1. Fractions, puissances, ordres de grandeur, conversions d'unités

Ex. 1 ★☆☆ Questions flash : fractions

(a) (3) : $\frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$
(on n'ajoute pas les dénominateurs).

(b) $\frac{5}{8} \times \frac{4}{15} = \frac{5\times4}{8\times15} = \frac{1}{6}$.

(c) $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$ et $\frac{27}{9} = 3$, donc le produit vaut $\frac{6}{5}$.

(d) $\frac{4}{5} = \frac{36}{45}$ et $\frac{7}{9} = \frac{35}{45}$, donc $\frac{4}{5} > \frac{7}{9}$.

(e) (2) : $\frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8} = 1 - 0{,}125 = 0{,}875$.

(f) $0{,}45 = 45\,\%$ et $0{,}45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$.

(g) $\frac{3}{5} \times 45 = 3 \times 9 = 27$ €.

Ex. 2 ★☆☆ Questions flash : puissances et écriture scientifique

(a) (1) : $5^{4+(-6)} = 5^{-2}$.

(b) (3) : $(3^2)^4 = 3^{2\times4} = 3^8$.

(c) (4) : une somme de puissances ne se simplifie pas : $8 + 16 = 24$.

(d) $10^{-5} = \frac{1}{100\,000} = 0{,}000\,01$
(et pas $-100\,000$).

(e) $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$, car $9^0 = 1$.

(f) (2) : il faut $1 \leqslant c < 10$; seul 5,2 convient.

(g) $\frac{8}{2} \times 10^{4-(-3)} = 4 \times 10^7$.

Ex. 3 ★☆☆ Questions flash : ordres de grandeur et conversions

(a) (2) : $398 \times 0{,}52 \approx 400 \times 0{,}5 = 200$.

(b) (3) : $1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2$, donc $3{,}2 \times 100 = 320\ \text{dm}^2$.

(c) $1\ \text{m}^3 = 1\,000$ L, donc $2{,}5\ \text{m}^3 = 2\,500$ L.

(d) 1 L $= 1\ \text{dm}^3$: $4{,}7$ L $= 4{,}7\ \text{dm}^3 = 4\,700\ \text{cm}^3$.

(e) (1) : $0{,}25$ h $= 0{,}25 \times 60 = 15$ min, donc $2{,}25$ h $= 2$ h 15 min.

(f) $54 \div 3{,}6 = 540 \div 36 = 15$ m/s.

(g) (4) : des m/s vers les km/h, on multiplie : $25 \times 3{,}6 = 90$ km/h.

(h) 1 t $= 1\,000$ kg, donc $0{,}35$ t $= 350$ kg.

Ex. 4 ★★☆ Remplir un aquarium

(a) $80 \times 40 = 3\,200\ \text{cm}^2 = 0{,}32\ \text{m}^2$ est juste, mais $1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2$ (et non 10) : le fond mesure $32\ \text{dm}^2$.

(b) En dm : $8 \times 4 \times 5 = 160\ \text{dm}^3$. Comme 1 L $= 1\ \text{dm}^3$, l'aquarium contient 160 L.

(c) $\frac{3}{4} \times 160 = 120$. Ben verse 120 L d'eau.

(d) $120 \div 6 = 20$ min, et $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$. Il faut 20 min, soit $\frac{1}{3}$ h.

Ex. 5 ★★★ Le jardin partagé de Lorient

(a) Malo a additionné les dénominateurs, ce qu'on ne fait jamais. On prend le dénominateur commun 8 : $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$. Les tomates et les courgettes occupent donc $\frac{5}{8}$ du jardin.

(b) $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$, et $3 \div 8 = 0{,}375$. Les fleurs occupent $\frac{3}{8}$ du jardin, soit 0,375, soit 37,5 %.

(c) $40\,\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$. Pour les roses : $\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{2\times3}{5\times2\times4} = \frac{3}{20}$. Les roses occupent $\frac{3}{20}$ du jardin.

(d) $\frac{3}{20} \times 480 = 3 \times 24 = 72$, donc $72\ \text{m}^2$. Comme 1 m $= 100$ cm, $1\ \text{m}^2 = 100 \times 100 = 10\,000\ \text{cm}^2$ (et pas $100\ \text{cm}^2$) : $72 \times 10\,000 = 720\,000$. Les roses occupent $72\ \text{m}^2$, soit $720\,000\ \text{cm}^2$.

(e) Non. On compare les écarts à 1 : $1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7} = \frac{11}{77}$ et $1 - \frac{9}{11} = \frac{2}{11} = \frac{14}{77}$. Le premier écart est plus petit, donc $\frac{6}{7}$ est plus proche de 1. Autre méthode : $\frac{6}{7} - \frac{9}{11} = \frac{66}{77} - \frac{63}{77} = \frac{3}{77} > 0$. Conclusion : $\frac{6}{7} > \frac{9}{11}$, et c'est le bac A qui a la plus grande proportion de plants fleuris.

Ex. 6 ★★★ Une culture de bactéries à Grenoble

(a) Un exposant négatif ne rend pas le nombre négatif : $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001$.
Donc 2×10^{-3} mm $= 0{,}002$ mm. Comme 1 mm $= 10^{-3}$ m, on a $2 \times 10^{-3} \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-6}$ m. La bactérie mesure 0,002 mm, soit 2×10^{-6} m.

(b) $2^0 = 1$: au départ, le nombre n'a pas changé. $2{,}5$ h $= 2$ h 30 min $= 150$ min, soit 5 doublements : $2^5 = 32$. 3 h $= 180$ min, soit 6 doublements : $2^6 = 64$. Le nombre est multiplié par 32 en 2,5 h et par $2^6 = 64$ en 3 h.

(c) Faux. $2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^{1+6} = 2^7 = 128$, alors que $2^{12} = 4\,096$. On ne peut pas additionner les exposants dans une somme : les deux boîtes contiennent $2^7 = 128$ bactéries en tout.

Ex. 6 (suite)

(d) $4 \times 10^5 \times 64 = 256 \times 10^5$. Ce n'est pas une écriture scientifique, car 256 n'est pas compris entre 1 et 10 : $256 \times 10^5 = 2{,}56 \times 10^2 \times 10^5 = 2{,}56 \times 10^7$. Après 3 h, la boîte contient $2{,}56 \times 10^7$ bactéries.

