Arbres pondérés – exercices

Mathématiques – Seconde

Probabilités conditionnelles · exercices ★ à ★★★, pièges et QCM

Nom : _____ Date : _____

Durée : environ 1 h. *Calculatrice interdite, sauf mention contraire. Les exercices vont de ★ (automatismes) à ★★★ (niveau d'un contrôle exigeant). Fais les séries dans l'ordre ; si une série ★ est réussie sans erreur, passe à la suite. Corrige-toi avec le corrigé, puis refais chaque calcul faux sans regarder.*

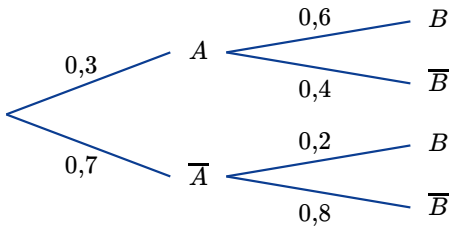
Les pièges de cette fiche

- Sur un arbre, un chemin se calcule par un **produit** ; on **additionne** ensuite les chemins qui mènent à B.
- Les nombres du second niveau sont des probabilités « sachant » : $P_A(B)$, jamais $P(B)$.
- $P_A(B)$ et $P_B(A)$ ne sont pas égales : « parmi les malades » n'est pas « parmi les positifs ».
- Les branches qui partent d'un même nœud ont pour somme 1.
- $P(A \cap B)$ se divise par le total général, $P_A(B)$ par l'effectif de A.
- Sans remise, la composition de l'urne change après le premier tirage.

Exercice 1 – Lire un arbre ★

On donne l'arbre pondéré ci-contre.

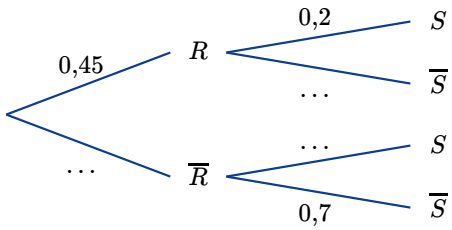
1. Lis sur l'arbre $P(A)$, $P_A(B)$ et $P_{\overline{A}}(\overline{B})$.
2. Calcule $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.
3. Calcule $P(B)$.



Exercice 2 – Compléter un arbre ★

Sur l'arbre ci-contre, trois probabilités ont été effacées.

1. Complète l'arbre. Quelle règle utilises-tu ?
2. Calcule $P(R \cap \overline{S})$ et $P(\overline{R} \cap S)$.



Exercice 3 – Traduire une phrase ★

Dans un lycée, on choisit un élève au hasard. I : « il est interne », B : « il vient en bus », S : « il fait du sport en club ». Écris chaque phrase avec une probabilité : $P(\dots)$, $P_{\dots}(\dots)$ ou $P(\cdots \cap \dots)$.

a) 30 % des élèves sont internes.

b) Parmi les internes, 80 % font du sport en club.

c) 12 % des élèves sont externes et viennent en bus.

d) Un quart des externes font du sport en club.

e) 60 % des sportifs en club sont internes.

f) Un élève qui vient en bus a une chance sur cinq de faire du sport en club.

Exercice 4 – La cantine ★★

Dans un lycée, 40 % des élèves sont en seconde. 70 % des élèves de seconde déjeunent à la cantine, contre 55 % des autres élèves. On choisit un élève au hasard. S : « il est en seconde », C : « il déjeune à la cantine ».

1. Construis l'arbre pondéré de la situation.
2. Calcule la probabilité que l'élève soit en seconde et déjeune à la cantine.
3. Montre que $P(C) = 0{,}61$.
4. L'élève déjeune à la cantine. Quelle est la probabilité qu'il soit en seconde ? Arrondis au centième.

Exercice 5 – Le contrôle qualité ★★

Une usine fabrique des pièces sur deux machines. La machine A produit 60 % des pièces, dont 5 % sont défectueuses ; la machine B produit le reste, dont 2 % sont défectueuses. On choisit une pièce au hasard. A : « elle vient de la machine A », D : « elle est défectueuse ».

	Défectueuse	**Conforme**	**Total**
Machine A			
Machine B			
Total			1 000

1. Complète le tableau pour une production de 1 000 pièces.
2. Donne $P(D)$.
3. Une pièce est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine A ? Arrondis au centième.
4. Une pièce est conforme. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine B ? Arrondis au centième.

Exercice 6 – Deux tirages sans remise ★★

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire une boule au hasard, on ne la remet pas, puis on en tire une deuxième. R_1 : « la première boule est rouge », R_2 : « la deuxième boule est rouge ».

1. Construis l'arbre pondéré. *Attention à la composition de l'urne au second tirage.*
2. Calcule la probabilité de tirer deux boules rouges.
3. Calcule la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.
4. Calcule $P(R_2)$. Que remarques-tu ?

