résultat ? Justifie.

Ex. 89 ★★☆ **Un résultat qui ne change pas** — Voici un programme de calcul : choisis un nombre ; ajoute 3 ; multiplie le résultat par le nombre choisi diminué de 3 ; soustrais le carré du nombre choisi.

(a) Applique le programme à 4 puis à 7.

(b) Exprime le résultat en fonction du nombre choisi x, puis réduis.

(c) Le résultat dépend-il du nombre choisi ? Justifie.

Ex. 90 ★★★ **Toujours un carré ?** — Voici un programme de calcul : choisis un nombre ; ajoute 4 ; multiplie le résultat par le nombre choisi ; ajoute 4.

(a) Applique ce programme à 1, à 3 et à 6.

(b) Quelle conjecture peux-tu faire sur le résultat ?

(c) Prouve ta conjecture.

Ex. 91 ★★★ **Trouver le nombre de départ** — Voici un programme de calcul : choisis un nombre ; ajoute 9 ; élève le résultat au carré ; soustrais 81.

(a) Applique le programme à 2.

(b) Exprime le résultat en fonction du nombre choisi x, puis factorise.

(c) Quels nombres faut-il choisir pour obtenir 0 ?

(d) Quels nombres faut-il choisir pour obtenir 19 ?

Ex. 92 ★★★ **Léo et Maëlle** — Léo choisit un nombre, lui soustrait 2, puis élève le résultat au carré. Maëlle choisit le même nombre, l'élève au carré, puis soustrait 2.

(a) Calcule les résultats de Léo et de Maëlle quand ils choisissent 5.

(b) Exprime le résultat de chacun en fonction du nombre choisi x, sous forme développée.

(c) Existe-t-il un nombre pour lequel ils obtiennent le même résultat ? Si oui, trouve-le.

Ex. 93 ★★★ **Quatre entiers qui se suivent** — On multiplie quatre entiers qui se suivent, puis on ajoute 1.

(a) Calcule $1\times2\times3\times4+1$, $2\times3\times4\times5+1$ et $3\times4\times5\times6+1$. Que remarques-tu ?

(b) On note n le premier entier. Développe $n(n+3)$ puis $(n+1)(n+2)$.

(c) On pose $y=n^2+3n$. Exprime $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ en fonction de y, puis montre que c'est toujours un carré.

(d) Calcule sans calculatrice $10\times11\times12\times13+1$.

12. *Exercices type brevet*

À retenir : Traduis l'énoncé par une expression en x, développe ou factorise selon la question, puis conclus par une phrase. Exemple : un carré de côté $x+11$ a pour aire $(x+11)^2=x^2+22x+121$. Rappel : un carré est toujours positif ou nul.

Ex. 94 ★☆☆ **L'affiche de Sofia** — Sofia dessine une affiche rectangulaire de longueur $(x+4)$ dm et de largeur 3 dm.

(a) Exprime l'aire de l'affiche en fonction de x, sous forme développée.

(b) Calcule cette aire pour $x=6$.

(c) Exprime le périmètre de l'affiche en fonction de x, sous forme réduite.

Ex. 95 ★★☆ **Les fournitures d'Élise** — Élise achète x cahiers à 3 € l'un et $(x+2)$ stylos à 2 € l'un.

(a) Montre que le prix total payé, en euros, est $5x+4$.

(b) Combien paie-t-elle si elle achète 6 cahiers ?

(c) Elle a payé 29 €. Combien de cahiers a-t-elle achetés ?

Ex. 96 ★★☆ **Vrai ou faux ?** — Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie ta réponse.

(a) « Pour tout nombre x, $(x+1)^2=x^2+1$. »

(b) « $49\times51=2\,499$. »

(c) « Pour tout nombre x, $4x^2-25=(2x-5)(2x+5)$. »

(d) « Pour tout nombre x, $(x-3)(x+2)=x^2-x-6$. »

Ex. 97 ★★☆ **L'aquarium de Jules** — L'aquarium de Jules a la forme d'un pavé droit. Sa base est un rectangle de $(x+2)$ dm sur $(x-2)$ dm, avec $x > 2$, et sa hauteur mesure 4 dm. On rappelle que 1 dm³ = 1 L.

(a) Montre que le volume de l'aquarium, en dm³, est $V = 4x^2 - 16$.

(b) Calcule le volume de l'aquarium en litres pour $x = 5$.

(c) Jules veut un aquarium de 128 L. Quelle valeur de x doit-il choisir ?

Ex. 98 ★★☆ **La formule du tableur** — Dans un tableur, Noah écrit un nombre dans la cellule A2. Dans la cellule B2, il saisit la formule `=(A2+1)*(A2-1)+5`.

(a) Quel nombre s'affiche en B2 si A2 contient 3 ?

(b) On note x le nombre écrit en A2. Exprime le contenu de B2 en fonction de x, puis développe et réduis.

(c) Noah peut-il obtenir en B2 un nombre strictement inférieur à 4 ? Justifie.

Ex. 99 ★★★ **Le triangle de Clara** — Clara trace un triangle dont les côtés mesurent x cm, $(x+7)$ cm et $(x+8)$ cm, avec $x > 0$.

(a) Développe $(x+8)^2$ puis $x^2 + (x+7)^2$.

(b) Pour $x = 5$, le triangle est-il rectangle ? Justifie.

(c) Montre que $x^2 + (x+7)^2 - (x+8)^2 = (x-5)(x+3)$.

(d) Existe-t-il une autre valeur de x pour laquelle le triangle est rectangle ? Justifie.

Ex. 100 ★★★ **La bordure de la piscine** — M. Diallo, carreleur, pose une bordure de 1,5 m de large tout autour d'une piscine carrée de côté x m. Le carrelage coûte 30 € le m².

(a) Exprime l'aire de la bordure en fonction de x, sous forme réduite.

(b) Calcule l'aire de la bordure pour une piscine de 8 m de côté.

(c) Le client a un budget de 1 800 € pour le carrelage. Quel est le plus grand côté possible pour la piscine ?

Ex. 101 ★★★ **Le calendrier de Timothée** — Sur une page de calendrier, Timothée entoure un carré de quatre dates : deux dates qui se suivent et les deux dates situées juste en dessous, une semaine plus tard. Il multiplie la date en haut à droite par la date en bas à gauche, puis il soustrait le produit des deux autres dates.

(a) Effectue le calcul de Timothée pour le carré formé par 3, 4, 10 et 11.

(b) Effectue le calcul de Timothée pour le carré formé par 15, 16, 22 et 23.

(c) Quelle conjecture peux-tu faire ?

(d) On note n la date en haut à gauche. Exprime les trois autres dates en fonction de n, puis prouve ta conjecture.

Ex. 102 ★★★ **Le cadre photo** — Une photo rectangulaire mesure x cm sur $(x+4)$ cm, avec $x > 0$. On l'entoure d'un cadre de 2 cm de large tout autour. Le cadre et la photo forment un grand rectangle.

(a) Exprime les dimensions du grand rectangle en fonction de x.

(b) Montre que l'aire du cadre seul, en cm², est $8x + 32$.

(c) Factorise l'aire du cadre.

(d) Pour quelle valeur de x le cadre a-t-il la même aire que la photo ?

Ex. 103 ★★★ **Le grand classique** — On considère $E = (3x-2)^2 - (3x-2)(x+5)$.

(a) Développe et réduis E.

(b) Factorise E.

(c) Calcule E pour $x = \frac{2}{3}$, puis pour $x = -1$, avec la forme la plus pratique.

(d) Résous l'équation $E = 14$.