(e) (3). Ordre de grandeur : $2{,}56 \times 10^7 \times 9{,}8 \times 10^{-13} \approx 2{,}5 \times 10^7 \times 10^{-12} = 2{,}5 \times 10^{-5}$ g. La masse totale est d'environ $2{,}5 \times 10^{-5}$ g.

Ex. 7 ★★★ **Le triathlon de Nadia à Annecy**

(a) 900 m = 0,9 km et 15 min = 0,25 h, donc $v = 0{,}9 \div 0{,}25 = 3{,}6$ km/h. Comme 3,6 km/h = 1 m/s, Nadia nage à 3,6 km/h, c'est-à-dire 1 m/s.

(b) 2,8 km/h, c'est moins que la vitesse d'un piéton : ce n'est pas vraisemblable pour un vélo. Pour passer des m/s aux km/h, on multiplie par 3,6 : $10 \times 3{,}6 = 36$. Nadia roule à 36 km/h.

(c) $t = \frac{d}{v} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$ h, et $\frac{3}{4} \times 60 = 45$ min. Il lui faut 45 minutes.

(d) 0,5 h, c'est une demi-heure, soit $0{,}5 \times 60 = 30$ min : 1,5 h = 1 h 30 min, et non 1 h 50 min. Distance : $12 \times 1{,}5 = 18$. Nadia court 18 km.

(e) 0,15 m³ = $0{,}15 \times 1\,000$ dm³ = 150 dm³, soit 150 L. Comme 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³, on a 250 cm³ = 0,25 L. $150 \div 0{,}25 = 150 \times 4 = 600$. On peut remplir 600 gobelets.

2. *Calcul littéral, équations, inéquations et signe*

Ex. 8 ★☆☆ **Questions flash : développer et factoriser**

(a) (3). $(x+7)^2 = x^2 + 2 \times x \times 7 + 49 = x^2 + 14x + 49$.

(b) (1). $(5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2 = 25x^2 - 20x + 4$.

(c) $3 - x + 7 = -x + 10$. Le « − » change tous les signes de la parenthèse.

(d) $x^2 - 64$ (identité $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$).

(e) (2). Le facteur commun est $5x$: $5x^2 - 15x = 5x(x-3)$.

(f) $3(x-2)(x+2)$. On met d'abord 3 en facteur : $3(x^2-4)$, puis on applique $a^2 - b^2$.

(g) $(x-3)^2$, car $x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$.

Ex. 9 ★☆☆ **Questions flash : formules et application numérique**

(a) (4). On a $vt = d$, donc $t = \frac{d}{v}$.

(b) 4 h, car $t = \frac{d}{v} = \frac{18}{4{,}5} = 4$.

(c) 230 V, car $U = \frac{P}{I} = \frac{1150}{5} = 230$.

(d) $m = \frac{2E}{v^2}$. En effet, $2E = mv^2$; on divise par v^2.

(e) 18 J, car $E = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$.

(f) (2). $-(-3)^2 + 2 \times (-3) = -9 - 6 = -15$.

Ex. 10 ★☆☆ **Questions flash : équations, inéquations et signe**

(a) $]-\infty\,;-3[$. $-2x > 6$; on divise par -2, ce qui change le sens : $x < -3$.

(b) (2). $x^2 - 5x = 0$, soit $x(x-5) = 0$: $x = 0$ ou $x = 5$. On ne divise pas par x.

(c) $x = -4$ ou $x = 4$, car $(-4)^2 = 4^2 = 16$.

(d) $x = 2$ ou $x = -3$. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : $x - 2 = 0$ ou $3x + 9 = 0$.

(e) (4). $-4x + 12 > 0$ donne $-4x > -12$, donc $x < 3$ (le sens change).

(f) En $x = \frac{2}{5} = 0{,}4$. À droite, $5x - 2$ est positif, du signe de $a = 5$.

(g) (2). Crochet ouvert en -2 (inégalité stricte), fermé en 5.

Ex. 11 ★★☆ **Signe d'un produit et inéquations**

(a) $A(x) = 6x + 6 - 2x^2 - 2x$. Après réduction, $A(x) = -2x^2 + 4x + 6$.

(b) $6 - 2x = 0$ ou $x + 1 = 0$. Les solutions sont donc $x = 3$ et $x = -1$.

(c) Ici, $\alpha = -1$ et $\beta = 3$. $6 - 2x$: +, +, − (car $a = -2 < 0$, il est négatif à droite de 3). $x + 1$: −, +, +. Par la règle des signes, $A(x)$: −, +, −.

(d) D'après le tableau, $A(x) > 0$ pour $x \in]-1\,;3[$. Les crochets sont ouverts, car l'inégalité est stricte.

(e) $A(x) \leqslant 0$ pour $x \in]-\infty\,;-1] \cup [3\,;+\infty[$. Les crochets sont fermés en -1 et en 3, où $A(x) = 0$.

Ex. 12 ★★★ **La copie de Lina : développer, factoriser, résoudre**

(a) Pour $x = 1$, le membre de gauche vaut $(3-4)^2 = 1$ et celui de droite vaut $3 - 24 + 16 = -5$. Les deux membres sont différents, donc l'égalité est fausse. Lina n'a pas élevé 3 au carré : $(3x)^2 = 9x^2$. Le bon développement est $(3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$.

Ex. 12 (suite)

(b) Le « − » devant la parenthèse change tous les signes à l'intérieur : $-(x-4) = -x+4$, et non $-x-4$. On obtient donc $7 - x + 4 + 2x + 10$, c'est-à-dire $x + 21$.

(c) $(2x-5)(2x+5) = 4x^2 - 25$, ce qui est différent de $2x^2 - 50$. Il faut d'abord mettre le facteur commun 2 en évidence, puis utiliser l'identité $a^2 - b^2$: $2x^2 - 50 = 2(x^2 - 25) = 2(x-5)(x+5)$.

(d) Diviser par x n'est possible que si $x \neq 0$: Lina perd ainsi la solution $x = 0$. On écrit plutôt $2x^2 - 6x = 0$, soit $2x(x-3) = 0$. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : $x = 0$ ou $x = 3$. L'équation a donc deux solutions, 0 et 3.

Ex. 13 ★★★ La trottinette électrique de Sofiane

(a) On multiplie les deux membres par 2 : $2E = mv^2$. On divise par m : $v^2 = \frac{2E}{m}$. Comme v est positive, $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$.

