Corrigé – Calculer une dérivée

Mathématiques – Première spécialité

Calcul de dérivées · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Pour chaque erreur : relis la ligne du corrigé, trouve l'étape où tu t'es trompé, puis refais le calcul sans regarder.

Exercice 1 – Dérivées usuelles ★

Calcule $f'(x)$. Pour $\dfrac{1}{x^n}$, écris d'abord x^{-n}.

a) $f'(x) = 7x^6$
$(x^n)' = nx^{n-1}$ avec $n = 7$.

b) $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$
Formule à connaître, valable sur $]-\infty\,;\,0[$ et sur $]0\,;\,+\infty[$.

c) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sqrt{x}$ est définie en 0, mais dérivable seulement sur $]0\,;\,+\infty[$.

d) $f'(x) = 0$
$\sqrt{5}$ est un nombre (une constante) : sa dérivée est nulle.

e) $f(x) = x^{-2}$; on applique $(x^n)' = nx^{n-1}$ avec $n = -2$.
$f'(x) = -2x^{-3}$
$\quad = -\dfrac{2}{x^3}$

f) $f'(x) = 12x^{11}$

g) $f(x) = x^{-5}$: l'exposant baisse de 1, de -5 à -6.
$f'(x) = -5x^{-6}$
$\quad = -\dfrac{5}{x^6}$

h) $f'(x) = 1$
$x = x^1$: $(x^1)' = 1 \times x^0 = 1$.

Exercice 2 – Somme et multiple d'une fonction ★

Calcule $f'(x)$ en dérivant terme à terme : $(u+v)' = u' + v'$ et $(ku)' = ku'$.

a) $f'(x) = 4 \times 3x^2 - 5 \times 2x + 2 - 0$
$\quad = 12x^2 - 10x + 2$

b) $f'(x) = -\dfrac{1}{3} \times 3x^2 + \dfrac{1}{2} \times 2x - 1$
$\quad = -x^2 + x - 1$

c) $f'(x) = 3 \times \left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$
$= -\dfrac{3}{x^2}$

Pas de formule du quotient : $\dfrac{3}{x} = 3 \times \dfrac{1}{x}$.

d) $f'(x) = 2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - 1$
$= \dfrac{1}{\sqrt{x}} - 1$

e) $f'(x) = 4x^3 - 2 \times \left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$
$= 4x^3 + \dfrac{2}{x^2}$

Deux signes moins : $-2 \times \left(-\dfrac{1}{x^2}\right) = +\dfrac{2}{x^2}$.

f) $f'(x) = 0{,}5 \times 2x - 3 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 0$
$= x - \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$

g) $\dfrac{x^2}{4} = \dfrac{1}{4}x^2$, et π^2 est une constante.
$f'(x) = \dfrac{1}{4} \times 2x - 0$
$= \dfrac{x}{2}$

h) $-\dfrac{5}{x^2} = -5x^{-2}$.
$f'(x) = -5 \times \left(-2x^{-3}\right) + \sqrt{3}$
$= \dfrac{10}{x^3} + \sqrt{3}$

Exercice 3 – Dérivée d'un produit ★

Écris u, u', v, v', puis calcule $f'(x)$ avec $(uv)' = u'v + uv'$. Réduis le résultat.

a) On applique $(uv)' = u'v + uv'$.
$u(x) = 2x + 1$ et $u'(x) = 2$
$v(x) = x - 3$ et $v'(x) = 1$
$f'(x) = 2\,(x - 3) + (2x + 1) \times 1$
$= 2x - 6 + 2x + 1$
$= 4x - 5$

b) On applique $(uv)' = u'v + uv'$.
$u(x) = x^2$ et $u'(x) = 2x$
$v(x) = 3x - 1$ et $v'(x) = 3$
$f'(x) = 2x\,(3x - 1) + x^2 \times 3$
$= 6x^2 - 2x + 3x^2$
$= 9x^2 - 2x$

c) On applique $(uv)' = u'v + uv'$.
$u(x) = x^2$ et $u'(x) = 2x$
$v(x) = \sqrt{x}$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$f'(x) = 2x\sqrt{x} + x^2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$= 2x\sqrt{x} + \dfrac{x\sqrt{x}}{2}$
$= \dfrac{5}{2}x\sqrt{x}$

On a simplifié : $\dfrac{x^2}{\sqrt{x}} = \dfrac{x \times \sqrt{x} \times \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = x\sqrt{x}$.

