48 exercices en 6 parties, du plus simple au plus difficile : ★☆☆ facile · ★★☆ moyen · ★★★ difficile. Le corrigé détaillé est sur **benprofparticulier.fr**.

1. *Rappels de 5e : multiples, diviseurs et critères*

À retenir : Si $a = b \times q$ (reste 0) : a est un multiple de b et b est un diviseur de a ; 0 est un multiple de tout nombre. Être pair ne suffit pas pour 4 (1 322 non). Un multiple de 3 n'est pas toujours un multiple de 9. Pour 6, vérifie le critère de 2 ET celui de 3.

Ex. 1 ★☆☆ **Division euclidienne et reste** — Écris la division euclidienne sous la forme $a = b \times q + r$, puis dis si a est divisible par b.

(a) $a = 245$ et $b = 7$.

(b) $a = 302$ et $b = 8$.

(c) $a = 391$ et $b = 17$.

(d) $a = 500$ et $b = 13$.

(e) $a = 1\,000$ et $b = 24$.

Ex. 2 ★☆☆ **Multiple ou diviseur ?** — Vrai ou faux ? Justifie par un produit ou une division.

(a) 56 est un multiple de 8.

(b) 9 est un multiple de 63.

(c) 13 est un diviseur de 91.

(d) 117 est un diviseur de 9.

(e) 0 est un multiple de 14.

(f) 84 est divisible par 2 et par 4, donc 84 est divisible par 8.

Ex. 3 ★☆☆ **Tableau des critères** — Complète le tableau par oui ou non, en citant le critère utilisé.

Nombre	par 2	par 3	par 4	par 9
2 538	?	?	?	?
1 734	?	?	?	?
3 816	?	?	?	?
4 273	?	?	?	?
5 019	?	?	?	?

(a) Complète la ligne de 2 538.

(b) Complète la ligne de 1 734.

(c) Complète la ligne de 3 816.

(d) Complète la ligne de 4 273.

(e) Complète la ligne de 5 019.

Ex. 4 ★★☆ **Chiffre manquant** — Dans chaque nombre, le symbole ? remplace un chiffre. Trouve toutes les valeurs possibles et justifie.

(a) 7?2 doit être divisible par 9.

(b) 31? doit être divisible par 6.

(c) 2 5?6 doit être divisible par 4.

(d) 1 ?35 doit être divisible par 15.

Ex. 5 ★★☆ **Listes de diviseurs** — Pour trouver les diviseurs d'un nombre, cherche les produits égaux à ce nombre en essayant 1, 2, 3… dans l'ordre.

(a) Écris tous les diviseurs de 78.

(b) Paul range 78 cartes en paquets égaux, avec au moins 2 paquets et au moins 2 cartes par paquet. Combien de rangements différents peut-il faire ?

(c) Inès donne les diviseurs de 100 : 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20 ; 25 ; 50. Corrige sa liste.

(d) Hugo écrit : « $96 = 1 \times 96 = 2 \times 48 = 3 \times 32 = 4 \times 24 = 6 \times 16$, j'ai fini. » A-t-il raison ? Justifie et donne la liste complète.

Ex. 6 ★★★ **Les affirmations de Lina** — Lina a écrit cinq affirmations. Pour chacune, dis si elle est vraie ou fausse. Justifie avec un critère, une division ou un produit. Si elle est fausse, corrige-la.

(a) « 2 618 est pair, donc 2 618 est divisible par 4. »

(b) « 4 213 se termine par 3, donc 4 213 est divisible par 3. »

(c) « 3 474 est divisible par 2 et par 6, donc 3 474 est divisible par 12. »

(d) « 2 354 est pair, donc 2 354 est divisible par 6. »

(e) « 5 436 est divisible par 9, donc 5 436 est aussi divisible par 3. »

Ex. 7 ★★★ **La photo de classe** — Pour la photo du collège, Samir doit placer 138 élèves en rangées complètes. Toutes les rangées doivent avoir le même nombre d'élèves.

(a) 138 est divisible par 3. Samir en conclut qu'il peut faire des rangées de 9 élèves. A-t-il raison ? Justifie avec un critère.

(b) Pose la division euclidienne de 138 par 9. Avec des rangées de 9, combien d'élèves faudrait-il ajouter pour compléter la dernière rangée ?