(b) $v^2 = \frac{2 \times 3\,200}{100} = 64$, donc $v = 8$ m/s. Pour passer en km/h, on multiplie par $3{,}6$: $8 \times 3{,}6 = 28{,}8$. La vitesse est donc de 8 m/s, soit 28,8 km/h.

(c) De $P = U \times I$, on tire $I = \frac{P}{U} = \frac{540}{36} = 15$. L'intensité vaut 15 A.

(d) $v = \frac{d}{t}$ donne $v \times t = d$, donc $t = \frac{d}{v}$ et non $\frac{v}{d}$. On calcule $t = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ h, et $\frac{1}{3} \times 60 = 20$. Le trajet dure 20 minutes.

(e) Non, Sofiane a tort. Si la vitesse devient $2v$, l'énergie devient $\frac{1}{2}m(2v)^2 = 4 \times \frac{1}{2}mv^2$, car $(2v)^2 = 4v^2$. L'énergie cinétique est donc multipliée par 4.

Ex. 14 ★★★ Vrai ou faux : inéquations, équations et signes

(a) Faux. $5 - 3(x+2) = 5 - 3x - 6 = -3x - 1$. L'inéquation devient $-3x - 1 \geqslant 2x + 9$, soit $-5x \geqslant 10$. On divise par -5, qui est négatif, donc le sens change : $x \leqslant -2$. L'ensemble des solutions est $]-\infty\,;-2]$.

(b) Faux. $(x-3)^2 = 25$ donne $x - 3 = 5$ ou $x - 3 = -5$, car $5^2 = (-5)^2 = 25$. Donc $x = 8$ ou $x = -2$: l'équation a deux solutions.

(c) Vrai. $2(x-1) - 5(x-2) = 2x - 2 - 5x + 10 = -3x + 8$ (attention : $-5 \times (-2) = +10$). $-3x + 8$ s'annule en $x = \frac{8}{3}$. Le coefficient -3 est négatif, donc l'expression est strictement positive à gauche de $\frac{8}{3}$, c'est-à-dire sur $]-\infty\,;\frac{8}{3}[$.

Ex. 14 (suite)

(d) Vrai. $x - 1$ s'annule en 1 et $x + 4$ s'annule en -4 ; les deux facteurs ont un coefficient positif. Entre -4 et 1, $x + 4 \geqslant 0$ et $x - 1 \leqslant 0$, donc le produit est négatif ou nul (par exemple, pour $x = 0$ il vaut -4).

(e) Vrai. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$: il ne faut pas oublier le double produit $4x$. L'inéquation devient $x^2 + 4x + 4 > x^2 + 4$, soit $4x > 0$, donc $x > 0$. L'ensemble des solutions est bien $]0\,;+\infty[$, avec un crochet ouvert en 0.

3. *Proportions et pourcentages*

Ex. 15 ★☆☆ Flash : écrire une proportion

(a) $37{,}5\,\% : \frac{3}{8} = 0{,}375$.

(b) (3) : $0{,}8\,\% = \frac{0{,}8}{100} = 0{,}008$.

(c) $55\,\% : \frac{33}{60} = \frac{11}{20} = 0{,}55$.

(d) (4) : $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$.

(e) (1) : une proportion est comprise entre 0 et 1, et $1{,}2 > 1$.

(f) $6{,}4\,\% : 0{,}064 \times 100 = 6{,}4$.

Ex. 16 ★☆☆ Flash : la partie ou le tout

(a) 39 : 10 % vaut 26 et 5 % vaut 13, donc $26 + 13 = 39$.

(b) (2) : tout $= \frac{54}{0{,}18} = 300$. Contrôle : $0{,}18 \times 300 = 54$.

(c) 3 : 4 % de 75 = 75 % de 4 = 3.

(d) 49 L : $21 \div \frac{3}{7} = 21 \times \frac{7}{3} = 49$.

(e) (2) : $0{,}2\,\% = 0{,}002$ et $0{,}002 \times 4\,500 = 9$.

(f) 80 : tout $= \frac{28}{0{,}35} = \frac{2\,800}{35} = 80$.

Ex. 17 ★☆☆ Flash : bien choisir la référence

(a) (4) : $0{,}7 \times 0{,}3 = 0{,}21 = 21\,\%$ (on multiplie, on n'additionne pas).

(b) 85 % : même référence (les spectateurs), donc $62 + 23 = 85$.

(c) (3) : les références sont différentes, on ne peut pas ajouter ces pourcentages. La proportion globale est comprise entre les deux.

(d) (2) : $0{,}64 \times 25 = 16$. On ne connaît pas le nombre total de femmes de l'hôpital, donc (1) et (3) ne sont pas justifiées.

Ex. 17 **(suite)**

(e) 9 % : la référence est l'ensemble des vacanciers, $\frac{72}{800} = 0{,}09$ (et non $\frac{72}{240}$).

Ex. 18 ★★☆ **Le week-end d'un festival**

(a) $0{,}45 \times 1\,200 = 540$: 540 billets ont été vendus au tarif réduit le samedi.

(b) Tout $= \frac{168}{0{,}21} = 800$. Contrôle : $0{,}21 \times 800 = 168$. On a vendu 800 billets le dimanche.

(c) $\frac{540+168}{1\,200+800} = \frac{708}{2\,000} = 0{,}354$: 35,4 % des billets du week-end sont au tarif réduit. La moyenne vaut $\frac{45+21}{2} = 33\,\%$. La proportion réelle est plus grande, car le samedi, où le taux est le plus fort, compte plus de billets que le dimanche.

(d) $0{,}45 \times \frac{1}{3} = 0{,}15$: 15 % des billets du samedi sont des billets étudiants.

Ex. 19 ★★★ **Femmes, hommes et cadres**

(a) $0{,}15 \times 600 = 90$ (avec $10\,\% = 60$ et $5\,\% = 30$). L'entreprise compte 90 cadres.

(b) Ici, la référence est l'ensemble des cadres : $0{,}4 \times 90 = 36$. Il y a 36 femmes cadres.

(c) Faux. Dans « parmi les femmes », la référence est l'ensemble des 450 femmes : $\frac{36}{450} = \frac{4}{50} = 0{,}08$. Seulement 8 % des femmes sont cadres. Les 40 % correspondent à la part des femmes parmi les cadres, c'est une autre référence.