Exercice 7 – Les deux feux ★★

Sur son trajet, Lina passe deux feux. Le premier est vert 60 % du temps. Quand le premier est vert, le second est vert 8 fois sur 10 ; quand le premier est rouge, le second n'est vert que 1 fois sur 4. V_1 : « le premier feu est vert », V_2 : « le second feu est vert ».

1. Calcule la probabilité que Lina ait les deux feux verts.
2. Déduis-en la probabilité qu'elle s'arrête à au moins un feu rouge.
3. Calcule $P(V_2)$.
4. Le second feu est vert. Quelle est la probabilité que le premier l'ait été aussi ? Arrondis au centième.

Exercice 8 – Le test de dépistage ★★★

Une maladie touche 2 % d'une population. Un test est positif chez 95 % des malades et négatif chez 90 % des personnes saines. On choisit une personne au hasard. M : « elle est malade », T : « son test est positif ».

1. Dresse un tableau croisé pour 10 000 personnes.
2. Un test est positif. Quelle est la probabilité que la personne soit malade ? Arrondis au centième, puis commente.

3. Un test est négatif. Quelle est la probabilité que la personne soit quand même malade ? Arrondis au millième.
4. Refais le calcul de la question 2 si la maladie touche 20 % de la population. Conclus.

Exercice 9 – Le témoin du taxi ★★★

Dans une ville, 85 % des taxis sont verts et 15 % sont bleus. Une nuit, un taxi provoque un accident. Un témoin affirme que le taxi était bleu. Des essais montrent que, de nuit, ce témoin reconnaît la bonne couleur 8 fois sur 10. B : « le taxi est bleu », D : « le témoin dit bleu ».

1. Sur 1 000 taxis, combien sont bleus et déclarés « bleus » ? verts mais déclarés « bleus » ?
2. Le témoin dit « bleu » : quelle est la probabilité que le taxi soit vraiment bleu ? Le témoignage suffit-il ?
3. Reprends la question 2 avec un témoin qui reconnaît la bonne couleur 9 fois sur 10.

Exercice 10 – La probabilité manquante ★★★

Dans un club de natation, 30 % des adhérents sont des juniors. La moitié des juniors font de la compétition. Au total, 29 % des adhérents du club font de la compétition. J : « l'adhérent est un junior », C : « il fait de la compétition ».

1. On note x la proportion de compétiteurs parmi les adhérents qui ne sont pas juniors. Écris $P_{\overline{J}}(C)$, puis exprime $P(C)$ en fonction de x.
2. Calcule x.
3. Un adhérent fait de la compétition. Quelle est la probabilité que ce soit un junior ? Arrondis au centième.

Exercice 11 – Trouve l'erreur ★★

Un arbre pondéré donne $P(A) = 0{,}4$, $P_A(B) = 0{,}5$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}1$. Chaque réponse d'élève contient une erreur : explique-la, puis corrige.

a) $P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}5 = 0{,}9$

b) $P(B) = 0{,}5 + 0{,}1 = 0{,}6$

c) $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$

d) $P_B(A) = P_A(B) = 0{,}5$

e) $P(A \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cap B) = 0{,}8$

f) « 80 % des joueurs blessés ne s'étaient pas échauffés, donc sans échauffement on a 80 % de risque de se blesser. »

QCM – Six questions comme en contrôle

Une seule bonne réponse par question. Note ta réponse, puis vérifie dans le corrigé.

1. Sur un arbre pondéré, la probabilité d'un chemin est :

   A la somme des probabilités de ses branches **B** le produit des probabilités de ses branches

   C la plus grande probabilité du chemin **D** la probabilité de sa dernière branche

2. $P(A) = 0{,}2$, $P_A(B) = 0{,}5$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}25$. Alors $P(B)$ vaut :

   A $0{,}75$ **B** $0{,}1$ **C** $0{,}125$ **D** $0{,}3$

3. Avec les mêmes données, $P_B(A)$ vaut :

   A $\dfrac{1}{3}$ **B** $0{,}5$ **C** $0{,}1$ **D** $\dfrac{2}{3}$

4. « 90 % des malades ont un test positif » s'écrit :

   A $P_T(M) = 0{,}9$ **B** $P(M \cap T) = 0{,}9$ **C** $P_M(T) = 0{,}9$ **D** $P(T) = 0{,}9$

5. Une urne contient 3 boules noires et 2 blanches. On tire deux boules sans remise. La probabilité d'avoir deux noires est :

A $\frac{9}{25}$ **B** $\frac{6}{25}$ **C** $\frac{3}{5}$ **D** $\frac{3}{10}$

6. Sur 200 élèves, il y a 80 filles, dont 20 internes, et 120 garçons, dont 40 internes. Un élève est interne : c'est une fille avec la probabilité :

A $\frac{1}{3}$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{1}{10}$ **D** $\frac{2}{5}$

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).