(c) Écris tous les diviseurs de 138. Pour cela, cherche les produits égaux à 138 en essayant 1, 2, 3… dans l'ordre.

(d) Ben veut des rangées de 10 à 30 élèves. Quelles rangées sont possibles, et combien y en aura-t-il ?

Ex. 7 **(suite)**

(e) Samir écrit : « 6 est un multiple de 138. » Corrige sa phrase de deux façons.

Ex. 8 ★★★ **Le code du cadenas** — Zoé a oublié le code de son cadenas. C'est un nombre de trois chiffres qui s'écrit 4?5 : le symbole ? remplace le chiffre des dizaines. Elle dispose de plusieurs indices.

(a) Premier indice : le code est divisible par 9. Trouve toutes les valeurs possibles du code.

(b) Son frère affirme que le code est divisible par 6. Montre qu'il se trompe, quelle que soit la valeur de ?.

(c) Deuxième indice : le code est divisible par 11. Pose la division euclidienne par 11 de chaque valeur trouvée, puis donne le code.

(d) Le code est-il un multiple de 15 ? Justifie avec deux critères. Si oui, écris-le sous la forme $15 \times q$.

2. *Nombre premier ou non ? Crible d'Ératosthène et test*

À retenir : Un nombre premier a exactement deux diviseurs : 1 n'est pas premier, 2 est le seul premier pair. Pour tester un nombre, j'essaie 2, 3, 5, 7, 11… et je m'arrête quand le carré du nombre essayé dépasse le nombre : $119 = 7 \times 17$.

Ex. 9 ★☆☆ **Automatismes : premier ou pas ?** — Réponds en une ligne.

(a) Combien de diviseurs le nombre 1 a-t-il ? Est-il premier ?

(b) Quel est le seul nombre premier pair ?

(c) Donne la liste des diviseurs de 37.

(d) Donne la liste des diviseurs de 49. Ce nombre est-il premier ou composé ?

(e) Pour tester si 89 est premier, quels nombres premiers suffit-il d'essayer ?

(f) Combien y a-t-il de nombres premiers inférieurs à 100 ?

Ex. 10 ★☆☆ **Le plus petit diviseur premier** — Donne le plus petit diviseur premier de chaque nombre. Essaie 2, 3, 5, 7, 11, 13 dans l'ordre.

(a) 87 (b) 203 (c) 143

(d) 161 (e) 209 (f) 247

Ex. 11 ★★☆ **Le crible de Lina** — Lina applique le crible d'Ératosthène aux nombres de 1 à 100.

(a) Quel nombre Lina barre-t-elle en tout premier ? Pourquoi ?

(b) Elle a barré les multiples de 2, 3 et 5. Quel est le plus petit nombre composé qui n'est pas encore barré ?

(c) Après avoir barré les multiples de 7, Lina s'arrête. Explique pourquoi elle peut s'arrêter.

Ex. 11 **(suite)**

(d) Avant de barrer les multiples de 7, son frère dit : « 91 n'est pas barré et se termine par 1, donc il est premier. » A-t-il raison ? Justifie.

(e) À la fin, combien de nombres restent non barrés entre 90 et 100 ? Justifie.

Ex. 12 ★★☆ **Tester jusqu'au bout** — Pour tester un nombre, utilise les critères de divisibilité puis la division posée en ligne.

(a) 101 est-il premier ? Justifie et précise à quel nombre tu t'arrêtes.

(b) 299 est-il premier ? Justifie.

(c) Trouve le nombre compris entre 300 et 350 qui est le produit de deux nombres premiers qui se suivent (2 et 3, 3 et 5…). Justifie.

(d) Trouve le plus petit nombre premier plus grand que 120. Justifie.

Ex. 13 ★★☆ **Vrai ou faux ?** — Vrai ou faux ? Justifie par un calcul ou un contre-exemple.

(a) Tout nombre impair plus grand que 1 est premier.

(b) Le produit de deux nombres premiers est encore un nombre premier.

(c) Un nombre composé a au moins trois diviseurs.

(d) Aucun nombre premier ne se termine par 5.

(e) 57 est premier, car il n'est divisible ni par 2, ni par 5, ni par 7.

Ex. 14 ★★★ **L'erreur de Noé** — Noé teste le nombre 221. Il écrit : « J'essaie 2, 3, 5, 7 et 11. Aucune division ne tombe juste, donc 221 est premier. »

(a) Vérifie que 221 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7, ni par 11.