d) On applique $(uv)' = u'v + uv'$.
$u(x) = x^2 + 1$ et $u'(x) = 2x$
$v(x) = 1 - 4x$ et $v'(x) = -4$
$f'(x) = 2x\,(1 - 4x) + \left(x^2 + 1\right) \times (-4)$
$= 2x - 8x^2 - 4x^2 - 4$
$= -12x^2 + 2x - 4$

e) On applique $(uv)' = u'v + uv'$.
On met tout au même dénominateur $2\sqrt{x}$: $\sqrt{x} = \dfrac{2x}{2\sqrt{x}}$.
$u(x) = 3 - x$ et $u'(x) = -1$
$v(x) = \sqrt{x}$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$f'(x) = (-1) \times \sqrt{x} + (3 - x) \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$= \dfrac{-2x}{2\sqrt{x}} + \dfrac{3 - x}{2\sqrt{x}}$
$= \dfrac{3 - 3x}{2\sqrt{x}}$

f) $f(x) = (2x - 1)(2x - 1)$: c'est un produit avec $u = v$.
$u(x) = 2x - 1$ et $u'(x) = 2$
$v(x) = 2x - 1$ et $v'(x) = 2$
$f'(x) = 2\,(2x - 1) + (2x - 1) \times 2$
$= 4x - 2 + 4x - 2$
$= 8x - 4$

Ce n'est pas $2(2x - 1)$ *: on a oublié de dériver ce qu'il y a dans la parenthèse.*

g) On applique $(uv)' = u'v + uv'$.
$u(x) = x^3$ et $u'(x) = 3x^2$
$v(x) = x^2 - 2$ et $v'(x) = 2x$
$f'(x) = 3x^2\left(x^2 - 2\right) + x^3 \times 2x$
$= 3x^4 - 6x^2 + 2x^4$
$= 5x^4 - 6x^2$

h) On applique $(uv)' = u'v + uv'$.
$u(x) = x^2 - x$ et $u'(x) = 2x - 1$
$v(x) = 2x + 5$ et $v'(x) = 2$
$f'(x) = (2x-1)(2x+5) + \left(x^2 - x\right) \times 2$
$= 4x^2 + 10x - 2x - 5 + 2x^2 - 2x$
$= 6x^2 + 6x - 5$

Exercice 4 – Dérivée de l'inverse $\dfrac{1}{v}$ ★★

Précise où f est dérivable, puis calcule $f'(x)$ avec $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$.

a) $x^2 + 1 \geqslant 1$ ne s'annule jamais : f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
On applique $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$.
$v(x) = x^2 + 1$ et $v'(x) = 2x$
$f'(x) = -\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$

b) $3x - 2 = 0 \iff x = \dfrac{2}{3}$: f est dérivable sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{2}{3}\right[$ et sur $\left]\dfrac{2}{3}\,;\,+\infty\right[$.
On applique $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$.
$v(x) = 3x - 2$ et $v'(x) = 3$
$f'(x) = -\dfrac{3}{\left(3x-2\right)^2}$

c) $x^2 - 4x = x(x-4)$ s'annule en 0 et en 4 : f est dérivable sur $]-\infty\,;\,0[$, sur $]0\,;\,4[$ et sur $]4\,;\,+\infty[$.
$f = 5 \times \dfrac{1}{v}$: on garde le 5 devant.
$v(x) = x^2 - 4x$ et $v'(x) = 2x - 4$
$f'(x) = 5 \times \left(-\dfrac{2x-4}{\left(x^2-4x\right)^2}\right)$
$= \dfrac{-10x + 20}{\left(x^2-4x\right)^2}$

d) $1 - x = 0 \iff x = 1$: f est dérivable sur $]-\infty\,;\,1[$ et sur $]1\,;\,+\infty[$.
$f = -2 \times \dfrac{1}{v}$.
$v(x) = 1 - x$ et $v'(x) = -1$
$f'(x) = -2 \times \left(-\dfrac{-1}{\left(1-x\right)^2}\right)$
$= -\dfrac{2}{\left(1-x\right)^2}$

Trois signes moins : on les compte un par un.

e) $\sqrt{x}$ doit être dérivable et non nul : f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.

On applique $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$.

Ici $v^2 = (\sqrt{x})^2 = x$.