(d) Par la partie et le tout : $\frac{36}{600} = 0{,}06$. Par une proportion de proportion : $0{,}4 \times 0{,}15 = 0{,}06$. Les femmes cadres représentent 6 % des salariés.

(e) $100\,\% - 40\,\% = 60\,\%$ des cadres sont des hommes, soit $90 - 36 = 54$ hommes cadres. L'entreprise compte $600 - 450 = 150$ hommes, et $\frac{54}{150} = 0{,}36$. Donc 60 % des cadres sont des hommes, mais seulement 36 % des hommes sont cadres.

Ex. 20 ★★★ **Le trajet des élèves d'un lycée**

(a) Le tout ne peut pas être plus petit que la partie ($11{,}5 < 96$) : Théo a multiplié au lieu de diviser. Tout = partie $\div p$: $\frac{96}{0{,}12} = \frac{9\,600}{12} = 800$. Contrôle : $0{,}12 \times 800 = 96$. Le lycée compte 800 élèves.

(b) $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\,\%$ et $0{,}15 \times 800 = 120$. Donc 120 élèves viennent en bus.

Ex. 20 **(suite)**

(c) Les deux pourcentages ont la même référence (tous les élèves), donc on peut les additionner : $15\,\% + 22\,\% = 37\,\%$. Ensuite, $0{,}37 \times 800 = 296$. Donc 296 élèves viennent en bus ou en train.

(d) $0{,}5 = 50\,\%$: cela ferait la moitié du lycée. En réalité, $0{,}5\,\% = \frac{0{,}5}{100} = 0{,}005$. On obtient $0{,}005 \times 800 = 4$: seulement 4 élèves viennent en trottinette.

Ex. 21 ★★★ **Les résultats d'une élection municipale**

(a) C'est une proportion de proportion : $0{,}4 \times 0{,}65 = 0{,}26$. La liste A a obtenu les voix de 26 % des inscrits (et non $40\,\% + 65\,\%$, ni 40 %).

(b) Tout = partie $\div p$: $\frac{1\,040}{0{,}26} = \frac{104\,000}{26} = 4\,000$. Contrôle : $0{,}26 \times 4\,000 = 1\,040$. La commune compte 4 000 inscrits.

(c) Les pourcentages des votants s'additionnent : $100\,\% - 40\,\% - 52\,\% = 8\,\%$. Il y a $0{,}65 \times 4\,000 = 2\,600$ votants, donc $0{,}08 \times 2\,600 = 208$ bulletins blancs.

(d) Faux. Les 40 % portent sur les votants et les 35 % sur les inscrits : on ne peut pas les additionner. Rapporté aux inscrits, A représente 26 %, donc $35\,\% + 26\,\% = 61\,\%$. Contrôle : $1\,400 + 1\,040 = 2\,440$, et $0{,}61 \times 4\,000 = 2\,440$.

4. *Évolutions et coefficient multiplicateur*

Ex. 22 ★☆☆ **Flash : coefficient et taux**

(a) (3) : $CM = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$.

(b) $CM = 1 + 0{,}04 = 1{,}04$.

(c) $t = 0{,}92 - 1 = -0{,}08$, soit une baisse de 8 %.

(d) (3) : $t = 2{,}5 - 1 = 1{,}5$, soit +150 %.

(e) $t = \frac{630-600}{600} = \frac{30}{600} = 0{,}05$, soit +5 %.

(f) (1) : $t = \frac{60-80}{80} = \frac{-20}{80} = -0{,}25$, soit −25 % (on divise par la valeur de départ 80, pas par 60).

(g) $250 \times 0{,}88 = 250 - 30 = 220$ € (on multiplie par 0,88, pas par 0,12).

Ex. 23 ★☆☆ **Flash : évolutions enchaînées**

(a) (1) : $1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}25$ et $2{,}25 - 1 = 1{,}25$, soit +125 % (et pas +100 %).

(b) $1{,}3 \times 0{,}7 = 0{,}91$, soit une baisse de 9 % (pas 0 %).

(c) (3) : $0{,}9 \times 0{,}8 = 0{,}72$ et $0{,}72 - 1 = -0{,}28$, soit −28 %.

Ex. 23 **(suite)**

(d) (2) : $CM' = \frac{1}{0{,}2} = 5$ et $5 - 1 = 4$, soit $+400\,\%$ (5 est le coefficient, pas le taux).

(e) $CM_2 = \frac{1{,}05}{1{,}25} = \frac{21}{25} = 0{,}84$, soit une baisse de 16 %.

(f) $50 \times 1{,}2 \times 0{,}9 = 60 \times 0{,}9 = 54$ €.

Ex. 24 ★☆☆ **Flash : valeur de départ et points**

(a) (2) : $\frac{360}{1{,}2} = 300$ € (et pas $360 \times 0{,}8 = 288$).

(b) $\frac{72}{0{,}6} = 120$ €.

(c) $CM = \frac{1}{10} = 0{,}1$ et $0{,}1 - 1 = -0{,}9$, soit $-90\,\%$.

(d) (3) : $\frac{10-8}{8} = 0{,}25$, soit $+25\,\%$ (c'est une hausse de 2 points, pas de 2 %).

(e) $1\,800 \times 1{,}05 = 1\,800 + 90 = 1\,890$ €.

(f) (1) : $0{,}95 \times 0{,}95 = 0{,}902\,5$.

Ex. 25 ★★☆ **L'erreur de Malo**

(a) $40 \times 1{,}25 = 50$. Après janvier, le forfait coûte 50 €.

(b) $50 \times 0{,}75 = 37{,}5$. Après juillet, le forfait coûte 37,50 €.

(c) $CM = 1{,}25 \times 0{,}75 = 0{,}937\,5$ et $0{,}937\,5 - 1 = -0{,}062\,5$. Malo a tort : au total, le forfait a baissé de 6,25 %. La baisse de 25 % porte sur 50 €, pas sur 40 €.

(d) $CM' = \frac{40}{50} = 0{,}8$ et $0{,}8 - 1 = -0{,}2$. Il aurait fallu une baisse de 20 %.

Ex. 26 ★★★ **Les montagnes russes d'une action**

(a) Diviser par 2 revient à multiplier par $0{,}5 = 1 - 0{,}5$: c'est une baisse de 50 %. Mardi soir, l'action vaut $320 \times 0{,}5 = 160$ €.

(b) $t = \frac{200-160}{160} = \frac{40}{160} = 0{,}25$. On divise par la valeur de départ, 160, et pas par 200. Mercredi, le cours augmente donc de 25 %.