(b) Explique pourquoi Noé n'avait pas le droit de s'arrêter à 11.

(c) Termine le test de 221. Le nombre 221 est-il premier ? Justifie.

(d) Faustine affirme : « Pour tester 113, je dois essayer jusqu'à 13. » A-t-elle raison ? Le nombre 113 est-il premier ? Justifie.

Ex. 15 ★★★ **Les cartes de Malik** — Malik a sept cartes numérotées : 1 ; 2 ; 9 ; 15 ; 17 ; 23 ; 39.

(a) Malik dit : « 1 et 2 sont premiers. » Corrige-le, puis donne toutes les cartes qui portent un nombre premier. Justifie.

(b) Calcule $17 + 23$. Est-ce un nombre premier ? Explique pourquoi la somme de deux nombres premiers impairs n'est jamais un nombre premier.

(c) Trouve toutes les paires de cartes premières dont la somme est un nombre premier. Justifie.

Ex. 15 **(suite)**

(d) Malik ajoute une carte à deux chiffres : le chiffre des dizaines est 7, celui des unités est effacé. Quels chiffres donnent un nombre premier ? Justifie.

Ex. 16 ★★★ **Le crible d'Inès jusqu'à 200** — Inès prolonge le crible d'Ératosthène aux nombres de 1 à 200, en barrant les multiples de chaque nombre premier dans l'ordre.

(a) Après quel nombre premier Inès peut-elle s'arrêter de barrer des multiples ? Justifie.

(b) Inès pense que 131, 133, 137 et 139 restent tous non barrés, car ils se terminent par 1, 3, 7 ou 9. A-t-elle raison ? Justifie.

(c) Inès oublie de barrer les multiples de 11. Quel nombre entre 180 et 190 reste alors non barré par erreur ? Justifie.

(d) Le nombre 193 reste non barré à la fin. Justifie qu'il est premier.

3. *Décomposer en produit de facteurs premiers*

À retenir : Je divise par 2 tant que c'est possible, puis par 3, 5, 7, 11… jusqu'au quotient 1. Tous les facteurs sont premiers, avec des exposants et rangés dans l'ordre croissant : $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ (et non 8×21). Je vérifie en recalculant le produit.

Ex. 17 ★☆☆ **Divisions successives** — Décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers par divisions successives, puis vérifie en recalculant le produit.

(a) 76 (b) 126 (c) 220

(d) 315 (e) 832 (f) 374

Ex. 18 ★☆☆ **Retrouver le nombre** — Calcule le nombre qui a cette décomposition en produit de facteurs premiers.

(a) $2^4 \times 3$ (b) $3^3 \times 5$ (c) $2^5 \times 7$

(d) $2 \times 3 \times 5 \times 11$ (e) $2^2 \times 3^2 \times 13$ (f) $7^2 \times 11$

Ex. 19 ★★☆ **Premier ou produit caché ?** — Décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers. Si le nombre est premier, justifie-le par des divisions.

(a) 97 (b) 91 (c) 209

(d) 113 (e) 247

Ex. 20 ★★☆ **Décompositions d'élèves** — Voici des décompositions écrites par des élèves. Pour chacune : est-elle juste ? Justifie, puis corrige si besoin.

(a) Léa : $180 = 2^2 \times 9 \times 5$.

(b) Tom : $72 = 2^2 \times 3^3$.

(c) Yanis : $350 = 1 \times 2 \times 7 \times 25$.

(d) Noah : $210 = 7 \times 2 \times 15$.

Ex. 21 ★★☆ **Partir d'un produit connu** — On veut décomposer des nombres en produit de facteurs premiers sans faire toutes les divisions.

(a) Décompose 36 et 35, puis déduis-en la décomposition de $1\,260 = 36 \times 35$.

(b) Sacha part de $1\,260 = 28 \times 45$. Décompose 28 et 45 : trouve-t-il le même résultat ? Justifie.

(c) Décompose 1 400 en écrivant $1\,400 = 14 \times 100$.

(d) Décompose 40, puis retrouve la décomposition de $1\,600 = 40 \times 40$. Que remarques-tu sur les exposants ?

(e) $2^4 \times 3^3$ est-il le carré d'un nombre entier ? Justifie.