$v(x) = \sqrt{x}$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\frac{\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{x} \\ &= -\frac{1}{2x\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Exercice 5 – Dérivée d'un quotient $\dfrac{u}{v}$ ★★

Écris u, u', v, v', puis calcule $f'(x)$. Réduis le numérateur et garde v^2 au dénominateur.

a) On applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.

$u(x) = 2x + 3$ et $u'(x) = 2$

$v(x) = x - 1$ et $v'(x) = 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2\,(x-1) - (2x+3)\times 1}{(x-1)^2} \\ &= \frac{2x - 2 - 2x - 3}{(x-1)^2} \\ &= -\frac{5}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

b) On applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.

$u(x) = x^2$ et $u'(x) = 2x$

$v(x) = x + 2$ et $v'(x) = 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2x\,(x+2) - x^2\times 1}{(x+2)^2} \\ &= \frac{2x^2 + 4x - x^2}{(x+2)^2} \\ &= \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2} \\ &= \frac{x\,(x+4)}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

On factorise le numérateur par x : c'est la forme utile pour le signe.

c) On applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
$x^2 + 3 > 0$: f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$u(x) = 1 - x$ et $u'(x) = -1$
$v(x) = x^2 + 3$ et $v'(x) = 2x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{-1 \times \left(x^2 + 3\right) - (1 - x) \times 2x}{\left(x^2 + 3\right)^2} \\ &= \frac{-x^2 - 3 - \left(2x - 2x^2\right)}{\left(x^2 + 3\right)^2} \\ &= \frac{-x^2 - 3 - 2x + 2x^2}{\left(x^2 + 3\right)^2} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 3}{\left(x^2 + 3\right)^2} \end{aligned}$$

Le signe moins porte sur tout le produit uv' : on garde la parenthèse.

d) On applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
$u(x) = 3x^2 - 1$ et $u'(x) = 6x$
$v(x) = 2x$ et $v'(x) = 2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{6x \times 2x - \left(3x^2 - 1\right) \times 2}{\left(2x\right)^2} \\ &= \frac{12x^2 - 6x^2 + 2}{4x^2} \\ &= \frac{6x^2 + 2}{4x^2} \\ &= \frac{3x^2 + 1}{2x^2} \end{aligned}$$

Autre méthode : $f(x) = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{x}$, donc $f'(x) = \dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2x^2}$: c'est le même résultat.

e) On applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
Pour finir, on multiplie le haut et le bas par $2\sqrt{x}$ (et $\sqrt{x} \times 2\sqrt{x} = 2x$).
$u(x) = \sqrt{x}$ et $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$v(x) = x + 1$ et $v'(x) = 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\left(x + 1\right) - \sqrt{x} \times 1}{\left(x + 1\right)^2} \\ &= \frac{x + 1 - 2x}{2\sqrt{x}\left(x + 1\right)^2} \\ &= \frac{1 - x}{2\sqrt{x}\left(x + 1\right)^2} \end{aligned}$$

f) On applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
$x^2 + 1 > 0$: f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
$u(x) = x^2 + x + 2$ et $u'(x) = 2x + 1$
$v(x) = x^2 + 1$ et $v'(x) = 2x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x+1)\left(x^2+1\right) - \left(x^2+x+2\right) \times 2x}{\left(x^2+1\right)^2} \\ &= \frac{2x^3 + 2x + x^2 + 1 - \left(2x^3 + 2x^2 + 4x\right)}{\left(x^2+1\right)^2} \\ &= \frac{-x^2 - 2x + 1}{\left(x^2+1\right)^2} \end{aligned}$$

Les termes en x^3 disparaissent : le numérateur est un trinôme.

Exercice 6 – Ensemble de dérivabilité ★★

Détermine l'ensemble sur lequel f est dérivable (on ne demande pas $f'(x)$).

a) Un quotient est dérivable là où son dénominateur ne s'annule pas.

$$\begin{aligned} & x^2 - 9 = 0 \\ \iff\ & x^2 = 9 \quad \textit{(on ajoute 9)} \\ & S = \{-3\,;\,3\} \end{aligned}$$

f est dérivable sur $]-\infty\,;\,-3[$, sur $]-3\,;\,3[$ et sur $]3\,;\,+\infty[$.

b) Le dénominateur est un trinôme : on cherche ses racines.
$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 25 - 24 = 1$, donc deux racines :
$x_1 = \dfrac{5-1}{2} = 2$ et $x_2 = \dfrac{5+1}{2} = 3$.
f est dérivable sur $]-\infty\,;\,2[$, sur $]2\,;\,3[$ et sur $]3\,;\,+\infty[$.

c) $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$: le dénominateur ne s'annule jamais.
f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

d) f est définie sur $[0\,;\,+\infty[$, mais $\sqrt{x}$ n'est pas dérivable en 0.
Définie ne veut pas dire dérivable.
f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$, comme produit de deux fonctions dérivables sur cet intervalle.