(c) $CM = 0{,}5 \times 1{,}25 = 0{,}625$, donc $t = 0{,}625 - 1 = -0{,}375$. On contrôle : $\frac{200}{320} = 0{,}625$. L'action a perdu 37,5 % en deux jours, et pas 25 % ($-50 + 25$). On ne peut pas additionner les taux, car les 25 % portent sur 160 € et non sur 320 €.

(d) Il faut $CM' = \frac{1}{0{,}625} = \frac{8}{5} = 1{,}6$, soit une hausse de 60 % (pas de 37,5 %). Contrôle : $200 \times 1{,}6 = 320$ €. Jeudi, l'action devrait donc augmenter de 60 %.

Ex. 27 ★★★ **Le livret d'Inès**

(a) Le taux augmente de $3 - 2 = 1$ point. En pourcentage, le taux évolue de $\frac{3-2}{2} = 0{,}5$, soit une hausse de 50 %. Le titre correct est : « hausse de 1 point » ou « hausse de 50 % ».

(b) $5\,000 \times 1{,}03 = 5\,150$. Après un an, le capital est de 5 150 €.

(c) $5\,150 \times 1{,}03 = 5\,304{,}5$. Le capital final est de 5 304,50 €. $CM = 1{,}03^2 = 1{,}060\,9$, donc $t = +6{,}09\,\%$. Ce n'est pas 6 % : la deuxième année, les intérêts portent aussi sur les intérêts de la première année.

(d) Retirer 3 % ne ramène pas au départ, car ces 3 % portent sur 4 120 € et non sur le capital initial ($4\,120 \times 0{,}97 = 3\,996{,}4$). Il faut diviser par le coefficient : $\frac{4\,120}{1{,}03} = 4\,000$. Le capital de départ d'Inès était de 4 000 €.

Ex. 28 ★★★ **Les gourdes de Rennes**

(a) Doubler, c'est multiplier par $2 = 1 + 1$: c'est une hausse de 100 %. Diviser par 4, c'est multiplier par $0{,}25 = 1 - 0{,}75$: c'est une baisse de 75 %. Les ventes de 2024 sont de $2\,400 \times 2 = 4\,800$ gourdes, et celles de 2025 de $4\,800 \times 0{,}25 = 1\,200$ gourdes.

(b) $CM = 2 \times 0{,}25 = 0{,}5$, donc $t = 0{,}5 - 1 = -0{,}5$. Contrôle : $\frac{1\,200}{2\,400} = 0{,}5$. Les ventes ont baissé de 50 % : ajouter $+100\,\%$ et $-75\,\%$ pour trouver $+25\,\%$ est faux.

(c) $1\,200 \times 1{,}15 = 1\,380$ (on multiplie par 1,15, pas par 0,15). L'entreprise prévoit de vendre 1 380 gourdes en 2026.

(d) $CM = \frac{840}{1\,200} = 0{,}7$, donc $t = 0{,}7 - 1 = -0{,}3$. Les ventes baisseraient de 30 % (et non de 70 %).

5. *Lecture graphique de fonctions, droites et coefficient directeur*

Ex. 29 ★☆☆ **Images et antécédents dans un tableau de valeurs**

(a) $f(2) = 5$: on lit le nombre sous 2, dans la ligne $f(x)$.

(b) (3) : $f(-1) = 5$ et $f(2) = 5$. Le nombre 5 a donc deux antécédents dans le tableau.

(c) 0 est l'image de 3 ; 3 est un antécédent de 0 (il pourrait y en avoir d'autres).

(d) (1) : on écrit d'abord le nombre de départ, puis son image : $f(-4) = 2$.

Ex. 29 **(suite)**

(e) Aucun : le nombre 4 n'apparaît pas dans la ligne $f(x)$. Il n'a donc aucun antécédent dans le tableau.

(f) $f(0) + f(6) = -3 + 1 = -2$.

(g) (2) : $f(0) = -3$. Les points (1) et (3) inversent les coordonnées ($f(3) = 0$ et $f(-4) = 2$). Pour le point (4), on a $f(6) = 1 \neq 2$.

Ex. 30 ★☆☆ **Tableau de variations : extremums et équations**

(a) (3) : le maximum est la plus grande valeur de g, soit 4, atteinte en $x = 2$. Le nombre 2 est une abscisse, pas le maximum.

(b) Le minimum est -5, atteint en $x = -4$, à une borne. On compare avec 1, la valeur en 7 : comme $-5 < 1$, le minimum est bien -5.

(c) Il y a 2 solutions : une sur $[-4\,;2]$, où g passe de -5 à 4, et une sur $[2\,;7]$, où g passe de 4 à 1.

(d) (1) : g ne prend jamais de valeur inférieure à -5, donc -6 n'a aucun antécédent.

(e) (2) : g est décroissante sur $[2\,;7]$ et $3 < 5$, donc $g(3) > g(5)$.

(f) $[-4\,;0[$: sur $[-4\,;2]$, g croît de -5 à 4 et s'annule en 0 ; sur $[2\,;7]$, $g(x) \geqslant 1$. On exclut 0 car $g(0) = 0$.

Ex. 31 ★☆☆ **Droites : coefficient directeur et équation réduite**

(a) (3) : $m = \frac{-1-7}{3-(-1)} = \frac{-8}{4} = -2$. On garde le même ordre en haut et en bas.

(b) $m = -4$ et $p = 5$: on remet l'équation sous la forme $y = -4x + 5$.

(c) (4) : $y = 4 - x$ s'écrit $y = -x + 4$, donc $m = -1 < 0$. La droite (3) est horizontale : elle ne décroît pas.

(d) Oui : $-2 \times 2 + 1 = -3$, c'est bien l'ordonnée de C. Le point C est sur la droite.

(e) $x = 4$: les deux points ont la même abscisse. La droite est verticale et n'a pas d'équation réduite.

(f) $p = y_K - m \times x_K = -1 - 3 \times 2 = -7$, donc $y = 3x - 7$.

(g) (2) : c'est une fonction linéaire, donc $p = 0$, et y est proportionnel à x.

Ex. 32 ★★☆ **Location de kayaks à Annecy**

(a) $m = \frac{47-26}{5-2} = \frac{21}{3} = 7$. Chaque heure supplémentaire coûte 7 €.