Ex. 22 ★★★ **Carreaux en carré** — Hugo a 784 petits carreaux et Clara en a 1 176. Chacun veut assembler tous ses carreaux, sans en laisser, en un grand carré plein. Un nombre est un carré s'il s'écrit $k \times k$, avec k entier.

(a) Décompose 784 en produit de facteurs premiers par divisions successives. Écris le résultat avec des exposants.

(b) À l'aide de ta décomposition, écris 784 sous la forme $k \times k$. Combien de carreaux Hugo met-il sur chaque côté ?

(c) Décompose 1 176 en produit de facteurs premiers. Clara peut-elle former son carré ? Justifie avec les exposants.

(d) Les carreaux sont vendus en boîtes de 1 176 ; Clara en a déjà une. Combien de boîtes lui faut-il en tout, au minimum, pour former un carré plein ? Donne son côté.

Ex. 23 ★★★ **Ils ont l'air premiers** — Noé et Zoé étudient deux nombres qui ont l'air premiers : 1 547 et 1 859.

(a) Noé affirme : « 1 547 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, donc il est premier. » Vérifie ces trois critères. A-t-il raison ? Justifie.

(b) Décompose 1 547 en produit de facteurs premiers en testant ensuite 7, 11, 13… Vérifie en recalculant le produit.

(c) Zoé a écrit $1\,859 = 13 \times 143$. Son produit est juste, mais pourquoi sa décomposition n'est-elle pas finie ? Justifie.

(d) Termine la décomposition de Zoé. Écris-la avec des exposants, facteurs rangés dans l'ordre croissant, puis vérifie.

Ex. 24 ★★★ **Deux chemins, une seule décomposition** — Pour décomposer 1 080, Inès part de $1\,080 = 24 \times 45$ et Malo part de $1\,080 = 30 \times 36$. Léo, lui, fait les divisions successives.

(a) Décompose 24 et 45, puis déduis-en la décomposition de 1 080 obtenue par Inès.

(b) Décompose 30 et 36, puis déduis-en la décomposition de Malo. Compare avec celle d'Inès : que remarques-tu ? Explique.

(c) Léo trouve les facteurs 2, 2, 2, 3, 3, 3, 5, mais il écrit $1\,080 = 2 \times 3 \times 3^3 \times 5$. Calcule son produit et explique son erreur.

Ex. 24 **(suite)**

(d) Sans poser la multiplication $1\,080 \times 12$, donne la décomposition de $12\,960$. Vérifie ensuite en calculant le produit.

4. *Simplifier une fraction grâce à la décomposition*

À retenir : Je décompose en haut et en bas, puis je supprime chaque facteur présent des DEUX côtés, autant de fois qu'il y est : $\frac{2^3\times 3}{2\times 3\times 7} = \frac{2^2}{7}$. S'il ne reste rien en haut, il reste 1. Jamais de chiffres barrés. Irréductible = plus aucun facteur premier commun.

Ex. 25 ★☆☆ **Simplifier une fraction déjà décomposée** — Automatismes. Supprime les facteurs communs, puis écris la fraction irréductible.

(a) $\dfrac{2^2 \times 3 \times 7}{2 \times 3^2}$

(b) $\dfrac{3 \times 5}{3^2 \times 5 \times 7}$

(c) $\dfrac{2^4 \times 3}{2^2 \times 3 \times 11}$

(d) $\dfrac{5^2 \times 13}{2 \times 5^3}$

(e) $\dfrac{2 \times 3^3 \times 7}{3 \times 7^2}$

(f) $\dfrac{2 \times 7 \times 11}{2 \times 7 \times 11 \times 13}$

Ex. 26 ★☆☆ **Le facteur qui manque** — Automatismes. Décompose les nombres donnés, trouve le facteur qui manque, puis complète l'égalité.

(a) $\frac{5}{12} = \frac{\ldots}{132}$ (b) $\frac{4}{15} = \frac{\ldots}{195}$ (c) $\frac{11}{14} = \frac{\ldots}{238}$

(d) $\frac{4}{21} = \frac{\ldots}{189}$ (e) $\frac{3}{8} = \frac{57}{\ldots}$ (f) $\frac{13}{24} = \frac{91}{\ldots}$

Ex. 27 ★★☆ **Décomposer pour rendre irréductible** — Décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers, puis rends la fraction irréductible.

