Corrigé – Brevet 2025 – mathématiques – Pays du groupe 1

QCM : nombres premiers, tableur, homothétie, factorisation, trigonométrie, Statistiques, probabilités et masse volumique de colis, Programme de calcul, équation et fonction affine, Pythagore, Thalès, aire et proportionnalité dans un champ, Probabilités et algorithme sur Scratch : un digicode

Corrigé détaillé rédigé par Benjamin, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : nombres premiers, tableur, homothétie, factorisation, trigonométrie *(20 pts)*

Question 1 : réponse C ($2^3 \times 3 \times 5$). Une décomposition en produit de facteurs premiers ne contient que des nombres premiers. On divise 120 successivement : $120 = 2 \times 60 = 2 \times 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 2 \times 15 = 2^3 \times 3 \times 5$. Vérification : $8 \times 3 \times 5 = 120$. Les réponses A et B donnent bien 120, mais 4 et 15 ne sont pas premiers ($4 = 2 \times 2$, $15 = 3 \times 5$) ; la réponse D est une somme, pas un produit.

Question 2 : réponse A (-32). En étirant la formule de A2 vers B2, la référence A1 devient B1 : la cellule B2 contient « =-4*B1-12 ». Avec B1 = 5 : $-4 \times 5 - 12 = -20 - 12 = -32$. Contrôle sur la colonne A : $-4 \times 2 - 12 = -8 - 12 = -20$, c'est bien la valeur affichée en A2.

Question 3 : réponse D (2). Les carrés A et B sont situés du même côté du centre O : le rapport de l'homothétie est donc positif, ce qui élimine -2 et $-0{,}5$. Le carré B est un agrandissement du carré A : sur le quadrillage, sa diagonale est environ deux fois plus longue que celle du carré A. Un rapport positif supérieur à 1 agrandit la figure ; un rapport de 0,5 la réduirait de moitié. Le rapport vaut donc 2.

Question 4 : réponse A ($(2x-1)(2x+1)$). On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ avec $a = 2x$ et $b = 1$: $4x^2 - 1 = (2x)^2 - 1^2 = (2x-1)(2x+1)$. Vérification en développant : $(2x-1)(2x+1) = 4x^2 + 2x - 2x - 1 = 4x^2 - 1$. Les autres réponses donnent $16x^2 - 1$, $4x^2 - 4$ et $4x^2 - 4x + 1$.

Question 5 : réponse B (5,75 cm). Le triangle TER est rectangle en R, donc [TE] est l'hypoténuse (TE = 7,4 cm). Pour l'angle $\widehat{TER} = 39°$, le côté [RE] est le côté adjacent. On utilise le **cosinus** : $\cos \widehat{TER} = \dfrac{RE}{TE}$, d'où $RE = 7{,}4 \times \cos 39° \approx 7{,}4 \times 0{,}7771 \approx 5{,}75$ cm.

> ⚠ **Piège.** Les autres réponses correspondent aux erreurs classiques : $7{,}4 \times \sin 39° \approx 4{,}66$ (c'est la longueur TR), $7{,}4 \div \cos 39° \approx 9{,}52$ et $7{,}4 \div \sin 39° \approx 11{,}76$. Repère toujours l'hypoténuse et le côté adjacent avant de choisir la formule, et vérifie que ta calculatrice est en degrés.

Exercice 2 – Statistiques, probabilités et masse volumique de colis *(19 pts)*

1. La moyenne est la somme des masses divisée par le nombre de colis : $\dfrac{4+9+2+7+11}{5} = \dfrac{33}{5} = 6{,}6$. **La masse moyenne des colis est 6,6 kg.**

2. On range les masses dans l'ordre croissant : 2 ; 4 ; 7 ; 9 ; 11. Il y a 5 valeurs (effectif impair), la médiane est la 3e valeur (2 valeurs avant, 2 valeurs après). **La médiane est 7 kg.** Interprétation : au moins la moitié des colis ont une masse inférieure ou égale à 7 kg, et au moins la moitié ont une masse supérieure ou égale à 7 kg.