(b) $p = 26 - 7 \times 2 = 12$, donc $P(x) = 7x + 12$. Les 12 € sont des frais fixes.

(c) $P(4) = 7 \times 4 + 12 = 40$, mais $2 \times P(2) = 52$. Le prix ne double pas quand la durée double : il n'est pas proportionnel à la durée (et $p = 12 \neq 0$).

(d) On résout $7x + 12 \leqslant 75$, soit $7x \leqslant 63$, donc $x \leqslant 9$. Lina peut louer 9 heures au maximum, pour exactement 75 €.

Ex. 33 ★★★ **Les affirmations de Lucas sur un tableau de variations**

(a) -2 est une abscisse, lue sur la 1re ligne : Lucas a confondu les axes. Le maximum est une valeur de h, lue sur la 2e ligne. Le maximum de h est donc 6, atteint en $x = -2$.

(b) Non. -1 est la valeur au « creux », mais à la borne on a $h(-6) = -4$, et $-4 < -1$. Le minimum de h sur $[-6\,;5]$ est donc -4, atteint en -6.

(c) -1 est l'image de -5, et -5 est UN antécédent de -1. Il y en a un autre, car $h(1) = -1$. Sur $[-2\,;1]$, h décroît de 6 à -1 : elle n'atteint -1 qu'en 1. Sur $[1\,;5]$, h croît de -1 à 3. Les antécédents de -1 sont donc -5 et 1.

(d) $h(x) = 2$: 2 est atteint une fois sur chaque intervalle, car h passe de -4 à 6, puis de 6 à -1, puis de -1 à 3. Il y a donc 3 solutions. $h(x) = -2$: une seule solution, entre -6 et -2 (en fait entre -6 et -5). Sur $[-2\,;5]$, $h(x) \geqslant -1 > -2$.

(e) Sur $[-6\,;-2]$, h est croissante et $h(-5) = -1$, donc $h(x) < -1$ pour $-6 \leqslant x < -5$. Sur $[-2\,;5]$, $h(x) \geqslant -1$: il n'y a pas de solution, car en 1 on a $h(1) = -1$, ce qui n'est pas strictement inférieur à -1. L'ensemble des solutions est $[-6\,;-5[$.

Ex. 34 ★★★ **La citerne qui se vide**

(a) Zoé a pris les points dans un ordre en haut $(440 - 640)$ et dans l'autre ordre en bas $(3 - 8)$. Avec le même ordre en haut et en bas : $m = \frac{440-640}{8-3} = \frac{-200}{5} = -40$. Le coefficient directeur de V est -40.

(b) Comme $m < 0$, V est décroissante : la citerne se vide de 40 L par heure. C'est cohérent avec l'énoncé : entre 3 h et 8 h, elle perd $640 - 440 = 200$ L en 5 h, soit 40 L par heure.

Ex. 34 (suite)

(c) $p = 640 - (-40) \times 3 = 640 + 120 = 760$.
Donc $V(t) = 760 - 40t$. La valeur $p = 760$ est le volume au départ ($t = 0$) : la citerne contenait 760 L au début.

(d) $V(12) = 760 - 40 \times 12 = 760 - 480 = 280$, et $280 \neq 300$. Le point $(12\,;300)$ n'est donc pas sur la droite.

(e) On résout $760 - 40t = 0$, soit $t = \frac{760}{40} = 19$. La citerne est vide au bout de 19 heures.

Ex. 35 ★★★ Quatre points, cinq affirmations sur des droites

(a) Vrai. $m = \frac{3-9}{1-(-2)} = \frac{-6}{3} = -2$, puis $p = 3 - (-2) \times 1 = 5$. On obtient bien $y = -2x + 5$, c'est-à-dire $y = 5 - 2x$.

(b) Faux. Pour $x = 4$, l'équation de (AB) donne $5 - 2 \times 4 = -3$, et $-3 \neq -2$. Le point C n'est pas sur (AB), donc les trois points ne sont pas alignés.

(c) Faux. 5 est l'ordonnée à l'origine : (AB) coupe l'axe des ordonnées en $(0\,;5)$. Sur l'axe des abscisses, $y = 0 : 5 - 2x = 0$ donne $x = 2{,}5$. La droite coupe donc l'axe des abscisses au point d'abscisse 2,5.

(d) Faux. C et D ont la même abscisse, 4 : la droite (CD) est verticale. Son équation est $x = 4$, et elle n'a pas d'équation réduite.

(e) Vrai. $m = \frac{3-0}{1-0} = 3$ et la droite passe par O, donc $p = 0$. Son équation est $y = 3x$: y est proportionnel à x, avec un coefficient 3.

6. *Géométrie : aires, volumes, Pythagore, Thalès, trigonométrie*

Ex. 36 ★☆☆ Questions flash : Pythagore et sa réciproque

(a) (2) : $ST^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, donc $ST = 13$ cm
(et non $5 + 12$).

(b) L'hypoténuse est $[DF]$ (en face de E) : $EF^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$, donc $EF = 8$ cm.

(c) (1) : $17^2 = 289$ et $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$; l'angle droit est en face du plus grand côté.

(d) Non : le plus grand côté donne $9^2 = 81$, alors que $6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$; comme $81 \neq 85$, le triangle n'est pas rectangle.

(e) (4) : Pythagore ne s'applique que dans un triangle rectangle, donc HK n'est pas forcément égale à 5.

Ex. 36 (suite)

(f) 1,2 m = 120 cm. La diagonale est l'hypoténuse : $d^2 = 120^2 + 160^2 = 14\,400 + 25\,600 = 40\,000$, donc $d = 200$ cm.

Ex. 37 ★☆☆ Questions flash : Thalès et trigonométrie

(a) (3) : $\frac{OE}{OP} = \frac{EF}{PQ}$, donc $EF = \frac{4 \times 15}{10} = 6$
(petit triangle sur grand triangle).

(b) $\frac{GK}{GH} = \frac{GL}{GJ}$, donc $GJ = \frac{3 \times 8}{2} = 12$ cm.

(c) (4) : sans droites parallèles, le théorème de Thalès ne s'applique pas.

(d) (1) : pour l'angle en X, le côté adjacent est $[XY]$ et l'hypoténuse est $[XZ]$
(en face de l'angle droit en Y).

(e) $[QR]$ est opposé à l'angle en P : $QR = PR \times \sin 30° = 14 \times 0{,}5 = 7$ cm.