(a) $\frac{78}{234}$ (b) $\frac{270}{756}$ (c) $\frac{605}{220}$

(d) $\frac{462}{1\,155}$ (e) $\frac{912}{1\,368}$

Ex. 28 ★★☆ **Quatre simplifications à vérifier** — Chaque élève a simplifié une fraction. A-t-il raison ? Justifie, puis corrige si besoin.

(a) Inès barre les deux chiffres 3 de $\frac{13}{39}$ et obtient $\frac{1}{9}$.

(b) Nora écrit $\frac{2^3\times 7}{2\times 7\times 13} = \frac{1}{13}$ car « 2 et 7 sont en haut et en bas ».

(c) Malo écrit $\dfrac{2 \times 3 \times 11}{2^2 \times 3^2} = \dfrac{11}{6}$.

(d) Sacha écrit $\frac{60}{108} = \frac{30}{54} = \frac{15}{27}$ et affirme que $\frac{15}{27}$ est irréductible.

Ex. 29 ★★☆ **Fractions égales et dénominateur commun** — Utilise les décompositions en produits de facteurs premiers pour répondre.

(a) Vrai ou faux ? $\frac{133}{209}$ et $\frac{91}{143}$ sont égales. Justifie.

(b) Vrai ou faux ? $\frac{84}{120}$ et $\frac{105}{147}$ sont égales. Justifie.

(c) Écris $\frac{5}{18}$ et $\frac{7}{24}$ avec le plus petit dénominateur commun possible.

(d) Écris $\frac{3}{20}$ et $\frac{7}{45}$ avec le plus petit dénominateur commun possible.

Ex. 30 ★★★ **Tom s'arrête trop tôt** — Tom simplifie $\frac{840}{1\,260}$ en plusieurs fois : il divise par 2, puis encore par 2, puis par 5. Il écrit $\frac{840}{1\,260} = \frac{420}{630} = \frac{210}{315} = \frac{42}{63}$ et s'arrête là.

(a) Décompose 42 et 63 en produits de facteurs premiers. La fraction $\frac{42}{63}$ de Tom est-elle irréductible ? Justifie.

(b) Décompose 840 et 1 260, puis rends $\frac{840}{1\,260}$ irréductible en une seule étape.

(c) Par quel nombre Tom aurait-il dû diviser directement le numérateur et le dénominateur ? Justifie à l'aide des décompositions.

(d) Tom affirme : « Dans $\frac{70}{1\,260}$, tous les facteurs du haut disparaissent, donc la fraction vaut 0. » A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 31 ★★★ **L'astuce de Hugo** — Pour simplifier, Hugo barre les chiffres ou les nombres identiques en haut et en bas. Teste son astuce avec les décompositions en produits de facteurs premiers.

(a) Hugo barre les deux 6 de $\frac{16}{64}$ et trouve $\frac{1}{4}$. Rends $\frac{16}{64}$ irréductible avec les décompositions. Son résultat est-il juste ? Sa méthode l'est-elle ?

(b) Hugo barre les deux 4 de $\frac{34}{48}$ et écrit $\frac{3}{8}$. A-t-il raison ? Justifie avec les décompositions.

(c) Hugo barre les 5 de $\frac{5+9}{5+16}$ et obtient $\frac{9}{16}$. Calcule le numérateur et le dénominateur, rends la fraction irréductible, puis conclus.

(d) Dans $\frac{5\times 9}{5\times 16}$, explique pourquoi on a le droit de supprimer les 5. La fraction obtenue est-elle irréductible ? Justifie.

Ex. 32 ★★★ **La plus forte proportion à la cantine** — Dans le collège A, 98 élèves sur 252 mangent à la cantine. Dans le collège B, c'est 119 élèves sur 306, et dans le collège C, 65 élèves sur 156.

(a) Décompose 98, 252, 119 et 306. Les collèges A et B ont-ils la même proportion d'élèves qui mangent à la cantine ? Justifie.

(b) Rends irréductible la fraction du collège C à l'aide des décompositions.

Ex. 32 **(suite)**

(c) Lucas multiplie les dénominateurs des fractions irréductibles de A et de C. Trouve plutôt le plus petit dénominateur commun, puis dis quel collège a la plus grande proportion.

(d) Le collège D compte 228 élèves, avec la même proportion que le collège C. Combien d'élèves du collège D mangent à la cantine ?