3. Le colis est choisi au hasard : les 5 issues sont équiprobables. Les colis de masse inférieure à 8 kg sont A (4 kg), C (2 kg) et D (7 kg), soit 3 issues favorables. $p = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$. **La probabilité est $\dfrac{3}{5}$.**

4. a. Le volume d'un pavé droit est $V = L \times \ell \times h$. Pour le colis E : $V = 0{,}5 \times 0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}2 \times 0{,}6 = 0{,}12$. **Le volume du colis E est bien 0,12 m³.**

4. b. Le colis E a une masse de 11 kg et un volume de 0,12 m³. Masse volumique : $\dfrac{11}{0{,}12} \approx 91{,}666\ldots$ Arrondie au dixième : **la masse volumique du colis E est bien 91,7 kg/m³.** Contrôle : $0{,}12 \times 91{,}7 \approx 11{,}0$.

4. c. On calcule la masse volumique du colis C. Volume : $0{,}3 \times 0{,}1 \times 0{,}5 = 0{,}015$ m³. Masse volumique : $\dfrac{2}{0{,}015} \approx 133{,}3$ kg/m³. Contrôle : $0{,}015 \times 133{,}3 \approx 2$.
Le colis E est plus lourd (11 kg contre 2 kg), mais sa masse volumique (environ 91,7 kg/m³) est plus petite que celle du colis C (environ 133,3 kg/m³), car le colis C est beaucoup moins volumineux. **Le transporteur a tort.**

> ⚠ **Piège.** La masse volumique dépend à la fois de la masse et du volume : un objet plus lourd n'est pas forcément plus « dense ». Pour contredire une affirmation, un seul calcul contraire (ici celui du colis C) suffit.

Exercice 3 – Programme de calcul, équation et fonction affine *(21 pts)*

1. On applique le programme au nombre 1 : $1 \times (-2) = -2$; $-2 + 4 = 2$; $2 \times 4 = 8$. **On obtient bien 8.**

2. Avec -2 : $-2 \times (-2) = 4$; $4 + 4 = 8$; $8 \times 4 = 32$. **Le résultat est 32.**

3. Soit x le nombre de départ. On le multiplie par -2 : $-2x$; on ajoute 4 : $-2x + 4$; on multiplie par 4 : $4(-2x + 4) = 4 \times (-2x) + 4 \times 4 = -8x + 16$. **Le résultat s'écrit bien $-8x + 16$.** Contrôle avec la question 1 : $-8 \times 1 + 16 = 8$.

4. a. $-8x + 16 = 4$
$-8x = 4 - 16$
$-8x = -12$
$x = \dfrac{-12}{-8} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$
Vérification : $-8 \times 1{,}5 + 16 = -12 + 16 = 4$. **La solution de l'équation est 1,5.**

4. b. D'après la question 3, le résultat du programme est $-8x + 16$; obtenir 4 revient donc à résoudre $-8x + 16 = 4$, dont la solution est 1,5. Vérification avec le programme : $1{,}5 \times (-2) = -3$; $-3 + 4 = 1$; $1 \times 4 = 4$. **Il faut choisir 1,5 comme nombre de départ.**

5. La fonction $f(x) = -8x + 16$ est une fonction affine de coefficient directeur -8 et d'ordonnée à l'origine 16.
– Le coefficient directeur est négatif, donc f est décroissante : sa droite « descend ». La représentation 1 monte : elle est éliminée.
– $f(0) = 16$: la droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ; 16). La représentation 2 coupe cet axe en 8 : elle est éliminée.
– La représentation 3 descend, passe par (0 ; 16) et coupe l'axe des abscisses en 2 ; or $f(2) = -8 \times 2 + 16 = 0$, ce qui confirme.
C'est la représentation graphique 3 qui représente la fonction f.

> 💡 **Astuce.** Pour reconnaître la droite d'une fonction affine $ax + b$, deux indices suffisent : le signe de a (droite qui monte ou qui descend) et la valeur de b (point d'intersection avec l'axe des ordonnées). Contrôle ensuite avec un deuxième point, comme $f(2) = 0$ ici.

Exercice 4 – Pythagore, Thalès, aire et proportionnalité dans un champ *(21 pts)*

Partie A : étude géométrique du terrain

1. Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
$AC^2 = 600^2 + 450^2 = 360\,000 + 202\,500 = 562\,500$, donc $AC = \sqrt{562\,500} = 750$. **Le segment [AC] mesure bien 750 m.** (Contrôle : $750^2 = 562\,500$.)