Exercice 7 – Combiner les formules ★★★

Calcule $f'(x)$ en choisissant la bonne méthode. Donne le résultat sous forme d'une seule fraction.

a) Plus simple que le quotient : on sépare $\dfrac{x^2+1}{x} = x + \dfrac{1}{x}$, donc $f(x) = x + \dfrac{1}{x} + 2\sqrt{x}$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - \frac{1}{x^2} + 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &= 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2} + \frac{x\sqrt{x}}{x^2} \\ &= \frac{x^2 - 1 + x\sqrt{x}}{x^2} \end{aligned}$$

Au même dénominateur x^2, avec $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dfrac{x\sqrt{x}}{x^2}$.

b) Produit uv.

Au même dénominateur $2\sqrt{x}$: $(2x-3)\sqrt{x} = \dfrac{(2x-3)\times 2x}{2\sqrt{x}}$.

$u(x) = x^2 - 3x$ et $u'(x) = 2x - 3$

$v(x) = \sqrt{x}$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x-3)\sqrt{x} + \left(x^2 - 3x\right) \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{2x\,(2x-3)}{2\sqrt{x}} + \frac{x^2 - 3x}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{4x^2 - 6x + x^2 - 3x}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{5x^2 - 9x}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{x\,(5x-9)}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

c) Quotient.

On développe d'abord $u(x) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ pour le dériver.

$x^2 + 1 > 0$: f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

$u(x) = x^2 + 2x + 1$ et $u'(x) = 2x + 2$

$v(x) = x^2 + 1$ et $v'(x) = 2x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x+2)\left(x^2+1\right) - \left(x^2+2x+1\right) \times 2x}{\left(x^2+1\right)^2} \\ &= \frac{2x^3 + 2x + 2x^2 + 2 - \left(2x^3 + 4x^2 + 2x\right)}{\left(x^2+1\right)^2} \\ &= \frac{-2x^2 + 2}{\left(x^2+1\right)^2} \\ &= \frac{-2\,(x-1)\,(x+1)}{\left(x^2+1\right)^2} \end{aligned}$$

On factorise : $-2x^2 + 2 = -2(x^2 - 1) = -2(x-1)(x+1)$.

Exercice 8 – La forme utile pour le signe ★★★

Montre que $f'(x)$ s'écrit sous la forme donnée.

a) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$
$= 3\left(x^2 - 4x + 3\right)$
$= 3(x-1)(x-3)$

On a mis 3 en facteur, puis $x^2 - 4x + 3$ a pour racines 1 et 3 (car $1 - 4 + 3 = 0$ et le produit des racines vaut 3).

b) $\left(\dfrac{4}{x-1}\right)' = 4 \times \left(-\dfrac{1}{(x-1)^2}\right)$ (inverse, avec $v' = 1$).
Puis on réduit au même dénominateur.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - \frac{4}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x-1)^2 - 4}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x^2 - 2x + 1 - 4}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

$x^2 - 2x - 3$ a pour racines -1 et 3 : $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$.

c) $u(x) = x^2 + 3$ et $u'(x) = 2x$
$v(x) = x + 1$ et $v'(x) = 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2x(x+1) - \left(x^2+3\right) \times 1}{(x+1)^2} \\ &= \frac{2x^2 + 2x - x^2 - 3}{(x+1)^2} \\ &= \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

$x^2 + 2x - 3$ a pour racines 1 et -3 : $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$.

Exercice 9 – Des tangentes parallèles ★★★

1. $x + 2 = 0 \iff x = -2$.
f est dérivable sur $]-\infty\,;\,-2[$ et sur $]-2\,;\,+\infty[$.

2. On applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
   $u(x) = 2x - 1$ et $u'(x) = 2$
   $v(x) = x + 2$ et $v'(x) = 1$
   $$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2\,(x+2) - (2x-1) \times 1}{(x+2)^2} \\ &= \frac{2x + 4 - 2x + 1}{(x+2)^2} \\ &= \frac{5}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

   Un carré non nul est strictement positif, et $5 > 0$: $f'(x) > 0$ pour tout $x \neq -2$.