5. *Diviseurs communs et multiples communs*

À retenir : Diviseur commun : les facteurs communs, avec le plus petit exposant. Multiple commun : tous les facteurs, avec le plus grand exposant. $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$ donnent 6 et 36. Le produit 12×18 est un multiple commun, rarement le plus petit.

Ex. 33 ★☆☆ **Lire les diviseurs sur la décomposition** — On sait que $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$. Sans poser de division, réponds et justifie avec la décomposition du diviseur.

(a) 600 est-il divisible par 12 ?

(b) Vrai ou faux : « 3 est un facteur de 600, donc 600 est divisible par 9. » Justifie.

(c) Lequel des deux nombres 40 et 250 est un diviseur de 600 ? Justifie.

(d) Par quel plus petit nombre entier faut-il multiplier 600 pour obtenir un multiple de 16 ? Justifie.

(e) 600 est-il divisible par 75 ?

(f) Écris 45 en produit de facteurs premiers, puis explique pourquoi 45 n'est pas un diviseur de 600.

Ex. 34 ★☆☆ **Diviseur commun et multiple commun en ligne** — Utilise les décompositions en produit de facteurs premiers. Calcule ce qui est demandé et donne le résultat sous forme d'un nombre.

(a) Le plus grand diviseur commun de $2^3 \times 3 \times 7$ et de $3^2 \times 7$.

(b) Le plus petit multiple commun de $2^3 \times 3 \times 7$ et de $3^2 \times 7$.

(c) Écris tous les diviseurs communs de $3^2 \times 5^2$ et de $3 \times 5 \times 11$.

(d) Le plus petit multiple commun de 2×5^2 et de $2^2 \times 5 \times 13$.

(e) Le plus grand diviseur commun de $2^4 \times 3$ et de 5×7.

(f) Le plus petit multiple commun de $2^2 \times 11$ et d'un nombre N plus petit que 88 est $2^3 \times 11$. Trouve N.

Ex. 35 ★★☆ **Comparer des listes de diviseurs** — Avec de petits nombres, on peut écrire les listes de diviseurs puis les comparer.

(a) Écris la liste des diviseurs de 24, puis celle des diviseurs de 42.

(b) Déduis-en les diviseurs communs à 24 et 42, puis le plus grand d'entre eux.

(c) Lila affirme : « Le plus grand diviseur commun de 13 et 39 est 1, car 13 est premier. » A-t-elle raison ? Justifie.

(d) En écrivant leurs listes de diviseurs, trouve le plus grand diviseur commun de 27 et 32.

Ex. 36 ★★☆ **L'erreur de Malik** — Malik écrit : « $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ et $234 = 2 \times 3^2 \times 13$. Le plus grand diviseur commun est $2^2 \times 3^2 \times 13 = 468$ et le plus petit multiple commun est $2 \times 3 \times 13 = 78$. »

(a) Vérifie par divisions successives les décompositions de 156 et de 234.

(b) Sans poser de division, explique pourquoi 468 ne peut pas être un diviseur de 156.

(c) Corrige Malik : donne le bon plus grand diviseur commun et le bon plus petit multiple commun de 156 et 234.

(d) Inès propose 156×234 comme multiple commun. Calcule ce produit. Est-ce le plus petit multiple commun ? Justifie.

Ex. 37 ★★☆ **Ranger 200 chaises** — Pour un spectacle, Ben doit ranger 200 chaises en rangées qui ont toutes le même nombre de chaises.

(a) Décompose 200 en produit de facteurs premiers par divisions successives.

(b) Complète le tableau des diviseurs de 200 : chaque case est le produit de son en-tête de ligne par son en-tête de colonne.

×	**1**	**2**	**4**	**8**
1	?	?	?	?
5	?	?	?	?
25	?	?	?	?

(c) Combien de rangements différents Ben peut-il faire ? Tom répond « $3 + 2 = 5$ » : corrige-le.

(d) Ben veut entre 15 et 30 chaises par rangée. Quelles possibilités a-t-il, et avec combien de rangées ?

Ex. 38 ★★★ **Le carrelage d'Amel** — Amel veut carreler une salle rectangulaire de 588 cm sur 420 cm. Elle veut des carreaux carrés identiques, de côté entier en cm, sans aucune découpe.

(a) Décompose 588 et 420 en produit de facteurs premiers par divisions successives.