(f) $\tan \widehat{UVW} = \frac{UW}{UV}$, donc $UW = 9 \times 1 = 9$ cm.

(g) (2) : $\cos 60° = \frac{EF}{EG}$, donc $EG = \frac{6{,}5}{0{,}5} = 13$ cm.

Ex. 38 ★☆☆ Questions flash : aires, volumes et unités

(a) (3) : le rayon vaut 5 cm, donc $A = \pi \times 5^2 = 25\pi$ cm².

(b) $\mathcal{P} = 2\pi \times 7 = 14\pi$ cm.

(c) (2) : $A = \frac{9 \times 6}{2} = 27$ cm².

(d) $V = \pi \times 2^2 \times 10 = 40\pi$ cm³.

(e) (4) : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$ cm³.

(f) 0,4 m = 40 cm, donc $V = 50 \times 30 \times 40 = 60\,000$ cm³ = 60 L
(on divise par 1 000).

Ex. 39 ★★☆ La maquette de la tente

(a) $V = \frac{1}{3} \times 2^2 \times 1{,}5 = \frac{4 \times 1{,}5}{3} = 2$. La tente a un volume de 2 m³.

(b) Non. Pour une réduction de rapport $\frac{1}{10}$, les volumes sont multipliés par $\left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1\,000}$. Le volume de la maquette est donc $2 \times \frac{1}{1\,000} = 0{,}002$ m³.

(c) 0,002 m³ = 2 dm³ et 1 dm³ = 1 L. La maquette a donc un volume de 2 L.

(d) Le sol de la tente mesure $2^2 = 4$ m². Les aires sont multipliées par $\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$, donc 0,04 m² = 400 cm². Le sol de la maquette mesure 400 cm².

Ex. 40 ★★★ **La rampe d'accès en béton**

(a) Théo a additionné les côtés de l'angle droit. Le triangle HAB est rectangle en H, donc l'hypoténuse est $[AB]$ et, d'après le théorème de Pythagore, $AB^2 = HA^2 + HB^2 = 5{,}76 + 0{,}49 = 6{,}25$. Le plan incliné mesure donc $AB = 2{,}5$ m.

(b) Les côtés $[HA]$ et $[HB]$ sont perpendiculaires, donc l'un est la base et l'autre la hauteur : $\mathcal{A} = \frac{2{,}4 \times 0{,}7}{2} = 0{,}84$ m². L'aire du triangle est 0,84 m².

(c) Le volume d'un prisme droit est l'aire de la base multipliée par la hauteur : $V = 0{,}84 \times 1{,}5 = 1{,}26$ m³. Comme 1 m³ = 1 000 L, la rampe contient 1 260 L de béton.

(d) $1\,260 \div 35 = 36$. Il faut acheter 36 sacs de béton.

Ex. 41 ★★★ **La hauteur de l'arbre grâce aux ombres**

(a) Le bâton et l'arbre sont verticaux, donc tous les deux perpendiculaires au sol horizontal. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles : $(MN) \parallel (AB)$.

(b) L'arbre a une ombre 5 fois plus longue que celle du bâton : il ne peut pas mesurer 0,3 m, moins que le bâton de 1,5 m. Chloé a inversé les rapports. Les droites (NB) et (MA) se coupent en S et $(MN) \parallel (AB)$, donc d'après le théorème de Thalès $\frac{SN}{SB} = \frac{MN}{AB}$ (petit triangle sur grand triangle) : $AB = \frac{1{,}5 \times 10}{2} = 7{,}5$. L'arbre mesure 7,5 m.

(c) D'après le théorème de Pythagore dans SNM, rectangle en N : $SM^2 = SN^2 + MN^2 = 4 + 2{,}25 = 6{,}25$.
Donc $SM = 2{,}5$ m.

(d) Faux. Pour l'angle $\widehat{MSN}$, $[SN]$ est le côté adjacent et $[SM]$ l'hypoténuse : $\cos \widehat{MSN} = \frac{2}{2{,}5} = 0{,}8$. La valeur $0{,}6 = \frac{1{,}5}{2{,}5}$ correspond au sinus (opposé sur hypoténuse).

(e) D'après le théorème de Thalès, $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$, donc $SA = \frac{2{,}5 \times 10}{2} = 12{,}5$. On peut vérifier avec Pythagore dans SBA : $10^2 + 7{,}5^2 = 156{,}25 = 12{,}5^2$.
Donc $SA = 12{,}5$ m.

Ex. 42 ★★★ **Le silo à grain de la coopérative**

(a) Mathis a utilisé le diamètre à la place du rayon. Le rayon est $r = 6 \div 2 = 3$ m, donc $V_{\text{cyl}} = \pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi$ m³.

Ex. 42 **(suite)**

(b) Le volume d'un cône est le tiers de l'aire de la base multipliée par la hauteur : $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2 = 6\pi$ m³. Le silo a un volume total de $45\pi + 6\pi = 51\pi$ m³.

(c) $51 \times 3 = 153$: le silo contient environ 150 m³. Comme 1 m³ = 1 000 L, cela fait environ 150 000 L.

(d) Hugo a tort. C'est un agrandissement de rapport $k = 2$, donc les volumes sont multipliés par $k^3 = 8$: le second silo a un volume de $8 \times 51\pi = 408\pi$ m³.

(e) Les aires sont multipliées par $k^2 = 4$. L'aire au sol du premier silo est celle du disque de rayon 3 m : $\pi \times 3^2 = 9\pi$ m² (et non $2\pi \times 3$, qui est un périmètre). Celle du second silo vaut $4 \times 9\pi = 36\pi$ m².

7. *Statistiques et probabilités*

Ex. 43 ★☆☆ **Questions flash : moyenne, médiane, étendue**

(a) (2). Série rangée : 7 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15. $N = 6$ est pair : $Me = \frac{10+12}{2} = 11$.

(b) 3{,}7 kg : $6{,}3 - 2{,}6 = 3{,}7$.

(c) (3). $\frac{3 \times 10 + 18}{4} = \frac{48}{4} = 12$
(et non $\frac{10+18}{2} = 14$).

(d) (4). La médiane reste 1700 € ; la moyenne passe de 1700 € à $\frac{13\,500}{5} = 2700$ €.

(e) 37{,}5 % : $\frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0{,}375$.

(f) 16 : il faut une somme de $5 \times 12 = 60$, il a déjà $4 \times 11 = 44$, et $60 - 44 = 16$.