3. $f(0) = \dfrac{-1}{2} = -\dfrac{1}{2}$ et $f'(0) = \dfrac{5}{2^2} = \dfrac{5}{4}$.
   $$\begin{aligned} y &= \frac{5}{4}(x - 0) - \frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{4}x - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

4. Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur : on résout $f'(x) = 5$.
   $$\begin{aligned} &\frac{5}{(x+2)^2} = 5 \\ &\iff (x+2)^2 = 1 \quad \textit{(on divise par } 5 \textit{ et on passe au produit en croix)} \\ &\iff (x+2)^2 - 1 = 0 \quad \textit{(on retranche } 1\textit{)} \\ &\iff (x + 2 - 1)(x + 2 + 1) = 0 \quad (a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)) \\ &\iff (x+1)(x+3) = 0 \\ &S = \{-3\,;\,-1\} \end{aligned}$$

   $f(-1) = \dfrac{-3}{1} = -3$ et $f(-3) = \dfrac{-7}{-1} = 7$.
   Les points cherchés sont $(-1\,;\,-3)$ et $(-3\,;\,7)$.

Exercice 10 – Trouve l'erreur ★★

Chaque dérivée d'élève contient une erreur. Trouve-la, puis corrige.

a) $(uv)' \neq u'v'$.
$u = x^2$, $u' = 2x$, $v = x + 1$, $v' = 1$.
$f'(x) = 2x(x+1) + x^2 \times 1 = 2x^2 + 2x + x^2 = 3x^2 + 2x$.

b) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' \neq \dfrac{u'}{v'}$.
$u' = 1$, $v' = 1$.
$f'(x) = \dfrac{1 \times (x-2) - (x+1) \times 1}{(x-2)^2} = \dfrac{x - 2 - x - 1}{(x-2)^2} = -\dfrac{3}{(x-2)^2}$.

c) *L'ordre est $u'v - uv'$: l'élève a calculé $uv' - u'v$, le signe est inversé.*
$f'(x) = \dfrac{1 \times (x^2+4) - x \times 2x}{(x^2+4)^2} = \dfrac{4 - x^2}{(x^2+4)^2}$.

d) *Le dénominateur est v^2, pas v.*
$f'(x) = \dfrac{3(x+4) - 3x \times 1}{(x+4)^2} = \dfrac{12}{(x+4)^2}$.

e) *On ne dérive pas le dénominateur seul.*
$f(x) = x^{-3}$, donc $f'(x) = -3x^{-4} = -\dfrac{3}{x^4}$.

f) *Il manque la parenthèse autour de $u = x - 1$: $-(x-1) = -x + 1$.*
$f'(x) = \dfrac{1 \times (x+1) - (x-1) \times 1}{(x+1)^2} = \dfrac{x + 1 - x + 1}{(x+1)^2} = \dfrac{2}{(x+1)^2}$.

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question.

1. La dérivée de $f(x) = x(x^2 + 5)$ est :

Réponse B : $3x^2 + 5$
$u = x$, $v = x^2 + 5$: $f'(x) = 1 \times (x^2 + 5) + x \times 2x = 3x^2 + 5$. La réponse $2x$ vient de $u'v'$.

2. La dérivée de $f(x) = \dfrac{1}{2x + 1}$ est :

Réponse D : $-\dfrac{2}{(2x+1)^2}$
$\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$ avec $v' = 2$.

3. La dérivée de $f(x) = \dfrac{x + 3}{x - 1}$ est :

Réponse A : $-\dfrac{4}{(x-1)^2}$
$\dfrac{1 \times (x-1) - (x+3) \times 1}{(x-1)^2} = \dfrac{-4}{(x-1)^2}$.

4. La fonction $x \mapsto 3\sqrt{x}$ est dérivable sur :

Réponse C : $]0\,;\,+\infty[$
Elle est définie en 0, mais pas dérivable en 0.

5. La dérivée de $f(x) = -\dfrac{6}{x}$ est :

Réponse D : $\dfrac{6}{x^2}$
$-6 \times \left(-\dfrac{1}{x^2}\right) = \dfrac{6}{x^2}$.

6. Sur $]0\,;\,+\infty[$, la dérivée de $f(x) = x\sqrt{x}$ est :

Réponse A : $\dfrac{3}{2}\sqrt{x}$
$f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{2} = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).