(b) Hugo dit : « 588 et 420 sont pairs, donc des carreaux de 8 cm conviennent. » A-t-il raison ? Justifie avec les décompositions.

Ex. 38 **(suite)**

(c) Quel est le côté des plus grands carreaux possibles ? Combien de carreaux faut-il alors ?

(d) Combien de longueurs de côté (en cm entiers) conviennent ? Justifie avec la décomposition, sans écrire de liste.

Ex. 39 ★★★ **Les deux roues dentées** — Deux roues dentées tournent ensemble : la roue A a 40 dents, la roue B en a 108. Au départ, deux repères sont face à face. Ils se retrouvent face à face quand le nombre de dents passées est un multiple commun de 40 et de 108.

(a) Décompose 40 et 108 en produit de facteurs premiers.

(b) Sarah prend tous les facteurs avec le plus petit exposant et trouve 540. Montre que 540 ne convient pas, puis corrige son calcul.

(c) Les roues tournent jusqu'à ce que 5 000 dents soient passées. Combien de fois les repères se retrouvent-ils face à face, sans compter le départ ?

(d) Lors de leur première rencontre face à face, combien de tours chaque roue a-t-elle faits ?

Ex. 40 ★★★ **Les bouquets de Nora** — Nora a 91 roses et 60 tulipes. Elle veut faire des bouquets identiques (même nombre de roses et même nombre de tulipes dans chaque bouquet) en utilisant toutes ses fleurs.

(a) Nora pense que 91 est un nombre premier. A-t-elle raison ? Justifie.

(b) Écris la liste des diviseurs de 91, puis celle de 60. Nora peut-elle faire plusieurs bouquets ? Justifie.

(c) Nora achète 14 roses de plus. Quel est le plus grand nombre de bouquets possible ? Donne la composition d'un bouquet.

(d) Zoé a 57 marguerites et 19 pivoines. Elle dit que, sans décomposer, elle peut faire au plus 19 bouquets identiques. A-t-elle raison ? Justifie.

6. *Problèmes*

À retenir : Partager sans reste, carrés les plus grands : plus grand diviseur commun (facteurs communs, plus petit exposant). Se retrouver ensemble : plus petit multiple commun (tous les facteurs, plus grand exposant). Ex. $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$: 6 et 36.

Ex. 41 ★☆☆ **Diviseur commun ou multiple commun ?** — Pour chaque situation, dis si tu cherches le plus grand diviseur commun ou le plus petit multiple commun, puis donne la réponse.

(a) Léa répartit 48 roses et 36 tulipes en bouquets identiques, sans reste. Combien de bouquets au maximum ?

(b) Deux sonneries retentissent ensemble. L'une sonne toutes les 10 min, l'autre toutes les 15 min. Dans combien de temps sonnent-elles de nouveau ensemble ?

Ex. 41 **(suite)**

(c) Tom empile des cubes de 6 cm de haut, Zoé des cubes de 8 cm de haut. Quelle est la plus petite hauteur que leurs deux tours peuvent atteindre toutes les deux ?

(d) Une plaque de carton de 70 cm sur 50 cm est découpée en carrés identiques, les plus grands possibles, sans chute. Quel est le côté d'un carré ?

(e) Deux phares s'allument ensemble. L'un s'allume toutes les 25 s, l'autre toutes les 35 s. Dans combien de secondes s'allument-ils de nouveau ensemble ?

(f) Une corde de 45 m et une corde de 60 m sont coupées en morceaux de même longueur, les plus longs possibles. Quelle est la longueur d'un morceau ?

Ex. 42 ★☆☆ **Calculs en ligne avec les décompositions** — Calcule, en t'aidant des décompositions en produit de facteurs premiers.

(a) Le plus grand diviseur commun de $2^3 \times 3 \times 7$ et $2 \times 3^2 \times 13$.

(b) Le plus petit multiple commun de $2^2 \times 11$ et $2 \times 5 \times 11$.

(c) Le plus petit multiple commun de 52 et 78.

(d) Le plus grand diviseur commun de $3^3 \times 7$ et $3^2 \times 7^2$.

(e) Le plus petit multiple commun de $2^3 \times 5$ et $2 \times 5^2 \times 7$.

(f) Le plus grand diviseur commun de 110 et 154.