2. a. D'après la figure, l'angle $\widehat{CDE}$ est droit, donc la droite (ED) est perpendiculaire à la droite (BC) (les points C, D et B étant alignés). Le triangle ABC est rectangle en B, donc la droite (AB) est aussi perpendiculaire à (BC). **Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles : les droites (ED) et (AB) sont parallèles.**

> **Astuce.** Quand une figure montre deux angles droits sur une même droite, pense tout de suite à la propriété « deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles » : c'est plus rapide que la réciproque de Thalès et c'est la justification attendue ici.

2. b. Les points C, D, B sont alignés, les points C, E, A sont alignés et les droites (DE) et (AB) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{CD}{CB} = \dfrac{CE}{CA} = \dfrac{DE}{BA}$.
Donc $\dfrac{270}{450} = \dfrac{DE}{600}$, d'où $DE = \dfrac{600 \times 270}{450} = \dfrac{162\,000}{450} = 360$. **Le segment [DE] mesure bien 360 m.**
(Contrôle : $\dfrac{270}{450} = 0{,}6$ et $0{,}6 \times 600 = 360$.)

3. Le triangle CDE est rectangle en D : ses côtés de l'angle droit [CD] et [DE] sont une base et la hauteur associée. Aire $= \dfrac{CD \times DE}{2} = \dfrac{270 \times 360}{2} = \dfrac{97\,200}{2} = 48\,600$. **L'aire du triangle CDE est bien 48 600 m².**

Partie B : étude du prix du mélange de graines

1. L'indication 2 donne, pour 10 000 m², 80 kg de blé, 60 kg de seigle et 50 kg de pois, soit le ratio 80 : 60 : 50, c'est-à-dire 8 : 6 : 5 (en divisant par 10).
Le sac du vendeur suit le ratio 16 : 12 : 8, c'est-à-dire 8 : 6 : 4 (en divisant par 2).
Pour 8 parts de blé et 6 parts de seigle, le sac contient 4 parts de pois au lieu de 5. Autrement dit, avec 80 kg de blé (16×5), le sac apporterait $12 \times 5 = 60$ kg de seigle mais seulement $8 \times 5 = 40$ kg de pois au lieu de 50 kg.
La composition du sac ne respecte pas l'indication 2 : il n'y a pas assez de pois.

2. Les quantités de graines sont proportionnelles à la surface semée. La surface de 48 600 m² représente $\dfrac{48\,600}{10\,000} = 4{,}86$ fois la surface de référence. Masse de blé : $80 \times 4{,}86 = 388{,}8$ kg. **Il faut bien prévoir 388,80 kg de blé : le calcul de l'agriculteur est juste.**

3. On calcule le prix de chaque graine (prix au kilo × masse) :
– blé : $388{,}8 \times 1{,}40 = 544{,}32$ € ;
– seigle : $291{,}6 \times 1{,}30 = 379{,}08$ € ;
– pois : $243 \times 2{,}10 = 510{,}30$ €.
Total : $544{,}32 + 379{,}08 + 510{,}30 = 1\,433{,}70$ €.
Contrôle par une autre méthode : pour 10 000 m², le mélange coûte $80 \times 1{,}40 + 60 \times 1{,}30 + 50 \times 2{,}10 = 112 + 78 + 105 = 295$ €, et $295 \times 4{,}86 = 1\,433{,}70$ €.
Comme $1\,433{,}70 < 1\,500$, **le budget de 1 500 € est suffisant (il reste 66,30 €).**

Exercice 5 – Probabilités et algorithme sur Scratch : un digicode *(19 pts)*

1. Un code est formé d'une lettre A, B ou C suivie d'un chiffre de 0 à 9. **Léna peut par exemple tester A3 et C8.**

2. On suppose que chaque code a la même chance d'avoir été choisi. Il y a $3 \times 10 = 30$ codes possibles, dont 10 commencent par C (C0, C1, …, C9). $p = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$. **La probabilité que la grand-mère ait choisi la lettre C est $\dfrac{1}{3}$.** (On retrouve ce résultat en disant que la lettre est l'une des 3 lettres équiprobables.)