Ex. 44 ★☆☆ **Questions flash : quartiles et tableau d'effectifs**

(a) (1). $\frac{10}{4} = 2{,}5$, arrondi au rang 3 : $Q_1 = 3$.

(b) 11 : $\frac{3 \times 10}{4} = 7{,}5$, arrondi au rang 8 : $Q_3 = 11$.

(c) (2). $\frac{0 \times 6 + 1 \times 8 + 2 \times 4 + 3 \times 2}{20} = \frac{22}{20} = 1{,}1$.

(d) 1 : les effectifs cumulés sont 6 ; 14 ; 18 ; 20, donc les rangs 10 et 11 valent 1.

(e) (4). $\frac{50}{4} = 12{,}5$, arrondi à l'entier supérieur : rang 13.

(f) 24 min : $\frac{4 \times 15 + 6 \times 30}{10} = \frac{240}{10} = 24$.

Ex. 45 ★☆☆ **Questions flash : probabilités**

(a) $\frac{3}{10}$: 3 cas favorables sur $5 + 3 + 2 = 10$ boules.

(b) 0{,}65 : $1 - 0{,}35 = 0{,}65$.

Ex. 45 **(suite)**

(c) (4). Il y a 36 issues, dont 3 favorables : (4 ; 6), (5 ; 5), (6 ; 4).
Donc $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

(d) (2). Une probabilité est comprise entre 0 et 1, et $\frac{4}{3} > 1$.

(e) $\frac{7}{8}$: le contraire est « face trois fois », de probabilité $\frac{1}{8}$, et $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

Ex. 46 ★★☆ **Tableau croisé : choisir la bonne référence**

(a) $\frac{128}{200} = \frac{64}{100} = 0{,}64$.
Donc 64 % des élèves de 1re sont demi-pensionnaires.

(b) La référence est le total des garçons : $\frac{56}{80} = \frac{7}{10} = 0{,}7$.
Donc 70 % des garçons sont demi-pensionnaires.

(c) La référence est le total des demi-pensionnaires : $\frac{56}{128} = \frac{7}{16} = 0{,}4375$.
Donc 43{,}75 % des demi-pensionnaires sont des garçons.

(d) Non. Léo divise par l'effectif total au lieu du nombre d'externes. $\frac{24}{72} = \frac{1}{3}$: environ 33 % des externes sont des garçons. Ses 12 % sont la part des garçons externes parmi tous les élèves.

Ex. 47 ★★★ **Livres de l'été : corriger, puis tester une valeur extrême**

(a) Léna fait la moyenne des valeurs distinctes sans tenir compte des effectifs. Somme pondérée : $0 \times 3 + 1 \times 7 + 2 \times 5 + 3 \times 3 + 4 \times 2 = 34$, donc $\overline{x} = \frac{34}{20} = 1{,}7$. La vraie moyenne est 1{,}7 livre par élève.

(b) $N = 20$ est pair : la médiane est la moyenne des valeurs de rangs 10 et 11. Effectifs cumulés : 3 ; 10 ; 15 ; 18 ; 20. Le rang 10 vaut 1 et le rang 11 vaut 2, donc $Me = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$ livre.

(c) $\frac{20}{4} = 5$: le rang 5 vaut 1, donc $Q_1 = 1$. $\frac{3 \times 20}{4} = 15$: le rang 15 vaut 2, donc $Q_3 = 2$. Étendue : $4 - 0 = 4$ livres.

(d) Moyenne : $\frac{34+29}{21} = \frac{63}{21} = 3$ livres. $N = 21$ est impair : la médiane est la valeur de rang 11, qui vaut 2. La moyenne passe de 1{,}7 à 3 (elle a presque doublé), alors que la médiane ne passe que de 1{,}5 à 2 : la valeur extrême a fait beaucoup plus bouger la moyenne.

Ex. 48 ★★★ **Deux dés à la kermesse : trois raisonnements à vérifier**

(a) Les 11 sommes ne sont pas équiprobables. Les issues équiprobables sont les $6 \times 6 = 36$ couples. La somme 7 est obtenue avec (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2) et (6 ; 1), soit 6 cas.
Donc $\mathrm{P}(\text{somme} = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

(b) La somme 8 est obtenue avec (2 ; 6), (3 ; 5), (4 ; 4), (5 ; 3) et (6 ; 2), soit 5 cas sur 36.
Donc $\mathrm{P}(\text{somme} = 8) = \frac{5}{36}$.

(c) Contraire : « aucun 6 », avec 5 choix par dé, soit $5 \times 5 = 25$ cas. $\mathrm{P}(\text{aucun 6}) = \frac{25}{36}$, donc $\mathrm{P}(\text{au moins un 6}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$.

(d) Malik compte deux fois le couple (6 ; 6) : 6 cas avec un 6 sur le dé rouge et 6 sur le bleu, ça fait 12 cas au lieu de 11. Il trouve $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ au lieu de $\frac{11}{36}$.

(e) $7 \times \frac{1}{6} = \frac{7}{6} > 1$. Or une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1, donc le résultat de Lucas est forcément faux.

Ex. 49 ★★★ **10 km d'Annecy : comparer deux clubs avec les quartiles**

(a) $\frac{40}{4} = 10$ et $\frac{3 \times 40}{4} = 30$: Q_1 est la 10e valeur et Q_3 la 30e. Pour le club A, la 30e valeur est 55. Les valeurs de rangs 1 à 30 sont donc toutes inférieures ou égales à 55 : au moins 30 coureurs ont mis 55 min ou moins.

(b) Club A : étendue $70 - 38 = 32$ min et écart interquartile $55 - 44 = 11$ min. Club B : étendue $62 - 41 = 21$ min et écart interquartile $51 - 46 = 5$ min. Les deux indicateurs sont plus petits pour B : c'est le club B qui a les temps les plus homogènes.

(c) Faux. $Q_1 = 46$ est la 10e valeur, donc au moins 10 coureurs ont mis 46 min ou moins. Mais les valeurs de rang 11 ou plus peuvent aussi valoir 46 : il peut y en avoir plus de 10. On ne peut donc pas affirmer « exactement 10 ».

(d) Vrai. Les valeurs de rangs 10 à 30 sont comprises entre $Q_1 = 46$ et $Q_3 = 51$. Cela fait $30 - 10 + 1 = 21$ coureurs, et $21 > 20$, la moitié de 40.