Ex. 43 ★★☆ **Les sachets d'Inès** — Inès a 126 bonbons au citron et 210 bonbons à la fraise. Elle veut faire des sachets identiques (même nombre de bonbons au citron, même nombre de bonbons à la fraise) en utilisant tous les bonbons.

(a) Décompose 126 et 210 en produit de facteurs premiers.

(b) Inès peut-elle faire 12 sachets ? Justifie à l'aide des décompositions.

(c) Écris tous les nombres de sachets possibles.

(d) Quel est le plus grand nombre de sachets identiques ? Donne alors le contenu d'un sachet.

Ex. 44 ★★☆ **Deux lignes de bus** — Au terminus, les bus des lignes A et B partent ensemble à 7 h 15. Un bus de la ligne A part ensuite toutes les 24 min, un bus de la ligne B toutes les 40 min.

(a) Décompose 24 et 40 en produit de facteurs premiers.

(b) Lucas dit : « Ils repartiront ensemble au bout de $24 \times 40 = 960$ min. » A-t-il raison ? Justifie.

(c) Au bout de combien de temps les deux bus repartent-ils ensemble pour la première fois ? Donne la réponse en heures.

(d) À quelle heure a lieu ce départ commun ?

(e) Le service s'arrête à 20 h. À quelle heure a lieu le dernier départ commun ?

Ex. 45 ★★☆ **Les cartes de Nora** — Nora a entre 100 et 150 cartes. En paquets de 7, il ne reste aucune carte. En paquets de 4, il reste 1 carte. Son nombre de cartes n'est pas divisible par 3.

(a) Écris tous les multiples de 7 compris entre 100 et 150.

(b) Lesquels ont un reste de 1 dans la division par 4 ? Pose les divisions.

(c) Combien Nora a-t-elle de cartes ? Justifie.

(d) Maxime affirme que ce nombre est premier. A-t-il raison ? Justifie.

Ex. 46 ★★★ **Le carrelage de la salle de bains** — Le sol d'une salle de bains est un rectangle de 432 cm sur 336 cm. Ben veut le couvrir avec des dalles carrées identiques, sans en couper aucune. Le côté d'une dalle est un nombre entier de centimètres.

(a) Décompose 432 et 336 en produit de facteurs premiers.

(b) Le magasin vend des dalles dont le côté est compris entre 10 cm et 30 cm. Donne tous les côtés possibles pour Ben.

(c) Ben préfère finalement les dalles les plus grandes possibles. Quel est leur côté ? Combien de dalles lui faut-il ?

(d) Le vendeur affirme : « Des dalles de 36 cm conviennent, car 36 est un diviseur de 432. » A-t-il raison ? Justifie avec les décompositions.

Ex. 47 ★★★ **Les deux ferries** — À 6 h 40, deux ferries quittent le port ensemble. Ensuite, un ferry A part toutes les 54 min et un ferry B toutes les 1 h 30 min. Les départs s'arrêtent à 20 h.

(a) Convertis 1 h 30 min en minutes, puis décompose 54 et ce nombre de minutes en produit de facteurs premiers.

(b) Au bout de combien de temps, au plus tôt, deux ferries A et B repartent-ils ensemble ? Donne la réponse en heures et minutes.

(c) À quelle heure ce départ commun a-t-il lieu ?

(d) Un ferry C part aussi à 6 h 40, puis toutes les 2 h 15 min. Part-il avec A et B lors de leur premier départ commun suivant ? Justifie avec une décomposition.

(e) Combien de fois dans la journée un ferry A et un ferry B partent-ils ensemble, en comptant le départ de 6 h 40 ?

Ex. 48 ★★★ **Les engrenages de la boîte à musique** — Dans une boîte à musique, une roue A de 84 dents entraîne une roue B de 132 dents. Un repère est peint sur une dent de chaque roue. Au départ, les deux repères sont face à face.

(a) Décompose 84 et 120 en produit de facteurs premiers.

(b) Combien de dents, au minimum, doivent passer au point de contact pour que les repères soient de nouveau face à face ?

(c) Combien de tours chaque roue a-t-elle alors effectués ?

Ex. 48 **(suite)**

(d) Lina affirme : « Après 7 tours de la roue A, les repères sont aussi face à face. » Vrai ou faux ? Justifie avec une décomposition.

(e) La roue B fait un tour en 4 s. Au bout de combien de temps les repères sont-ils face à face pour la 4^{e} fois, sans compter le départ ? Réponds en minutes et secondes.