3. Parmi les 30 codes équiprobables, 3 se terminent par le chiffre 7 : A7, B7 et C7. $p = \dfrac{3}{30} = \dfrac{1}{10}$. **La probabilité que le code contienne le chiffre 7 est bien $\dfrac{1}{10}$.** (Autre raisonnement : le chiffre est l'un des 10

chiffres de 0 à 9, équiprobables.)

4. Un nombre premier admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. Parmi les chiffres de 0 à 9, les nombres premiers sont 2, 3, 5 et 7 (0 et 1 ne sont pas premiers ; $4 = 2 \times 2$, $6 = 2 \times 3$, $8 = 2 \times 4$, $9 = 3 \times 3$ non plus). Il y a donc 4 chiffres favorables sur 10 : $p = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$. **La probabilité que le code comporte un nombre premier est $\dfrac{2}{5}$.** (En comptant les codes : $3 \times 4 = 12$ codes favorables sur 30, et $\dfrac{12}{30} = \dfrac{2}{5}$.)

> ⚠ **Piège.** 1 n'est pas un nombre premier (il n'a qu'un seul diviseur) et 9 non plus ($9 = 3 \times 3$). Compter 1 ou 9 donnerait une probabilité fausse.

5. a. Il y a $3 \times 10 = 30$ codes possibles. Pour tous les essayer, il faut au plus $30 \times 5 = 150$ s, soit 2 min 30 s. Or 3 min = 180 s et $150 < 180$. **Oui, Léna est sûre d'ouvrir la porte en moins de 3 minutes** (au pire en 2 min 30 s).

5. b. Non, ce format de code ne garantit pas la sécurité de la maison : avec seulement 30 codes possibles, n'importe qui peut tous les essayer en 2 min 30 s. Pour l'améliorer, on peut augmenter le nombre de codes possibles, par exemple en utilisant une lettre suivie de 4 chiffres : il y aurait alors $3 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 30\,000$ codes, et les essayer tous prendrait $30\,000 \times 5 = 150\,000$ s, soit environ 41 h 40 min. On peut aussi utiliser les 26 lettres de l'alphabet, ou bloquer le digicode après trois erreurs successives.

6. a. Le script se lit bloc par bloc :
– « quand le drapeau vert est cliqué » lance le programme ;
– « demander Saisir une lettre parmi A, B et C et attendre », puis « mettre lettre saisie à réponse » : la variable « lettre saisie » vaut B ;
– « demander Saisir un chiffre entre 0 et 9 et attendre », puis « mettre chiffre saisi à réponse » : la variable « chiffre saisi » vaut 5 ;
– « si lettre saisie = B et chiffre saisi = 7 alors » : la condition est vraie seulement si les **deux** égalités sont vraies. Ici « lettre saisie = B » est vraie mais « chiffre saisi = 7 » est fausse ($5 \neq 7$), donc la condition est fausse et le programme exécute le bloc « sinon ».
Le programme affiche « Code faux » pendant 2 secondes.

6. b. Le programme affiche « Code correct » uniquement lorsque la lettre saisie est B **et** le chiffre saisi est 7. **Le code qui permet d'entrer est B7.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet est très accessible et récompense la rigueur : au QCM, aucune justification n'est demandée, mais fais les calculs au brouillon, car chaque réponse fausse correspond à une erreur classique (4 et 15 ne sont pas premiers, sinus au lieu de cosinus, oubli du signe dans le tableur). À la question 5, repère d'abord l'hypoténuse et le côté adjacent à l'angle de 39°, puis vérifie que ta calculatrice est en degrés.

Beaucoup de questions commencent par « Montrer que » : le résultat est donné, ce sont la propriété nommée (théorème de Pythagore, théorème de Thalès, deux droites perpendiculaires à une même droite) et le calcul posé qui rapportent les points. Si tu bloques sur une question, utilise quand même le résultat donné pour la suite : par exemple, DE = 360 m sert à l'aire, et 48 600 m² sert à toute la partie B.

Aux exercices 2 et 4, garde tes unités jusqu'au bout (kg/m³, m², €) et termine par une phrase qui répond à la question posée (« le transporteur a tort », « le budget est suffisant »). À l'exercice 5, ne te laisse pas piéger par les nombres premiers : 1 et 9 ne le sont pas. Enfin, pour la question ouverte 5. b, une proposition chiffrée (nombre de codes, temps nécessaire) vaut plus qu'une simple idée.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).